

აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ნიკოლოზ კაჭკაჭიშვილი

მანქანა-დანადგარების კორპუსების
დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კვლევა
და მათი მზიდუნარიანობის კონტროლი

საინჟინრო მეცნიერებების დოქტორის აკადემიური
ხარისხის მოსაპოვებლად წარმოდგენილი

დ ი ს ე რ ტ ა ც ი ა

სპეციალობა: დიაგნოსტიკა და კონტროლი
მანქანათმშენებლობაში

სამეცნიერო ხელმძღვანელი: ტექნიკის მეცნიერებათა
დოქტორი,
პროფესორი, საქართველოს
მეცნიერებისა და ტექნიკის
დარგის სახელმწიფო პრემიის
ლაურეატი გელა ყიფიანი

ქუთაისი,
2010

შინაარსი

შესავალი	4
თავი I. თანამედროვე წარმოდგენების მიმოხილვა მანქანა-დანადგარების დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობაზე და ზიდვის უნარის კონტროლზე	8
1.1. წარმოქმნილი პრობლემები და ამოცანები	8
1.2. კონსტრუქციების ანალიზის თანამედროვე მეთოდები .	10
1.3. სასრულ ელემენტთა მეთოდი სივრცით სისტემებში	21
1.4. გარსთა თეორიის კინემატიკური თანაფარდობები ძვრის მოდელის გათვალისწინებით	40
1.5. ფიზიკური თანაფარდობები მრავალფენიანი გარსებისათვის	45
1.6. პირველი თავის დასკვნები	47
თავი II. ბზარიანი ფირფიტების ანალიზი ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობისას	49
2.1. ფირფიტის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის ანალიზი მისი საზღვრის მართობი სასაზღვრო ბზარის შემთხვევაში	49
2.2. ფირფიტა სხვადასხვა კონფიგურაციის სასაზღვრო ბზარებით	60
2.3. ფირფიტა მისი საზღვრის მართობი შიგა ბზარებით	63
2.4. ნახევარსიბრტყე სხვადასხვა კონფიგურაციის შიგა ბზარებით	71
2.5. კომპოზიციური მასალების დაპროექტება რღვევის მექანიკის საფუძველზე რთული კონსტრუქციების შესაქნელად	74
2.6. ბზარები ნახევარსიბრტყეში სასაზღვრო ამონაჭერით, ხვრელებით ან შვერილებით	80
2.7. მეორე თავის დასკვნები	87
თავი III. დრეკად-პლასტიკური ფილებისა და გარსების ზიდვის უნარის დადგენა	88
3.1. ელიფსური ფილის ზიდვის უნარის შეფასება	92

3.2. წრიული ფილების ზიდვის უნარი	94
3.3. კვადრატული ფილის ზიდვის უნარი	97
3.4. რკინაბეტონის ფილების ზიდვის უნარი	101
3.5. თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების მოდელირების თავისებურება	104
3.6. დერძულსიმეტრიული ცილინდრული გარსის ღუნვა სასრული დატვირთვისას	122
3.7. მესამე თავის დასკვნები	124
თავი IV. ალგორითმები მანქანა-დანადგარების კორპუსების დაძაბულ- დეფორმირებულ მდგომარეობის გამოკვლევისათვის	125
4.1. სიხისტის მატრიცის გაანგარიშება კონსტრუქციის დაპროექტების ოპტიმიზაციის ვარიანტით	126
4.2. შედგენილი კონსტრუქციების კვანძების წრფივი არაღერძულსიმეტრიული დეფორმაციების განსაზღვრის ალგორითმი	131
4.3. შედგენილი კონსტრუქციის კვანძის გეომეტრიულად არაწრფივი დერძულსიმეტრიული დეფორმაცია	135
4.4. შედგენილი კონსტრუქციის მდგრადობა და რხევები.....	140
4.5. კონსტრუქციის ელემენტების დაძაბულ- დეფორმირებული მდგომარეობა	150
4.6. კონსტრუქციის ცალკეული ელემენტების დაძაბულ- დეფორმირებული მდგომარეობის სიმტკიცის ანალიზის პროგრამები	154
4.7. მეოთხე თავის დასკვნები	157
ძირითადი დასკვნები	158
ლიტერატურა	159

შესავალი

მანქანა-დანადგარების კორპუსების კონსტრუქციები გამოიყენებიან ტექნიკის სხვადასხვა სფეროში: მანქანათმშენებლობაში, ავიამშენებლობაში, მანქანა-დანადგარების ნაგებობების რაციონალური გადაწყვეტის საქმეში.

მრეწველობის სხვადასხვა სფეროს განვითარება დაკავშირებულია არსებულის დახვეწასა და ისეთი დანადგარების კონსტრუქციების შექმნასთან, რომლებიც შეიცავენ გარსებს, ფირფიტებსა და ღეროებს შემადგრებებით, ტეხვებით, ხვრეტებითა და წერტილოვანი საყრდენებით. მანქანა-დანადგარების კორპუსების სიმტკიცისა და მდგრადობის ამაღლება ყველაზე ბუნებრივად ხორციელდება წიბოების ჩადგმით. ამ წიბოების განლაგება და ჩამაგრების სახე გავლენას ახდენს კონსტრუქციის ყოფაქცევაზე დეფორმაციის დროს. ამავე დროს მათ მზიდუნარიანობას მუდმივად კონტროლი ესაჭიროება. ამ კონსტრუქციებში გეომეტრიული და ფიზიკური პარამეტრების არარეგულირება იწვევს ძაბვების მნიშვნელოვან კონცენტრაციას და ქმნის ბზარების ან პლასტიკური დეფორმაციების გავრცელების საშიშ ზონებს. უმეტეს შემთხვევაში მათი მზიდუნარიანობა განისაზღვრება სიმტკიცის პირობებით ან ძაბვების კონცენტრაციის ზონაში მდგრადობის დაკარგვით.

რეგულარობის დარღვევის ადგილებში ძაბვათა კონცენტრაციის ზონები არსებით გავლენას ახდენენ კონსტრუქციის მზიდუნარიანობაზე და მდგრადობაზე. ასევე, მრავალფენიანი სისტემებიც შეიძლება განვიხილოთ, როგორც სისქის მიხედვით რეგულარობის დარღვევის მქონე სისტემები. კერძო შემთხვევაში სამფენიანი ბრტყელი ელემენტების გაანგარიშების მეთოდით სიმტკიცესა და მდგრადობაზე ჯერ კიდევ არასაკმარისადაა დამუშავებული. ამასთან დაკავშირებით მანქანა-დანადგარების კორპუსების დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის (დ.დ.მ.) კვლევა

და მათი მზიდუნარიანობის კონტროლი საკმაოდ რთულია, აქტუალურია და მოითხოვს გაანგარიშების განსაკუთრებული მეთოდების შემუშავებას.

ნაშრომის მიზანი. ნაშრომის მიზანია მანქანა-დანადგარების კორპუსების დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის კვლევის გაანგარიშების ისეთი მეთოდის შემქმნა, რომელიც უზრუნველყოფს დატვირთვის ნებისმიერ სტადიაზე კონსტრუქციის დეფორმირებისა და მდგრადობის უტყუარ ასახვას გაანგარიშების მინიმალური ხარჯებით.

უწყვეტად ან დისკრეტულად მიერთებული წიბოებით შემაგრებული ღეროების გაანგარიშების მეთოდის შემუშავება გეომეტრიულად არაწრფივი დეფორმაციის პირობებში.

ხვრეტებისა და ჭრილების მქონე სამფენიანი მანქანა-დანადგარების კორპუსების დ.დ.მ. კვლევა და მათი მზიდუნარიანობის კონტროლი.

მეცნიერული სიახლე. დამუშავებულია მანქანა-დანადგარების კორპუსების დ.დ.მ. კვლევის გაანგარიშების მეთოდი. წიბოებისა და ტევების მქონე კონსტრუქციის გაანგარიშებისათვის. მიღებული მეთოდი ფორმალურ საშუალებას იძლევა აღიწეროს დ.დ.მ. კომპონენტების ცვლილების ყველა განსაკუთრებულობა რეგულარობის დარღვევის მახლობლობაში, აისახოს დატვირთვის პროცესში ძალებისა და მომენტების ცვლილებები და გადანაწილებები.

გაანგარიშების მეთოდები გეომეტრიული და ფიზიკური არაწრფივობის გათვალისწინებით საშუალებას იძლევა შეფასებულ იქნას დ.დ.მ. ყველა კომპონენტის ცვლილება, კრიტიკული დატვირთვის სიდიდეები და დატვირთვის პროცესში მდგრადობის დაკარგვის ფორმა, ამასთან ეს მეთოდები უფრო ეფექტურია სხვა რიცხვით ან რიცხვით-ანალიზურ მეთოდებთან შედარებით.

ნაშრომის პრაქტიკული ღირებულება მდგომარეობს დამუშავებული მეთოდებისა და მანქანური პროგრამების გამოყენების შესაძლებლობაში მანქანათმშენებლობის, გემთმშენებლობის კონსტრუქციებისა და აპარატების ელემენტების გაანგარიშებისათვის, ჭრილებისა და ხვრეტების მქონე სამფენიანი ფირფიტების მდგრადობის ამოცანებისათვის.

ნაშრომის რეალიზაცია. დისერტაციაში წარმოდგენილმა კვლევის შედეგებმა გამოყენება ჰპოვა: სანკტ-პეტერბურგის სამეცნიერო-საწარმოო ფირმა „ნასტ“-ის რთული მანქანათმშენებლობის კონსტრუქციებისა და ტექნოლოგიური მოწყობილობების სტატიკური გაანგარიშებისას.

შედეგების უტყუარობა განპირობებულია იმით, რომ გამოყენებულია საყოველთაოდ მიღებული ჰიპოთეზები და დაშვებები, რომელთა კორექტულობა თეორიულადაა დამტკიცებული და ყოველ პრაქტიკულ შემთხვევაში შეიძლება რიცხობრივად იქნას გამოკვლეული. უტყუარობა მტკიცდება აგრეთვე სხვადასხვა ავტორების მიერ მიღებული თეორიული და ექსპერიმენტალური შედეგების დამაკმაყოფილებელი დამთხვევით.

ნაშრომის აპრობაცია. დისერტაციის ძირითადი შედეგები მოხსენებულ იქნა:

- საერთაშორისო სიმპოზიუმზე „მყარი დეფორმირებადი სხეულის მექანიკა“ (თბილისი, 1998 წ.);
- საერთაშორისო სიმპოზიუმზე „სეისმომედეგობა და საინჟინრო სეისმოლოგია“ (თბილისი, 1999 წ.);
- საერთაშორისო სიმპოზიუმზე „საბუნებისმეტყველო და საინჟინრო დარგების განვითარების ისტორიის საკითხებზე“ (თბილისი, 2000 წ.);
- რესპუბლიკურ სამეცნ. ტექნ. კონფერენციაზე „სამშენებლო კონსტრუქციები“ (თბილისი, 2001 წ.);

- საავტომობილო-საგზაო ინსტიტუტის საიუბილეო რესპუბლიკურ კონფერენციაზე (თბილისი, 2001 წ.);
- რესპუბლიკურ კონფერენციაზე „მშენებლობა და ოცდამეერთე საუკუნე“ (თბილისი, 2004 წ.);
- საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის კონსტრუქციების დაზიანების ტექნიკური დიაგნოსტიკის კათედრის სამეცნიერო სემინარზე (თბილისი, 2005 წ.);
- საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის სამშენებლო მექანიკისა და სეისმომდეგობის, თეორიული მექანიკის, კონსტრუქციების დაზიანების ტექნიკური დიაგნოსტიკის კათედრების გაფართოებულ სამეცნიერო სემინარზე (თბილისი, 2006 წ.);

პუბლიკაციები. დისერტაციის თემაზე გამოქვეყნებულია 7 სამეცნიერო ნაშრომი და 1 თეზისი.

ნაშრომის მოცულობა. დისერტაცია შედგება შესავლის, ოთხი თავის, დასკვნების და ლიტერატურისაგან. იგი შეიცავს 173 გვერდს, მათ შორის 68 ნახაზია, 3 ცხრილი. ლიტერატურა მოიცავს 138 დასახელებას, გადმოცემულს 14 გვერდზე.

თავი I. თანამედროვე წარმოდგენების მიმოხილვა მანქანა-დანადგარების დაკაბულ- დემონტირებულ მდგომარეობაზე და ზიდვის უნარის კონტროლზე

1.1. წარმოქმნილი პრობლემები და ამოცანები

ტექნიკის ისეთი დარგების განვითარება, როგორცაა სამრეწველო და სამოქალაქო მშენებლობა, ავიამშენებლობა, სარაკეტო და კოსმოსური მშენებლობა, მანქანათმშენებლობა და სხვა, შეუძლებელია მათემატიკური მოდელების დიდფექტიანი საშუალებების გარეშე. ისინი გვაძლევენ არა მარტო ახალი ტექნიკური იდეებიდან კონკრეტულ კონსტრუქციულ გადაწყვეტილებებზე გადასვლის პროცესის დაჩქარების საშუალებას, არამედ მიღებული კონსტრუქციის ხარისხის შესამოწმებელ ციკლს.

პირველ და შედარებით მარტივ სიმტკიცის თეორიას წარმოადგენს უდიდესი ნორმალური ძაბვების თეორია, რომელიც სათავეს იღებს გალილეიდან. ამ თეორიის თანახმად, საშიში მდგომარეობა მასალებში დგება მაშინ, როგორც კი ერთ-ერთი ძაბვა აღწევს სიმტკიცის ზღვარს.

სიმტკიცის მეორე თეორიას საფუძველი ჩაუყარა მარიოტმა (1662 წ.). მისი ჰიპოთეზის თანახმად კრიტიკული მდგომარეობა დგება მაშინვე, როგორც კი ფარდობითი წაგრძელება აღწევს გარკვეულ კრიტიკულ სიდიდეს. მოგვიანებით (1773 წ.) კულონის მიერ შემოთავაზებული იყო მაქსიმალური მხები ძაბვების თეორია, რომელიც კარგად ესადაგებოდა ექსპერიმენტულ მონაცემებს. უფრო მოგვიანებით (1913 წ.) მიზესის მიერ დამუშავებული იქნა სიმტკიცის ენერგეტიკული თეორია, რომელსაც დღესაც არ დაუკარგავს თავისი მნიშვნელობა და წარმატებით გამოიყენება კონსტრუქციების ზიდვის უნარის დადგენის მიზნით. ორმოცდაათიან წლებში დაიხვეწა და წარმოდგენილი იყო სიმტკიცის კულონ-მორის თეორია, ლენინგრადის უნივერსიტეტის პროფესორის ი. იანგის სიმტკიცის

თეორია და აგრეთვე ჟურკოვსკის სიმტკიცის კინეტიკური თეორია. მეტად ეფექტური მეთოდი ფირფიტებისა და გარსების ზიდვის უნარის დასადგენად ეკუთვნის მ. მიქელაძეს, რომელმაც მოცულობითი ძაბვითი მდგომარეობით დაამუშავა კონსტრუქციათა ზიდვის უნარის შეფასება ზედა და ქვედა კრიტიკული მდგომარეობების მიხედვით.

კონსტრუქციათა ზიდვის უნარის დადგენა სამშენებლო მექანიკის ერთ-ერთ აქტუალურ საკითხად ითვლება. ის მეტად რთულ მათემატიკურ ამოცანას წარმოადგენს და მისი სრულყოფილად წარმოდგენის მიზნით საჭიროა მათემატიკური უზრუნველყოფის საიმედო ბაზის შექმნა.

მათემატიკური მოდელების შექმნისას განსაკუთრებით ფენოვანი (მრავალშრიანი) კონსტრუქციების ანალიზისას აუცილებელია სამშენებლო მექანიკის და დეფორმირებული მყარი ტანის მექანიკის ამოცანათა ამოხსნის ერთ-ერთი ყველაზე ეფექტური რიცხვითი მეთოდის – სასრულ ელემენტთა მეთოდის (სემ)-ის გამოყენება.

ბოლო დროს გამოქვეყნებულ ლიტერატურაში გვხვდება სემ-ის გამოყენებით ფენოვანი კონსტრუქციების ანალიზი. ასევე მოყვანილია ფენოვანი კონსტრუქციების ანალიზი სემ-ის გამოყენებით, რომელიც აგებულია გარკვეულ ჰიპოთეზებზე. ფირფიტისათვის. ანალოგიური ტიპის ელემენტი პირველად შექმნა ოდენმა [111].

მიუხედავად იმისა, რომ ამ გამოკვლევებში გამოიყენებოდა მართკუთხა ელემენტები, ისეთი პრობლემის გადაწყვეტა როგორცაა ნახვრეტებიან (პერფორირებულ) ფენოვან ფირფიტებში ხვრელის ირგვლივ ძაბვის კონცენტრაციის (თავმოყრის) განსაზღვრა საკმაოდ რთულია.

სასრული ელემენტთა მეთოდი ძირითადად ეფუძნება ფენოვანი ფირფიტებისა და გარსთა თეორიას, რომელიც გარკვეულწილად ეფუძნება კირხჰოფ-ლიავის ჰიპოთეზას, რაც გამოისახება იმით, რომ

განივი დეფორმაციები არ წარმოადგენენ ფუნქციებს გარსის სისქის კოორდინატების მიმართ, ამასთან არადეფორმირებული გარსის ნორმალი, რომელიც წარმოადგენს წრფეს, დარჩება ისევე წრფედ და ნორმალი დეფორმირებული ზედაპირის მიმართ ცალკეული ფენების შემთხვევაში და იგი მობრუნდება დეფორმირებული ზედაპირის (გარსის) მიმართ იმდენჯერ, რამდენჯერაც ფენა გადადის ფენაში. ანალოგიური წინადადება შემოთავაზებული და დამუშავებული იყო შრომებში [121-125], ასევე ორფენიანი და სამფენიანი ფირფიტებისათვის. იზოტროპული მასალებისათვის მსგავსი ჰიპოთეზა შემოტანილი იქნა ბოულისა და რეისნერის [114] მიერ. ამასთან გარსის ფენათა სისქე საკმარისად მცირეა და ფენათა რაოდენობა საკმარისად დიდია, ხოლო ერთფენიანი ფირფიტების თეორია ემსგავსება ვლასოვისა [16] და ტიმოშენკოს [71] თეორიას სამფენიანი (სენდვიჩი) ფირფიტებისათვის.

საზოგადოდ, გარსთა და ფირფიტათა თეორიაში ერთ-ერთ ყველაზე აქტუალურ პრობლემას წარმოადგენს ძვრის ფაქტორის განსაზღვრა სისქის მიმართ, აღნიშნული პრობლემის გადაჭრას მიეძღვნა უამრავი ე.წ. დაზუსტებული თეორია, მაგრამ, მიუხედავად ამისა პრობლემა პრაქტიკულად მაინც გადაუჭრელი რჩება. ამასთან უნდა აღვნიშნოთ, რომ ასევე აქტუალურ პრობლემას წარმოადგენს რიცხვითი შედეგების მიღწევა.

12. კონსტრუქციების ანალიზის თანამედროვე მეთოდები

კონსტრუქციების თანამედროვე პროექტირების მეთოდები, ტრადიციული და ახალი მასალებით, მჭიდროდ არის დაკავშირებული დეფორმირებული სხეულების მექანიკურ დამუშავება-დახვეწასთან, აგრეთვე ეფექტური რიცხვითი სქემებისა და ალგორითმული გადაწყვეტილებების შექმნასთან.

ბოლო წლების ნაშრომებში ყურადღებას ამახვილებენ იმაზე, რომ სწორედ მათემატიკური მოდელირების პრინციპები და ფიზიკური მეთოდები უნდა იყოს საფუძველი კონცეპტუალური, კონსტრუქტორული, ტექნოლოგიური და მასალათმცოდნეობის გადაწყვეტილების მიღებაში მანქანებისა და კონსტრუქციების შექმნის მთელ ეტაპზე.

ორი ძირითადი კლასის მოდელირების მეთოდების – ფიზიკურისა და მათემატიკურის შედარებისას, ბოლო დროს სულ უფრო მეტი ტიპის ამოცანათა გადაწყვეტაში გამოყენება ჰპოვა მათემატიკურმა მოდელირებამ. ე.გ.მ დახვეწამ და ციფრული მეთოდების მოდელირებამ შესაძლებელი გახადა ხშირ შემთხვევაში შეცვლილიყო დამატებითი ფიზიკური ძაბვები გამოთვლილი ექსპერიმენტებით, სიმტკიცეზე ანგარიშით, დეფორმირებადი პროცესების მოდელირება, დინამიკური პროცესები და მათზე დაყრდნობა საშუალებას იძლევა მივიღოთ ოპტიმალური კონსტრუქციული გადაწყვეტილებები, რაც განპირობებულია აგრეთვე შესამჩნევად დაბალი მათემატიკური მოდელირების ღირებულებით და სწრაფი კვლევადობის ჩატარებით.

სწორედ მათემატიკური მოდელირება და გამოთვლითი ექსპერიმენტი წარმოადგენს რთული ანალიზის ძირითად მეთოდს სამუშაო პროცესებისა და სისტემების „მანქანა-ადამიანი-გარემო“.

პრინციპულად ახალი კონსტრუქციის მანქანების, მოწყობილობების, ტექნოლოგიური პრინციპების შექმნა, რომლებიც განსაზღვრავენ სახალხო მეურნეობის დარგების განვითარების პროგრესს, შეუძლებელია ახალი ორიგინალური მათემატიკური მოდელების შექმნისა და დამუშავების გარეშე, რომელთა საფუძველსაც წარმოადგენენ უკანასკნელი სამეცნიერო ტექნიკური გადაწყვეტილებების ფუნდამენტური ძიებების შედეგები.

დინამიკური დატვირთვების ზეგავლენის ქვეშ მყოფი დეფორმირებადი სხეულების გამოყენება ბრტყელი გარემოს მექანიკის განსაკუთრებული წარმოსახვაა. სიზუსტის კლასი და დინამიკური სიმტკიცის ამოცანის დონე, რომელთა გადაწყვეტა ხერხდება მათემატიკური მოდელების საშუალებით, მათ სტრუქტურასა და ხარისხს წაუყენებს ხისტ მოთხოვნებს. საანგარიშო სქემა უნდა პასუხობდეს გადასაწყვეტ ამოცანას: საკმარისია სრულად აღიწეროს არსებითი მხარეები და უაღრესად აბსტრაგირებული იქნას სამოდელო პროცესის მეორეხარისხოვანი მხარეები. მოდელებში გათვალისწინებული უნდა იყოს პარამეტრების საშუალება, რომელთა ცვალებადობაც ექსპლუატაციაში შეიმჩნევა.

აუცილებელი თეორიული წინამძღვრები ასეთი მიდგომების განვითარებისათვის წარმოდგენილია შემდეგი ავტორების ნაშრომებში: ს. ტიმოშენკოს [71], დ.ვაინბერგის [11], ნ. ვალიშვილი [13], თ. ვაშაყმაძის [15], ი. ვეკუას [16], ვ.ვლასოვის [17], ა. ვოლმირის [18], ა. გოლდენვეიზერის [21], ი. ღუდუშაურის [36], ა. ლურიეს [45], მ. მიქელაძის [54], დ. ბუშნერის [85], ნ. მარტინის [112]. სისტემის მდგომარეობის დამახასიათებელ ძირითად ცვლად სიდიდეებად წარმოდგინება გადაადგილებები, დეფორმაციები და ძაბვები. შეიძლება გამოვეყნოთ მოძრაობის განტოლების გამოყვანის სამი ძირითადი მეთოდი, რომელთაგანაც თითოეული პრიორიტეტულია გარკვეული კლასის ამოცანისათვის.

პირველი დაკავშირებულია დალამბერის პრინციპის გამოყენებასთან, რომელიც იძლევა საშუალებას გამოვიყვანოთ მოძრაობის განტოლება დინამიკური წონასწორობის პირობიდან გამომდინარე.

განაწილებული პარამეტრიანი სისტემებისათვის, სისტემაზე მოქმედი ძალების წონასწორობის პირობების უშუალო გამოყვანა

ძნელდება. ასეთ შემთხვევაში შეიძლება გამოვიყენოთ შესაძლო გადაადგილების პრინციპი.

უმეტესად გავრცელებულია ვარიაციული მეთოდი – ჰამილტონის პრინციპი, რომელიც ითვალისწინებს ენერჯიის სკალარული სიდიდის ვარიაციულ დასმას. ის შესაძლო გადაადგილების პრინციპისაგან იმით განსხვავდება, რომ მის ფორმულირებაში არ შედის ინერციული და დრეკადი ძალები და ის განიხილავს ენერჯიის წმინდა სკალარულ სიდიდეებს, მაშინ როდესაც შესაძლო გადაადგილების მეთოდში ყველა ძალები და გადაადგილებები ხასიათით წარმოადგენენ ვექტორებს იმ შემთხვევაშიც კი, როცა მუშაობა ხასიათდება სკალარული სიდიდეებით.

ამგვარად, მყარი სხეულის დემპფირებადი მექანიკა იძლევა საშუალებას თავისუფალი მექანიკური სისტემის ქცევა დაიყვანოს სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნამდე, რომელსაც ოპერატორულ ფორმაში აქვს სახე:

$$\exists u = \varphi; u \in V, \quad (1.1)$$

სადაც \exists დიფერენციალური ოპერატორია (ზოგად შემთხვევაში არა წრფივი);

φ – გარე დატვირთვების ვექტორი;

u – გადაადგილების ვექტორი;

V – დასაშვებ გადაადგილებათა სივრცე.

გადაადგილების ვექტორი წარმოადგენს დიფერენცირებად ფუნქციათა კლასს, რომელიც აკმაყოფილებს მოცემულ სასაზღვრო პირობებს. ამოცანა ჩაითვლება გადაწყვეტილად, თუ შერჩეული u ფუნქციის კლასი ამავე დროს დააკმაყოფილებს (1.1) ტოლობას. თუმცა პრობლემატურია დასახული მიზნის მიღწევა, მაგრამ მათი რეალიზაცია შესაძლებელია უბრალო მექანიკური სისტემებისათვის. დიფერენციული ოპერატორის ბუნება (უნარი) მექანიკური ამოცანების

გადაჭრისას იძლევა საშუალებას განვახორციელოთ ამ ამოცანების ვარიაციული დასმა, ე.ი. დიფერენციალური განტოლების ამოხსნა შევცვალოთ ფუნქციონალის მინიმუმის მოძებნის ამოცანით

$$I(v) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\mathcal{A}, v, v) d\Omega - \int_{\Omega} (f, v) d\Omega \quad (1.2)$$

რომლისთვისაც (1.1) არის ეილერის განტოლება, რომელიც იძლევა ფუნქციონალის მინიმიზაციის პირობას.

$$u \in V; I(u) = \inf I(v); v \in V \quad (1.3)$$

ე.ი. ოპერატორის შექცევის ამოცანები და ფუნქციონალის $I(v)$ მინიმიზაცია ექვივალენტურებია და მათ გადაწყვეტას წარმოადგენს ერთი და იგივე ფუნქცია u . აქ და შემდგომში სიმბოლო (\cdot) ნიშნავს სკალარულ ნამრავლს

$$(f, u) = f_1 u_1 + f_2 u_2 + \Lambda \quad (1.4)$$

ამოცანის ვარიაციული დასმით ამოხსნის შემთხვევაში მიღებული გადაწყვეტილებები მარტივდება. ფუნქციონალებში მყოფ გამოსახულებას, აქვს საძიებელი ფუნქციის უფრო დაბალი რიგის წარმოებულის, ვიდრე შესატყვის დიფერენციალურ განტოლებაში, რაც აადვილებს ანგარიშების ალგორითმიზაციას, აფართოებს აპროქსიმირებულ ფუნქციათა კლასს, რომლებიც გამოიყენება მიახლოებით ამოხსნებში. ამოსახსნელ ალგებრულ განტოლებათა სისტემა წარმოიდგინება სიმეტრიული ლენტური მატრიცებით.

სწორედ ეს აღმოჩნდა მიზეზი ფართო გამოყენებისა სამშენებლო მექანიკის ამოცანების რიცხვითი მეთოდით გადაწყვეტისას, დაფუძნებული ვარიაციულ პრინციპზე, რომელთა შორის განსაკუთრებული ადგილი უკავია სემ-ს, რომელიც წარმოჩინდება როგორც საკოორდინატო ფუნქციების პირდაპირი ვარიაციული მეთოდი. მეორეს მხრივ სემ-ის სწრაფმა განვითარებამ ახალი ვარიაციული პრინციპების მძლავრი განვითარება გამოიწვია.

ს. მიხლინის [50] და მისი მოწაფეების ტერმინოლოგიის მიხედვით ფუნქციონალის მინიმიზაციის მიღწევა პირდაპირი

მეთოდებით, სასრულ-სხვაობიანი მიდგომის ანალოგიურად ვარიაციული ფუნქციონალის მინიმიზირება მიზანშეწონილია დასაშვები გადაადგილების სასრულ განზომილებიან სივრცეში, ამგვარად ამოცანა (1.3) შეიცვლება მიახლოებითი ამოცანით:

$$u \in V_k; I(u) = \inf_{v \in V_k} I(v); \quad (1.5)$$

რომლის ამონახსნი ამოცანის ზუსტ ამონახსნს ემთხვევა როცა $k \rightarrow \infty$.

განვიხილოთ შედარებით ცნობილი ვარიაციული ფორმულირება. დრეკადობის თეორიის ძირითადი თანაფარდობანი წარმოვადგინოთ ვექტორული სახით:

$$A^T \sigma + f = 0, \quad (1.6)$$

$$\sigma = D\varepsilon, \quad (1.7)$$

$$\varepsilon = Au. \quad (1.8)$$

ასეთი ტოლობები სრულდება სტრუქტურის მიერ დაკავებულ Ω არეში, ხოლო მის საზღვარზე მოცემულია სასაზღვრო პირობები $f_s - s_1$ -ზე და გადაადგილებანი $u_s - s_2$ -ზე.

$$A_s^T \sigma = f_s; u = u_s \quad (1.9)$$

სადაც u, ε გადაადგილების და დეფორმაციების ვექტორია; f, σ - გარე ძალების და ძაბვების ვექტორებია, A_s და u_s - დიფერენცირების და მიმმართველი კოსინუსების მატრიცებია, სიმბოლო T აღნიშნავს ტრანსპონირებულს. მექანიკის სტაციონალურ ამოცანებში დრეკადობის (1.6) განტოლებები და (1.9) სასაზღვრო პირობები წარმოადგენენ ეილერის განტოლებებს და ფუნქციონალის ბუნებრივი სასაზღვრო პირობებით ზოგად შემთხვევაში ატარებს ხუვაშიძეს სახელს [72]

$$I(u, \varepsilon, \sigma) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\varepsilon, D\varepsilon) d\Omega + \int_{\Omega} (\sigma, \{Au - \varepsilon\}) d\Omega - \int_{\Omega} (f, u) d\Omega - \int_{s_1} (u, f_s) ds - \int_{s_2} (\{u - u_s\}, A_s \sigma) ds. \quad (1.10)$$

გადაადგილების და ძაბვის ვექტორების ვარირებით შეიძლება ფუნქციონალის რამდენადმე გამარტივება და მიიღება რეისნერის შემდეგი ვარიაციული პრინციპი

$$I(u, \sigma) = \int_{\Omega} \left[(\sigma^T, Au) - \frac{1}{2} (\sigma, D^{-1} \sigma) \right] d\Omega - \int_{\Omega} (f, u) d\Omega - \int_{s_1} (u, f_s) ds - \int_{s_2} (\{u - u_s\}, A_s \sigma) ds. \quad (1.11)$$

ნაწილობითი ინტეგრების გამოყენებით და გადაადგილების ვექტორის გამორიცხვით მივიღებთ ფუნქციონალს, რომელიც დამოკიდებულია მხოლოდ ძაბვაზე

$$I(\sigma) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\sigma, D^{-1} \sigma) d\Omega + \int_{\Omega} (u_s, A_s \sigma \varepsilon) ds, \quad (1.12)$$

რის საფუძველზეც ფორმულირდება კასტილიანოს ვარიაციული პრინციპი. თუ წინასწარ შესრულებულია თანაფარდობანი (1.7), (1.8) და სასაზღვრო პირობები გადაადგილებებისათვის, მაშინ მივიღებთ ლაგრანჟის ვარიაციულ პრინციპს, ანუ სრული პოტენციალური ენერჯის მინიმუმის პრინციპს.

$$I(u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (Au, DAu) d\Omega - \int_{\Omega} (f, u) - \int_{\Omega} (u, f_s) ds. \quad (1.13)$$

ეს ფუნქციონალი შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით

$$I(u) = \Pi - W \quad (1.14)$$

სადაც $\Pi = \frac{1}{2} \int_{\Omega} A^T DAu \Omega$ - დეფორმაციის პოტენციალური ენერჯიაა;

$$W = \int_{\Omega} f u d\Omega + \int_{s_1} f_s u ds - \text{გარე ძალების მუშაობა.}$$

გადაადგილების u ვექტორი დინამიკის ამოცანებში არა მარტო სივრცითი კოორდინატების ფუნქციას წარმოადგენს, არამედ დროის ფუნქციაცაა, ამიტომ სათანადო ფუნქციონალი უნდა ავიღოთ ისე, რომ მასში შედიოდეს დროის დამატებითი კოორდინატიც.

დალაშქრის პრინციპის შესაბამისად დრეკადობის თეორიის განტოლება დინამიკისათვის იქნება:

$$\left. \begin{aligned} A^T \sigma + f &= p \\ \sigma &= D\varepsilon; \\ \varepsilon &= Au \end{aligned} \right\} \in \Omega,$$

სადაც $A_s^T = f_s \in S_1$,
(1.15)

$$u = u_s \in S_2.$$

საწყისი პირობების გათვალისწინებით

$$t = 0, u(p, 0), \delta(p, 0) = \delta(p), p \in \Omega, \quad (1.16)$$

სადაც p გამოსაკვლევი სხეულის (ტანის) ნებისმიერი წერტილია.

დინამიკის ამოცანის ვარიაციულ დასმაზე გადასვლა ზოგადად შეიძლება განვახორციელოთ ვირტუალური მუშაობის პრინციპის გამოყენებით, რომელიც აგრეთვე იწოდება შესაძლო გადაადგილების პრინციპად.

$$\int_{\Omega} [(A^T, \sigma, \delta u) + (f, \delta u) - (p, \delta u)] d\Omega + \int_S [(A_s^T \sigma, \delta u) - (f_s, \delta u)] dS = 0. \quad (1.17)$$

ინტეგრირებისას დროის t_1 -დან t_2 -მდე, როცა $\delta u(t_1) = 0$. $\delta u(t_2) = 0$ და ვგულისხმობთ, რომ მოცულობითი f და f_s ზედაპირული ძალები არ იცვლებიან ძირითადი ცვლადების ვარიაციისას, მათი გარდაქმნის შემდეგ, ნაწილობითი ინტეგრების გათვალისწინებით სივრცით კოორდინატებში და დროით, შეიძლება გამოვიყვანოთ პოტენციალური ენერჯიის სტაციონარობის პრინციპი, ან ჰამილტონის პრინციპი, რომელიც შედარებით მნიშვნელოვანი და ფუნდამენტალურია დინამიკის ვარიაციულ პრინციპებს შორის. ეს პრინციპი ამტკიცებს სისტემის მატერიალური წერტილების რეალურ მოძრაობას დროის t_1 მომენტიდან t_2 მომენტამდე ისეთნაირად, რომ ინტეგრალს დროითი სისტემის კინეტიკური და პოტენციალური ენერჯიის სხვაობიდან აქვს სტაციონალური მნიშვნელობა რეალური ტრაექტორიისათვის, შედარებით ახლობელი შესაძლო ტრაექტორიებისადმი:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta L dt = \int_{t_1}^{t_2} \delta (T - \Pi) dt = 0, \quad (1.18)$$

სადაც $L = T - \Pi$ ლაგრანჟიანია. მოყვანილ გამოსახულებაში T, Π სისტემის კინეტიკური და პოტენციური ენერგიებია: (ითვალისწინებს როგორც დეფორმაციის ენერგიას, ასევე კონსერვატიული გარე ძალების პოტენციალისას):

$$T = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\rho \dot{u}^2) d\Omega, \quad (1.19)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (Au, DAu) d\Omega - \int_{\Omega} (f, u) d\Omega - \int_{S_1} (f_s, u) ds. \quad (1.20)$$

თუ ჩავსვამთ მიღებულ მნიშვნელობებს (1.18)-ში, მივიღებთ დინამიკისათვის მინიმუმის ვარიაციული პრინციპის სრულ პოტენციალურ ენერგიას. ამ პრინციპის გამოყენებით შესაძლებელი ხდება უშუალოდ მივიღოთ მოძრაობის განტოლება ნებისმიერი მოცემული სისტემისათვის. მას გააჩნია ის უპირატესობა შესაძლო გადაადგილების პრინციპთან შედარებით, რომ განიხილავს ენერგიის სუფთა სკალარულ სიდიდეებს, მაშინ როცა შესაძლო გადაადგილების მეთოდით განხილული ყველა ძალები და გადაადგილებანი თავიანთი ხასიათით ვექტორულია იმ შემთხვევაშიც კი, როცა მუშაობა ხასიათდება სკალარული სიდიდეებით.

$$\int_{t_2}^{t_1} \delta(T - \Pi) dt + \int_{t_2}^{t_1} \delta W_H dt = 0, \quad (1.21)$$

სადაც W მუშაობაა, შესრულებული კონსერვატიული ძალებით, რომელიც ითვალისწინებს თავისუფალი გარე ძალების ზემოქმედებას და დისიპაციას. ახალი v ფუნქციის შემოტანით, რომელიც განისაზღვრება ტოლობით

$$v - \dot{u} = 0. \quad (1.22)$$

კინეტიკური ენერგია ჩავწერთ საბოლოო სახით

$$T = \frac{1}{2} \int_{\Omega} [(pv, v) - (\lambda, v) + (\lambda, \dot{u})] d\Omega, \quad (1.23)$$

სადაც λ ლაგრანჟის მამრაველია, რისი დახმარებითაც კინეტიკური ენერგიის ფუნქციონალში ჩართულია დამატებითი (1.22) პირობა. (1.21)

გამოსახულებიდან მივიღებთ ხუ-ვასიძეს პრინციპს დინამიკაში, სადაც შესაბამისად (1.20)-სა

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\varepsilon, D\varepsilon) d\Omega + \int_{\Omega} (\sigma \{ Au - \varepsilon \}) d\Omega - \int_{\Omega} (f, u) d\Omega - \int_{S_1} (f_s u) ds - \\ & - \int_{S_2} (\{ u - u_s \}, A_s \sigma) ds. \end{aligned} \quad (1.24)$$

თუ მიღებული (1.23) და (1.24) გამოსახულებებიდან გამოვრიცხავთ u , v , ε , σ თანმიმდევრულად, მივიღებთ რეისნერის დამატებითი ენერჯიის სტაციონარობისა და ლაგრანჟის ვარიაციულ პრინციპებს.

მექანიკის ამოცანების სხვადასხვა ვარიაციული დასმები, რომლებიც ზემოთაა მოყვანილი, ხასიათდებიან როგორც თავისი უპირატესობებით, ასევე მათ გააჩნიათ ნაკლიც.

ყველა ფუნქციონალებიდან, უმეტესი გამოყენება ჰპოვა ლაგრანჟის ფუნქციონალმა, სადაც მოითხოვება u ფუნქციის აგება, რომელიც უნდა აკმაყოფილებდეს უწყვეტობის პირობებს, Ω არეზე და სასაზღვრო კინემატიკურ პირობებს S_2 -ზე. პოტენციალური ენერჯიის მინიმიზაციით განისაზღვრება მხოლოდ გადაადგილება, რის გამოც მეთოდის უარყოფითობა მდგომარეობს ძაბვების სიდიდის დაბალი სიზუსტით განსაზღვრაში, ზოგჯერ კი მათ წყვეტაში. განსაკუთრებით დიდი ცდომილებანი წარმოიქმნებიან ძაბვის კონცენტრაციის ადგილებში და არაერთგვაროვან არეში, სადაც არსებითად მასალათა სიხისტის ბუნება იცვლება.

ეს უზუსტობანი უჩინარდებიან, თუ ამოცანის ვარიაციული დასმა (გადაწყვეტა) ბაზირდება კასტილიანოს ფუნქციონალის გამოყენებაზე, ასაგებმა σ ფუნქციამ უნდა დააკმაყოფილოს წონასწორობის პირობები Ω -ზე და სტატიკურ სასაზღვრო პირობები S_1 -ზე. კასტილიანოს ფუნქციონალის გამოყენება განსაკუთრებით რთულია დინამიკის ამოცანებში.

ამ უზუსტობებისაგან თავისუფალია რეისნერის და ხუ-ვასიძეს ფუნქციონალები, რომლებიც მიეკუთვნებიან შერეული ტიპის ფუნქციონალებს. პირველ შემთხვევაში აპროქსიმირდება დაძაბულობისა და გადანაცვლების ველები, ხოლო მეორეში - დეფორმაციის ველი.

ვარიაციულ გადაწყვეტებში არსებითი მნიშვნელობა აქვს ორად ანალიზს. ამრიგად, ორადი პრინციპების ერთდროული გამოყენება (ლაგრანჟის და კასტელიანოს) საშუალებას იძლევა მივიღოთ ზუსტი ამოხსნების ზედა და ქვედა შეფასებები.

შერეული ვარიაციული პრინციპები ასეთი შეფასებისას იძლევიან მეტწილად საძიებელი სიდიდეების ზუსტ შუალედურ მნიშვნელობებს. ასეთი ტიპის ფუნქციონალების უარყოფითობა ამ ფუნქციონალების ექსტრემალური ბუნების არარსებობაში მდგომარეობს. ისინი ამტკიცებენ მხოლოდ სტაციონალობას, რაც გამოთვლითი ხასიათის სირთულეებს ქმნის.

განსაკუთრებულობა ჰამილტონის ვარიაციულ პრინციპსა და მონათესავე არასტაციონალური დინამიკის გაფართოებულ ვარიაციულ პრინციპებს შორის არის საწყისი მონაცემების ნაწილობრივი გათვალისწინება. ამ პრინციპების თანახმად, დასაშვები ფუნქციების მდგომარეობა დროის საწყის მომენტში ($t=0$) უნდა აკმაყოფილებდეს პირობებს გადაადგილებებზე ან პირობებს სიჩქარეზე. ამასთან ერთ-ერთი საწყისი პირობიდან გამოირიცხება და მისი გათვალისწინებისათვის უნდა შესრულდეს დამატებითი პირობები და დროის ბოლო მომენტში ($t=t_f$) აღნიშნული თავისებურება შეიძლება უგულებელგვყოთ სასაზღვრო ამოცანების ფორმულირების და ვარიაციული პრინციპებისას დროის ნახვევის გამოყენების საფუძველზე. აღნიშნულ შემთხვევაში დინამიკის ამოცანები დაიყვანება ინტეგრალურ განტოლებათა სისტემების ამოხსნამდე. ზოგად შემთხვევაში, დრეკადი სხეულის დინამიკური

ხასიათი, მანქანის თუ კონსტრუქციის აღწერა ხასიათდება დიფერენციალურ განტოლებათა, ინტეგრალურ და სხვა სისტემებით. ასეთი სისტემებით გადაწყვეტის რეალიზებისას, მათემატიკური მოდელირების მეთოდები იყოფა სამ დიდ ჯგუფად: ანალიზურ, რიცხვით და კომპლექსურად. დიფერენციალური განტოლების ანალიზური ამოხსნა შესაძლებელია მხოლოდ ყველაზე მარტივი იდეალიზებული შემთხვევისათვის. ამის გამო საკომპიუტერო ეპოქის ინჟინრები უპირატესობას ანიჭებდნენ ფიზიკური მოდელირების მეთოდს. ე.გ.მ-ის განვითარებასთან ერთად პოპულარული ხდება რიცხვითი მოდელირების მეთოდი, როგორც უფრო ეფექტური და ეკონომიკური, ვიდრე ფიზიკური მოდელირების მეთოდი. მათ მიეკუთვნება სხვადასხვა სახის პირდაპირი და არაპირდაპირი სასრულსხვაობიანი მეთოდები. ე.გ.მ-ზე ანალიტიკური და რიცხვითი მეთოდების ძლიერი და სუსტი მხარეების შედარებამ მიგვიყვანა მათ სინთეზამდე და კომპლექსური მათემატიკური მოდელის შექმნამდე. სამშენებლო მექანიკის ამოცანების გადაწყვეტისას საკმარისად უნივერსალური და ფართოდ გავრცელებული არიან სასაზღვრო ელემენტთა მეთოდი და სასრულ ელემენტთა მეთოდი (სემ).

1.3. სასრულ ელემენტთა მეთოდი სივრცით სისტემებში

სასრული წარმოდგენის გამოყენება კონსტრუქციების მოდელირებაში იძლევა საშუალებას გამოვრიცხოთ კერძო წარმოებულები სივრცული ცვლადების მიმართ. ამ დროს სისტემის დინამიკური ბუნება აღიწერება კოშის ამოცანით, ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებების სისტემით. დაწყებული 60-იანი წლებიდან სემ წარმოადგენს ძირითად საანგარიშო ინსტრუმენტს დრეკადობის თეორიის ამოცანების გადაწყვეტისას.

წარმოიშვა რა როგორც სამშენებლო მექანიკის ამოცანების ამოხსნის მეთოდი, დაიწყო სემ-ის ფართოდ გამოყენება ამოცანების

გადასაწყვეტად ტექნიკის სხვადასხვა სფეროებში. კიდევ უფრო გაფართოვდა მისი გამოყენების სფერო [41], როცა ნახევნები იყო რომ გამოსახულების პოტენციალური ენერჯის მინიმიზაციის გარდა, სემ-ის განსაზღვრებები შესაძლებელი გახდა მიღებული ყოფილიყვნენ სხვადასხვა მეთოდების გამოყენებით (მაგ. გალიორკინის მეთოდით, უმცირეს კვადრატთა და ა.შ.) ამან ერთის მხრივ უდიდესი როლი ითამაშა სემ-ის თეორიულ დამკვიდრებაში, ხოლო მეორეს მხრივ – შეიქმნა შესაძლებლობა სემ-ის გამოყენების ნებისმიერი დიფერენციალური განტოლების ამოხსნისათვის. ე.ი. გადაეწყვიტათ ელექტროსტატიკის ამოცანები, ჰიდრო და აეროდინამიკური, თბოგამტარობის და ა.შ. მათემატიკური საფუძვლებისა და ფიზიკური ინტერპრეტაციის დამოკიდებულებიდან გამომდინარე სემ-ს გააჩნია სხვადასხვა მოდიფიკაცია. მათ აერთიანებს ერთი საერთო იდეა, რომლის არსიც მდგომარეობს იმაში, რომ ნებისმიერი უწყვეტი სიდიდე, იქნება ეს ტემპერატურა, გადაადგილება თუ წნევა, შეიძლება აპროქსიმირდეს დისკრეტული მოდელით, რომელიც აიგება უბან-უბან უწყვეტი ფუნქციებით განსაზღვრულ სასრულ ქვესიმრავლეზე. ეს გვაძლევს საშუალებას მოვახდინოთ ვარიაციული ამოცანისათვის ფუნქციონალის მინიმიზაცია სასრულ ქვეარეთა ერთობლიობაზე, თითოეული მათგნისათვის გამოიყენება სტანდარტული სახის ბაზისურ ფუნქციათა მიმდევრობა, რომლის მეშვეობითაც მიიღება დასმული ამოცანის ამონახსნები, იმისდა მიუხედავად, თუ როგორია პარამეტრების განაწილება არის შიგნით, მისი გეომეტრია და სასაზღვრო პირობები.

მექანიკის განტოლების სასრულ ელემენტური ეკვივალენტის გამოსაყვანად, მეტწილად მოსახერხებელია ამ განტოლების ვარიაციული ფორმულირება, მაშინ როცა ენერჯის ფუნქციონალის მინიმიზაციის შემდეგ უშუალოდ მიიღება ალგებრულ განტოლებათა

სისტემა, რომელიც კონსტრუქციის კლასიკური წრფივი თეორიის გამოსახვის საუკეთესო საშუალებას წარმოადგენს. ამგვარად, ადგილი აქვს ვარიაციულ-სხვაობიანი მეთოდის ანალოგიას, სადაც განტოლების სასრულსხვაობიანი სისტემის მისაღებად გამოიყენება ერთ-ერთი ვარიაციული პრინციპი. განსხვავება იმაში მდგომარეობს, რომ აქ არსებით როლს ასრულებენ ფუნქციის ფორმები, განსაკუთრებით მათი ინტერპოლაციური ბუნება, ხასიათი. ეს გვაძლევს საშუალებას სემ-ში გაერთიანდეს სასრულსხვაობიანი და ვარიაციული მეთოდების უპირატესობები: პირველის უნივერსალობა და მეორის დიდი სიზუსტე.

სემ-ში, განსხვავებით სტანდარტული რელეი-რიტცის მეთოდისა, აღგებრული განტოლებანი მიიღებიან ვარიაციული ფუნქციონალის მინიმიზაციის შედეგად, ქმნიან ლენტურ მატრიცებს, ადვილად იხსნებიან პირდაპირი ან იტერაციული მეთოდით, მაშინ როცა შესაბამისი რიტცის მატრიცები არიან სრულნი და ძალიან ხშირად, ცუდად განპირობებულნი.

სემ-ის მნიშვნელოვან უპირატესობებს, რის გამოც იგი ფართოდ გამოიყენება, წარმოადგენს შემდეგი:

- მასალების ხასიათი შეიძლება იყოს არაერთგვაროვანი, რაც იძლევა საშუალებას გამოყენებული იყოს ფენოვან სისტემებში;

- მრუდწირული არე შეიძლება იყოს აპროქსიმირებული წრფივი სე-ით ანდა აღწერილია ზუსტად, მრუდწირული სე-ით. ე.ი. მეთოდი გამოყენებადია ნებისმიერი ფორმის საზღვრების მქონე არეებისათვის;

- სე-ის ზომები შეიძლება იყოს ცვალებადი, რაც იძლევა საშუალებას აუცილებლობის შემთხვევაში გავამსხვილოთ ან დავანაწევროთ არის დაყოფის ბადე;

– სემ იძლევა საშუალებას გავითვალისწინოთ სასაზღვრო პირობები წყვეტადი ზედაპირული დატვირთვით, აგრეთვე შერეული სასაზღვრო პირობები:

– მეთოდი ადვილად ალგორითმებადია და იძლევა საკმარისად ზოგადი პროგრამების შექმნის შესაძლებლობას სხვადასხვა კლასის კერძო ამოცანების ამოსახსნელად.

როგორც მათემატიკური ფიზიკის ამოცანების ამოხსნის ბევრ მეთოდებში, სემ-ში შეიძლება გამოიყოს ორი მიმართულება, მინიმალური დანახარჯებით და აუცილებელი სიზუსტით ამონახსნების მიღება, სადაც შეფასებული უნდა იყოს სიზუსტე, ე.ი. მათემატიკურად დასაბუთებული უნდა იყოს სემ-ის ძირითადი დებულებები [1] და საინჟინრო (გამოთვლითი), სადაც შესაძლებელია მეთოდის გამოყენება ურთულესი ტექნიკური ამოცანების გადასაწყვეტად მეთოდის გამოყენების შესაძლებლობის დასაბუთების გარეშე [11], [23], [44], [50]. ორივე ეს მიმართულება ერთმანეთის შევსების ხარჯზე ინტენსიურად ვითარდება.

სემ-ის რეალიზაციის პროცედურა შედგება ძირითადი ოპერაციებისაგან, რომელთაგანაც თითოეული ახდენს ზეგავლენას საბოლოო შედეგის სიზუსტეზე. ამ ოპერაციის ფორმულირება შეიძლება შემდეგნაირად:

I. საანგარიშო არის იდეალიზაცია. განსახილველი კონსტრუქცია წარმოიდგინება, როგორც სე-თა ერთობლიობა, დაკავშირებული ერთმანეთთან კვანძით წერტილებში. სე-ის სახეობა და საკვანძე წერტილების რაოდენობა განისაზღვრება კონსტრუქციის ხასიათით და ანგარიშის სასურველი საჭირო სიზუსტით. ფირფიტებისა და გარსითი სტრუქტურების ანგარიშისას ისინი იყოფა ორგანზომილებიან, ბრტყელ და სივრცით სასრულ ელემენტებად: სამკუთხა და მართკუთხა სე-ებად; კვანძითი წერტილები შესაძლებელია იყოს როგორც სე-ს წვეროებში, ასევე

მის საზღვარზე. სამკუთხა სე უფრო მეტად გამოიყენება არის საზღვარზე, ხოლო ოთხკუთხა სე უფრო ხშირად გამოიყენება არის საზღვრის შიგნით. შექლებისდაგვარად სასურველია, რომ არე დაიყოს ერთნაირ წესიერ მრავალკუთხედებად, რადგანაც იგი განაპირობებს განტოლებათა სისტემის გაუმჯობესებას [41],

ინტუიციურად ნათელი ხდება, რომ რაც უფრო ხშირია სე-ს ბადე, მით ზუსტია მიღებული ამონახსნები. სინამდვილეში მიახლოებითი ამონახსნებიდან ზუსტამდე კრებადობას ადგილი აქვს მხოლოდ სე-ის გამოყენებისას, რომლებიც აკმაყოფილებენ სიზუსტის მოთხოვნებს, რომლის შესახებაც ქვემოთ იქნება ნათქვამი.

II. ძირითადი უცნობების შერჩევა. პრაქტიკულ გამოთვლებში შესამჩნევი გამოყენება კპოვა სემ-მა, გადაადგილების მეთოდის ვარიანტში, რომელშიც ამოცანის ამოხსნის დროს ძირითად უცნობებად ითვლებიან საკვანძო გადაადგილებების კომპონენტები, ხოლო უკვე მათი დახმარებით აპროქსიმირებულ ფუნქციათა სისტემაში წარმოგვიდგება გადანაცვლების ველები ყოველ სე-ში და შემდეგ დეფორმაციები და ძაბვები ელემენტებში. გადაადგილების მეთოდს გააჩნია მთელი რიგი მრავალსახეობები: უმეტეს- წილად სემ-ში გამოიყენება შესაძლო გადაადგილების პრინციპის ფორმულირება. ამ შემთხვევაში პროცედურა რელეი-რიტცის ვარიაციული მეთოდის ანალოგიურია. პირდაპირი მეთოდი გამოიყენებს წონასწორობის განტოლებას დიფერენციალური ფორმით, რასთან დაკავშირებითაც ნაწილობრივ შეცვლილია სიხისტის მატრიცის აგების თანმიმდევრობა. ცნობილია, აგრეთვე სემ-ის სახესხვაობა ბუბნოვ-გალერკინის მეთოდის ფორმით, სადაც აგრეთვე გამოიყენება წონასწორობის დიფერენციალური განტოლებანი და საძიებელი ცვლადები მოიცემა გადაადგილებებში; ამ განტოლებების დაკმაყოფილებისათვის სე-ს შუალედებში შეჰყავთ გადაადგილების ფუნქცია, რომელიც დასაშვებია და ნახულობენ

შეუსაბამობას, რომელსაც შემდგომში აორთოგონალიზებენ ყოველ შემადგენელ გადაადგილებებთან [81] მიმართულებაში.

ცალკეული ამოცანების გადაწყვეტისას მოსახერხებელია ძირითად უცნობებად მიღებულ იქნას არა გადაადგილებები, არამედ ძალთა ურთიერთქმედება სე-თა კვანძებს შორის (სემ ძალთა მეთოდის ვარიანტში), რაც იძლევა შესაძლებლობას შედარებით ზუსტად განისაზღვროს ძაბვები. ძალთა მეთოდი ჩვეულებრივ გამოიყენება ან გამოთვლითი რესურსების უკმარისობისას, როცა აუცილებელია გამოვიყენოთ იერარქიული მიდგომა და ამოვხსნათ ამოცანა ნაწილობრივ, ან დიდი რაოდენობით ერთგვაროვანი ქვესტრუქტურები არსებობს. აღსანიშნავია, რომ სემ ძალთა მეთოდების ვარიანტში რთულად ექვემდებარება ავტომატიზაციას და ამის გარდა შეიცავს რიგ არაფორმალურ პროცედურებს, საანგარიშო სქემის შერჩევასთან დაკავშირებით, რომელმაც შეიძლება ზეგავლენა მოახდინოს რიცხვითი ამოხსნების მდგრადობაზე.

განვაზოგადებთ რა გადაადგილების და ძალთა მეთოდის განტოლებებს, დავალოთ სასრულ ელემენტური მეთოდზე, შერეული ვარიაციული პრინციპების გამოყენებით. შესაძლებლობა სემ-ის აგებისა შერეული ფუნქციონალების საფუძველზე ფართოა და მათ გამოყენებას გარკვეული უპირატესობა აქვს, რაც აღმოჩნდა მიზეზი, ბოლო დროს ასეთი მიდგომების ინტენსიური განვითარებისა [89]. შერეული მეთოდი იძლევა საშუალებას მივიღოთ მეტწილად ზუსტი შედეგები არა მარტო კვანძით წერტილებში, არამედ კვანძებს შორის. უზრუნველყოფს ძაბვისა და გადანაცვლების ფუნქციის აპროქსიმაციის დამოუკიდებლობას. შედარებით მარტივი გადაადგილების და ძაბვების ველთათვისაც კი ელემენტებს შიგნით შესაძლებელია მივიღოთ საძიებელი ფუნქციების უწყვეტი დამოკიდებულებანი სე-ის საზღვარზე. აქვე უნდა აღინიშნოს მეთოდის სიდიდე, კრებადობისა და მდგრადობის დამტკიცების

სირთულე ძალთა და გადაადგილების მეთოდებთან შედარებით. მაგრამ აღნიშნული სიძნელე შეიძლება დაძლეული იყოს, თუ შუალედური გარდაქმნების გამოყენებისას შერეული მეთოდის ზოგად განტოლებებს მივიყვანოთ ყოველი სე-თვის გადაადგილების მეთოდის სარეზულტატო დამოკიდებულებაზე და შემდეგ გამოვიყენებთ გადაადგილების მეთოდის ტრადიციულ თანმიმდევრობას.

შერეული ვარიაციული პრინციპების საფუძველზე შესაძლებელია აიგოს სემ-ის სხვადასხვა ჰიბრიდული სქემები, რომლებიც დაფუძნებული არიან ცვლადების რამოდენიმე ველის აპროქსიმაციაზე. ჰიბრიდულ ფორმულირებას ადგილი აქვს მაშინ, როცა ცვლადთა ერთი ველი, რომელიც შეიძლება იყოს როგორც ძაბვა. ასევე გადაადგილება, აპროქსიმირდება სე-ს შიგნითაც და სე-ს საზღვარზეც. სხვა ველები კი (მაგალითად დამატებითი გადაადგილების ან ძაბვის) აპროქსიმირდება მხოლოდ სე-ს შიგნით და სიხისტის მატრიცის (სმ) აგებისას გამოირიცხებიან, ე.ი. მთელი არისათვის ვარირდებიან მხოლოდ პირველი ველის ცვლადები. ასეთნაირად აგებული სემ-ის სქემები არიან ფრიად ეფექტური კონსტრუქციების არაერთგვაროვანი დეფორმაციების, ასევე კონცენტრატორებიანი კონსტრუქციების და სხვა ამოცანების ამოხსნისას. ძირითადი სირთულე შერეული და ჰიბრიდული სქემების აგებისას მდგომარეობს გადაადგილებისა და ძაბვის ველების აპროქსიმაციის აგებაში, რომელიც გამორიცხავს კინემატიკურ მოდებს დეფორმაციის ნულოვანი ენერგიით.

III. აპროქსიმირებადი ფუნქციების აგება სემ-ის ერთ-ერთი მეტწილად საპასუხისმგებლო ეტაპს წარმოადგენს, რომელიც ძირითადია შედგენის სიზუსტის შეფარდებისას, არის აპროქსიმირებადი გადაადგილების ველის ფუნქციის შერჩევა (და მაშასადამე დეფორმაციის და ძაბვის) სე-ის შიგნით კვანძების ცნობილ გადაადგილებებში. ყველა სე-ის აპროქსიმირებულ

ფუნქციათა ერთობლიობამ უნდა აღწეროს ზედაპირი, რომელიც მიახლოებულია მოცემული დატვირთვის ზეგავლენის ქვეშ მყოფი რეალური კონსტრუქციის დეფორმირებულ ზედაპირთან. თანაც ზედაპირის ეს მიახლოება უნდა ისწრაფოდეს ზუსტისკენ მით უფრო, რაც უფრო მცირდება სე-ს ზომები. სემ-ის ამოხსნის კრებადობის პირობები დაიყვანება შემდეგ დებულებებამდე: გადაადგილების ფუნქციები უნდა იყვნენ ისეთები, რომ:

– შეიცავდნენ მდგენელებს, რომლებშიც გათვალისწინებული იქნება ყველა სახის გადაადგილებები;

– სე-ში რეალიზდება მდგომარეობანი, რომლებიც შეესაბამებიან ყველა სახის დეფორმაციის მუდმივობას;

– დეფორმაციები სე-ის საზღვრებზე იყვნენ სასრულნი.

მითითებული მოთხოვნების დასაკმაყოფილებლად აპროქსიმირებადი ფუნქციების სახით უნდა იყოს შერჩეული დასაშვები დამოკიდებულებანი, ე.ი. უწყვეტი და უწყვეტი წარმოებულით განსახილველ არეში, რომლებიც აკმაყოფილებენ სისრულის პირობებს. იმ ფუნქციათა კლასს, რომლებიც აკმაყოფილებენ მათ, წარმოადგენენ პოლინომები, რომლებშიც უმაღლესი ხარისხის შესაკრებების არსებობისას უნდა იყოს წარმოდგენილი, გამონაკლისის გარეშე, უფრო დაბალი მთელი ხარისხების ყველა წევრი. რაც მეტია პოლინომის ხარისხი, მით უკეთესია მიახლოება.

პოლინომური გამოსახულებანი გამოიყენებიან სკალარული და ვექტორული სიდიდეების აპროქსიმაციისათვის სე-ს შიგნით იმიტომ, რომ უზრუნველყოფენ უწყვეტობას სე-ს არეებს შორის. ცალკეულ შემთხვევაში აპროქსიმაციისათვის (ზოლები, დერძულსიმეტრიული ამოცანების გადაწყვეტა არასიმეტრიული დატვირთვებისას) შეიძლება ეფექტური აღმოჩნდეს ტრიგონომეტრიული ფუნქციები. ყველაზე უკეთესი ფორმის ფუნქციები, რომელთა გამოყენებაც შესაძლებელი

იყო სემ-ში შემდეგია: ფუნქციები, განსაზღვრული ამოცანების საკუთარი ვექტორებით, რამდენადაც მათ მიეყვართ სიხისტის მატრიცის (ს.მ) დიაგონალურ სახემდე, მაგრამ მათი ანგარიში დაკავშირებულია სირთულეებთან. საზოგადოდ უნდა ითქვას, რომ სემ-ში ბაზისური ფუნქციები შეირჩევა სპლაინების სახით, რომლებიც შეიძლება მოკლედ როგორც „დანაწილებული პოლინომი“ განვსაზღვროთ, დიდი განსაკუთრებულობა ამ ბაზისური ფუნქციებისა მდგომარეობს იმაში, რომ ისინი ხდებიან ნულის ტოლი ყველგან, გარდა ელემენტარული არის ფიქსირებული რიცხვებისა, სწორედ ეს თვისება იწვევს, მატრიცის ლენტურ სახეს და სისტემის რიცხვითი ამოხსნის პროცესის მდგრადობას. სე-ის ს.მ, რომლებიც აკმაყოფილებენ ჩამოთვლილ პირობებს ეწოდებათ ერთობლივნი, ანუ შეთანხმებულნი, მათი გადაადგილების ფუნქციები მთელი სტრუქტურისათვის უწყვეტნი არიან და მიღებული ამონახსნები მონოტონურად მიდის ზუსტამდე. ეს პირობები შედარებით მარტივად დაკმაყოფილდებიან ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის, ბრტყელი დეფორმირებული მდგომარეობის, სამგანზომილებიანი ამოცანების საანგარიშოდ. თუმცა ღუნვის ამოცანებში სე-ის საზღვრის გასწვრივ პირველი რიგის წარმოებულის უწყვეტობის უზრუნველყოფა საკმარისად რთულია, ხოლო რთულ სისტემებში, სადაც გამოიყენება სე-ის სხვადასხვა ტიპის კომბინაციები, შეთავსება ხშირ შემთხვევაში შეუძლებელია.

პრაქტიკულად დამტკიცებულია, რომ გადაადგილებების და მათი წარმოებულების უწყვეტობის პირობა არ წარმოადგენს ამონახსნების კრებადობის აუცილებელ პირობას. მიუხედავად შრომების დიდი რაოდენობისა, რომელიც მიძღვნილია ამ პრობლემისადმი [4, 10, 41, 44, 48, 50, 52, 78, 80], მათემატიკურად მკაცრად დასაბუთებული კრებადობის კრიტერიუმები არ არსებობენ. აღმოჩნდა, რომ ამონახსნების კრებადობის გადასაწყვეტად

საკმარისია დაკმაყოფილდეს მხოლოდ მითითებული პირობიდან პირველი ორი, რომლის დროსაც გამოთვლილი პოტენციალური ენერგია არ წარმოადგენს პოტენციალური ენერგიის ზუსტი მნიშვნელობის ქვედა ზღვარს. აქედან გამომდინარე მონოტონური კრებადობა არაა გარანტირებული. ეს შეიძლება ვაჩვენოთ თხელი ფირფიტებისა და გარსების ამოცანების მაგალითზე, რომლებიც დაფუძნებულია კირხჰოფ-ლიავის ჰიპოთეზაზე სემ-ის გადაადგილების მეთოდის ფორმით. რიტცის მეთოდის გამოყენება სპეციფიური ნაირსახეობაა სისტემის სრული პოტენციალური ენერგიის ფუნქციონალის მინიმიზაციის ამოცანისათვის, რომელსაც მუდმივი სისქის მქონე ღუნვადი იზოტოპიური ფირფიტისათვის ექნება შემდეგი სახე

$$U = \frac{D}{2} \iint_{\Omega} [w_{xx}^2 + w_{yy}^2 + 2\mu w_{xx} w_{yy} + 2(1-\mu)w_{xy}^2 - qw] dx dy \quad (1.25)$$

სადაც D – ფირფიტის ცილინდრული სიხისტეა;

q – განაწილებილი დატვირთვა.

ამასთან ინტეგრების Ω არე დაყოფილია ქვეარეების ჯამად

$$\Omega = \sum_{k=1}^n \Omega_k \quad (1.26)$$

რომლებიც მოიცავენ ცალკეულ სე-ს, ხოლო U ფუნქციონალი წარმოადგენს U_k ფუნქციონალების ჯამს აღებული არეებით

$$\Omega_k : U = \sum_{k=1}^n U_k .$$

ასეთი წარმოდგენა დასაშვებია, თუ W გადაადგილებების ფუნქციის აპროქსიმაციები, Ω_k ქვეარეებიდან. უზრუნველყოფენ სე-ის მომიჯნავე საზღვრებზე არა მარტო W – ჩაღუნვების უწყვეტობას, არამედ მათი პირველი რიგის წარმოებულის უწყვეტობას ნორმალის გასწვრივ (მობრუნების კუთხეების). საქმე იმაშია, რომ ფუნქციონალის გამოსახულებაში, საძიებელი ფუნქცია W შედის თავისი მეორე რიგის წარმოებულებთან ერთად, ამიტომ ფუნქციონალის არსებობისათვის აუცილებელია უწყვეტობის უზრუნველყოფა, ყოველ შემთხვევაში W_x და W_y -ს პირველი რიგის წარმოებულების მთელ

განსახილველ არეში მაინც. თუ მიღებული აპროქსიმაციები არ უზრუნველყოფენ სე-ს მომიჯნავე საზღვრებზე მობრუნების კუთხის ერთობლივ მობრუნებას, მაშინ სემ-ის პროცედურის გამოყენება მიგვიყვანს ცდომილებით მიღებული ფუნქციონალის მინიმიზაციამდე, ე.ი. ანგარიშს ექვემდებარება არასაწყისი ამოსავალი მომიჯნავე ელემენტების მობრუნების კუთხეების ერთობლიობის უზრუნველყოფი ბმების მოხსნის ხარჯზე მიღებული კონსტრუქცია. ასევე, მეორეს მხრივ, გადაადგილების ფუნქციების აპროქსიმაციას სე-ის შიგნით აგრეთვე მივყავართ ფუნქციონალის დამახინჯებამდე. ამავე დროს ეს დამახინჯება ბმების დადების მაუწყებლად შეიძლება ჩავთვალოთ. სე-ს რიცხვის გადიდებასთან და მათი ზომების შემცირებასთან დადებული ბმების ზემოქმედება ფუნქციონალზე შემცირდება, ხოლო მოხსნილი ბმების ზეგავლენა მეზობელი სე-ის საერთო საზღვრების ჯამური სიგრძის გაზრდის გამო შეიძლება იზრდებოდეს. ამრიგად მიახლოებითი ამონახსნის ზუსტ ამოხსნამდე კრებადობის საკითხი ბადის დაყოფის გახშირებისას პრობლემატური ხდება. არსებობს სე-ად კონსტრუქციის დაყოფის ოპტიმალური ვარიანტი, ისეთი, რომ ბადის შემდგომი გაზრდის შემთხვევაში ამონახსნის სიზუსტე მცირდება.

თუ მოსაზღვრე სე-ის მობრუნების კუთხის ერთობლიობა არ არის დაცული, მაშინ მათ უწოდებენ შეუთავსებელს, ანდა C^0 -უწყვეტობას (ე.ი. უწყვეტნი არიან აპროქსიმირებადი ფუნქციები 0 რიგის წარმოებულებამდე), განსხვავებით ერთობლიობისაგან, ან C^1 -უწყვეტისაგან. ამჟამად ცნობილია ერთობლივი სე-ს ბევრი ვარიანტი, მაგრამ ყველა მათგანს აქვს შემდეგი ნაკლი: კონსტრუქციის თავისუფლების ხარისხის რიცხვის ზრდა მისი თანაბარი დაყოფით, ს.მ-ის აგებისას შრომატევადობის გაზრდა, აპროქსიმირებადი ფუნქციის უფრო რთული ანალიზური სახის გამო, სე-ის შეერთების სირთულეები კვანძების სხვადასხვა რაოდენობით, რომლებსაც

ექნებათ კვანძში თავისუფლების ხარისხის სხვადასხვა რაოდენობა. ამრიგად, სე-ის მეტისმეტი გართულებით სემ-ის უპირატესობა, დაკავშირებული მის უნივერსალურობასთან აზრს კარგავს. ამას გარდა, საჭიროებს გათვალისწინებას ის, რომ სრული ერთობლივი სე-ები ფლობენ მეტისმეტად დიდ სიხისტეს და კარგი შედეგების მიღებისათვის საჭიროა გამოვიყენოთ მეტი რიცხვი ელემენტებისა, ან უფრო მაღალი რიგის ელემენტები. იშვიათად არაერთობლივი სე-ები, ერთნაირი ბადეებისას იძლევიან საშუალებას მივიღოთ მეტწილად ზუსტი რეზულტატი, ვიდრე ერთობლივის შემთხვევაში. ეს აიხსნება იმით, რომ ერთობლივ სე-ს ყოველთვის აქვს მომატებული სიხისტე, ხოლო არაერთობლივი ფუნქციების შემოღება ხდის მათ უფრო მოქნილს [41, 4]. პრაქტიკული თვალსაზრისით აშკარაა, რომ ოპტიმალური იქნება ისეთი სე და ისეთი აპრიქსომირებადი ფუნქციები, რომლებიც იძლევიან მაქსიმალურ სიზუსტეს, უმცირესი გამოთვლითი ხარჯების გაღების შემთხვევაში.

აპროქსიმირებადი ფუნქციის შერჩევის საკითხი დაკავშირებულია სე-ის ფორმასთან. პრაქტიკაში ხშირად დგება რთული ფორმის სხეულების განხილვის საკითხი, რისი აღწერაც საკმარისად მცირე რაოდენობის უბრალო სამკუთხა და ოთხკუთხა სე-ით შესაძლებლად არ წარმოგვიდგება, საჭირო ხდება მათი გარდაქმნა თავისუფალი ფორმის სე-ბად. ასეთი გარდაქმნა შესაძლებელია მრუდწირული კოორდინატების შემოღების გზით. კოორდინატებს შორის კავშირის დასამყარებლად მეტწილად მოსახერხებელია გამოვიყენოთ გადაადგილების აპროქსიმაციის გამოყენებადი ფუნქციის ფორმები. სე-ი, რომლის აგების საფუძველსაც წარმოადგენს როგორც ელემენტთა კოორდინატი, ასევე მისი გადაადგილება ერთი და იგივე ფორმის ფუნქციის გამოყენებით, მიიღეს სახელწოდებად იზოპარამეტრული სე. ფაქტიურად იზოპარამეტრული სე-ის (იზოპარამეტრული სე) აგება თავის მხრივ

წარმოადგენს მართკუთხა სე-ის „გარდაქმნას“ მოცემული კვანძების რაოდენობით და რეალურ მრუდწირულ სე-ად იმავე რაოდენობის კვანძებით. თუ ფუნქციები, რომლებიც განაპირობებენ გადაადგილების ველს, წარმოადგენენ კუბურ პოლინომს, მაშინ იზოპარამეტრული სე-ის გვერდები აღიწერებიან იმავე კუბური ფუნქციებით და თუ იზოპარამეტრული სე-ის გეომეტრიის აღწერისათვის შეირჩევიან ერთობლივი გადაადგილების ველები, მაშინ გაერთიანებულ ანტიკურ მოდელში დეფორმირებული ელემენტი შეპირაპირდება ნებისმიერ მის მსგავს მეზობელ ელემენტთან გეომეტრიული მახასიათებლების გახლეჩის გარეშე.

იზოპარამეტრულ სე-ს შეიძლება ჰქონდეს კვანძების ნებისმიერი რაოდენობა, რომლებიც ამავე დროს შეიძლება შეეთავსოს ერთმანეთს. ისინი აკმაყოფილებენ სისრულის პირობას. აქედან გამომდინარე მათი გამოყენება უზრუნველყოფს ამონახსნების მონოტონურ კრებადობას.

მოცემული სიზუსტის მიღწევისათვის საჭიროა ასეთი სე-ის ნაკლები რაოდენობა, განსაკუთრებით სისტემაში, სადაც საძიებელი სიდიდეების გრადიენტები არ შეიძლება იყვნენ უბან-უბან მუდმივ ფუნქციათა სისტემით აპროქსიმირებულნი. მაგრამ მაქსიმალური სიზუსტის მისაღებად უნდა მივისწრაფოდეთ იმისკენ, რომ იზოპარამეტრული სე უახლოვდებოდეს წესიერი ფორმის სხეულებს, ხოლო შუალედური კვანძები განლაგებულ იქნას ახლის წიბოების შუაგულებთან.

IV. მთელი სისტემის ფუნქციონალის განსაზღვრა და მინიმიზაცია. ზემოთმოყვანილი ფუნქციონალები მეტნაკლებად გამოყენებულია სემ სხვადასხვა სქემებში. მათი ყველა უცნობი პარამეტრებით მინიმიზირება იძლევა საშუალებას მივიდეთ ამოსახსნელ განტოლებათა სისტემა.

დინამიკაში ამოცანა დაიყვანება ლაგრანჟიანის მინიმიზაციაზე (1.18), (1.19) და (1.20) გამოსახულებების გამოყენებით ჰამილტონ-ოსტოგრადსკის პრინციპების შესაბამისად ფუნქციონალის მინიმუმის პირობა იქნება

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{u}} \right] - \frac{\partial L}{\partial u} &= \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{u}} \int_{\Omega} (p_i \dot{u}_i) d\Omega \right] - \\ &- \frac{\partial}{\partial u} \left[\frac{1}{2} \int_{\Omega} (p_i \dot{u}_i) d\Omega - \frac{1}{2} \int_{\Omega} (Au, DAu) d\Omega + \int_{\Omega} (f, u) d\Omega + \int_{S_1} (f_s, u) ds \right] = 0. \end{aligned} \quad (1.27)$$

თუ სე-ის ფარგლებში ვაპროქსიმირებთ გადაადგილებების ველებს პოლინომების სახით X-ის და Z-ის ხარისხების მიმართ გვექნება

$$\Delta = La, \quad (1.28)$$

სადაც L – მატრიცაა, შედგენილი X, Z-ით და მათი ხარისხებით;

a – პოლინომების კოეფიციენტის ვექტორი.

კოეფიციენტების რიცხვი დაკავშირებულია საკვანძო გადაადგილებებისას მიღებულ ან სე-ის თავისუფლების ხარისხის რიცხვთან.

თუ კვანძების გადაადგილების ვექტორს აღვნიშნავთ N -თი, მაშინ გადაადგილების ველის Δ შეიძლება წარმოვიდგინოთ შემდეგი სახით:

$$\Delta = NU, \quad (1.29)$$

სადაც U – ფორმის ფუნქციის მატრიცაა.

თუ ვისარგებლებთ (1.8) გეომეტრიული დამოკიდებულებით გადაადგილებასა და დეფორმაციას შორის და ჩავსვამთ (1.29)-ში, მაშინ სე-ს დონეზე მივიღებთ:

$$\varepsilon = ANU = BU, \quad (1.30)$$

სადაც U მატრიცაა, რომელიც აკავშირებს დეფორმაციებს კვანძების გადაადგილებებთან.

ამასთან ძაბვების ვექტორს (1.7) ფიზიკური თანაფარდობისა და (1.30) გათვალისწინებით ექნება სახე

$$\sigma = DBU. \quad (1.31)$$

(1.29)-ის (1.27)-ში ჩასმის შემდეგ, მოელს სე-ზე დიფერენცირებისა და აჯამვის შემდეგ მივიღებთ

$$MU + KU - F = 0, \quad (1.32)$$

სადაც U, U კვანძების განზოგადოებული გადაადგილებისა და აჩქარებების ვექტორებია;

M, K – შესაბამისად გლობალური ს.მ. და მასების მატრიცაა (მ.მ.);

F – განზოგადოებული გარე დატვირთვის ვექტორია.

აქ ს.მ. მ.მ. და გარე დატვირთვის ვექტორი გაერთიანებულია ცალკეული ნაწილებისაგან, მიღებული ელემენტარულ დონეზე

$$K = \sum_i K_i; M = \sum_i M_i; F = \sum_i F_i. \quad (1.33)$$

ცალკეული სე-ი ს.მ.-ას (1.27) გამოსახულების შესაბამისად ექნება სახე:

$$K = \int_{\Omega} B^T DB d\Omega. \quad (1.34)$$

ანალოგიურად გამოითვლება გამოსახულებანი M და F –სთვის, მაგრამ აქ უნდა გავითვალისწინოთ, რომ ინერციული პარამეტრები და განაწილებული გარე დატვირთვა „გავრცობილია“ სე-ს მოელს ობიექტზე, იმ დროს როცა (1.32) გამოსახულებაში ჩვენ საქმე გვაქვს კვანძებში მოცემულ სიდიდეებზე. ასეთი გადასვლა შეიძლება განვახორციელოთ ფორმის არჩეულ მაპროქსიმირებელ ფუნქციებთან ელემენტის იმ დონეზე, რომლებიც განახორციელებენ სე-ს ნებისმიერი წერტილის გადაადგილების აპროქსიმაციას კვანძების გადაადგილების გზით (1.29)-ის შესაბამისად. ყოველივე ამის გათვალისწინებით გვექნება

$$M_i = \int_{\Omega_i} N_i^T \rho N_i d\Omega, \quad (1.35)$$

$$F_i = \int_{\Omega_i} N_i^T f N_i d\Omega. \quad (1.36)$$

კონსტრუქციის დანაწილებისას სე-ბად აუცილებელია, რომ ძალოვანი ფაქტორები აღმოჩნდნენ მოდებული საკვანძო წერტილებში. მოცულობითი და ზედაპირული ძალები, ისევე როგორც საწყისი დეფორმაციები, დაიყვანებიან გარე კვანძურ ძალებამდე.

დაწვრილებით გავარჩიოთ სე-ის მ.მ. ფორმირების თავისებურებები. თუ ინტეგრირებას განვახორციელებთ იმავე სქემით, როგორც ს.მ.-ის გამოთვლისას, მაშინ ასეთი გზით მიღებული მ.მ.-ა იწოდება შეთანხმებულად. მოცემული ტერმინი ხაზს უსვამს ფორმულირებას სასრულელებმენტიანი მოდელის სიხისტისა და მასური მახასიათებლების შეთანხმებულობას. მ.მ.-ს აქვს ისეთივე სტრუქტურა, როგორც ს.მ.-ს. კერძოდ, ორივე მატრიცას აქვს ერთნაირი არანულოვანი ელემენტების მდებარეობა და საჭიროა ერთნაირი მეხსიერების მოცულობა მათი ეგმ-ში შენახვისათვის. ამოცანის კორექტულად დასმისა და მკაცრი გადაწყვეტილებების უზრუნველსაყოფად აუცილებელია ვისარგებლოთ მხოლოდ შეთანხმებული მ.მ.-ით [10].

არაკონსერვატიული სისტემების შემთხვევაში (1.20) ვარიაციული ფუნქციონალი დამატებით შეიცავს დისიპაციურ ფუნქციას, რომელიც წარმოადგენს ხახუნის ძალების მუშაობას.

მექანიკური ენერჯის გაბნევის პროცესი მარტივად გაითვალისწინება განზოგადოებული სინქარების პროპორციული ძალების შემოტანით

$$R_0 = \int_{\Omega_i} v \delta d\Omega \quad (1.37)$$

სადაც v – რომელიმე რიცხვითი კოეფიციენტი. ზოგად შემთხვევაში მოცულობით ცვალებადი, ეგრეთწოდებული რელეის დისიპაციური ფუნქციაა

$$R_i = \frac{1}{2} \int_{\Omega_i} (v_i \delta u_i) d\Omega. \quad (1.38)$$

ამასთან განტოლება (1.32) გარდაიქმნება შემდეგი სახით

$$MU + CU + KU = F, \quad (1.39)$$

სადაც U – განზოგადოებული საკვანძო სიხქარეების ვექტორია;

C – დემპფირების გლობალური მატრიცაა (დ.მ.).

ანალოგიურად მ.მ. და დ.მ. შეიძლება წარმოდგენილი იქნას

$$C = \int_i C_i, \quad (1.40)$$

$$C_i = \int_{\Omega_i} N_i^T v N_i d\Omega. \quad (1.41)$$

V. ალგებრულ განტოლებათა სისტემის ამოხსნა. ამოხსნა ხორციელდება გამოთვლითი მათემატიკის მეთოდებით, რომლის რეალიზება ორიენტირებულია ეგმ-ზე. დინამიკური ანგარიშისას გამოსავალი პარამეტრები შეიძლება იყოს სისტემის საკუთარი რხევების ფორმები და სიხშირეები, რეაქცია გარეზე ზემოქმედებაზე, სპექტრული და სიხშირული ანალიზი და ა.შ. ჩვეულებრივად მიიღება ძალიან დიდი ალგებრულ განტოლებათა სისტემები, ამიტომ მათ ამოხსნას და გარდა ამისა გადაჭარბებულ გამოთვლით რესურსებს მივყავართ გაჩენილ შეცდომათა დამრგვალებამდე. სტატიკურ ანგარიშებში მათემატიკური მოდელების თავისუფლების რიცხვი აღწევს ათობით და ასობით ათასს, მაშინ როდესაც სემ-ის დინამიკურ მოდელებს აქვთ თავისუფლების ხარისხის რიცხვი, რომელიც რამდენიმე ასეულის ტოლია, იშვიათად – ათასის ტოლი. ეს ერთის მხრივ აიხსნება დინამიკური ანალიზის ალგორითმების სირთულით, მეორეს მხრივ – იშვიათია, საკუთარი რხევების ათზე მეტი ფორმის განსაზღვრის ინტერესი (გამონაკლისია აკუსტიკური ამოცანები), რამდენადაც ძლიერი ზემოქმედება დამოკიდებულია დაბალ ფორმებზე. დინამიკური ამოცანების ამოხსნის სირთულეები გახდა საბაზი სპეციალური მეთოდების დამუშავებისა, რომელიც

გვაძლევს საშუალებას შევამციროთ თავისუფლების ხარისხთა დიდი რიცხვი. მართლაც, დრეკადი მახასიათებლების ზუსტი გამოთვლა მოითხოვს ბევრად რთული მათემატიკური მოდელის გამოყენებას, ვიდრე ინერციული მახასიათებლების გამოსახულება, რადგანაც ისინი დამოკიდებულნი არიან გადაადგილებაზე, იმ დროს როცა სიხისტის მახასიათებლები წარმოადგენენ გადაადგილების ფუნქციების წარმოებულებს, რომლებიც ძნელად აპროქსიმირებადნი არიან. დინამიკური სისტემის კიდევ უფრო ზუსტი აღწერა მოითხოვება კონსტრუქციებში ძაბვის გამოთვლისას. ამის გამო, რთული სისტემების დინამიკური ანგარიშისას მიზანშეწონილად ითვლება წინასწარ დავამუშაოთ მოდელი კონსტრუქციის სტატიკური ძაბვის ანალიზისათვის, ხოლო დინამიკური ანალიზის შესრულების წინ არსებითად შევამციროთ თავისუფლების ხარისხების რიცხვი.

თავისუფლების ხარისხის რიცხვის საერთო შემცირებისათვის ეფექტურად გამოიყენება ორი საერთო პრინციპი.

მათგან უფრო მარტივი დაფუძნებულია იმის დაშვებაზე, რომ ინერციული ძალები განისაზღვრება მხოლოდ მოდელის თავისუფლების არჩეული ხარისხების საბოლოო რიცხვით, დანარჩენი თავისუფლების ხარისხები არ ჩაითვლებიან დინამიკურ ანალიზში და გამოირიცხებიან [48].

მეორე მიდგომისას თავისუფლების დინამიკური ხარისხი შემოსაზღვრულია იმის გათვალისწინებით, რომ კონსტრუქციაში გადაადგილებები დაკავშირებულნი არიან განსაზღვრული სახით და დინამიკური ანალიზისას ამპლიტუდები მიიღება განზოგადოებულ კოორდინატთა სახით.

VI. გამოსაკვლევი სისტემის დაძაბულ - დეფორმირებული მდგომარეობის (დდმ) კომპონენტების განსაზღვრა. განტოლებათა სისტემის ამოხსნის შედეგად გადაადგილებებში განისაზღვრებიან კვანძების გადაადგილებების მნიშვნელობები ნებისმიერი სე-სთვის,

რის საფუძველზეც თანმიმდევრობით მივიღებთ (1.29) გადაადგილებებს და (1.30) დეფორმაციებს სე-ის შიგნით, ხოლო შემდეგ ძაბვის ვექტორს (1.31) და კვანძებში ძალებს

$$F = KU . \quad (1.42)$$

ჩავსვამთ რა განსახილველი წერტილის კონკრეტულ კოორდინატებს, მივიღებთ დღმ-ის ყველა კომპონენტების სიდიდეებს ამ წერტილში. ამან არ უნდა შეგვიქმნას ილუზია, რომ ამოცანის ამოხსნა მიღებულია კონტინუალური სახით, რამდენადაც ამოხსნის ძირითად შედეგად ითვლებიან კვანძების გადაადგილების დისკრეტული მნიშვნელობები. გადაადგილებების, დეფორმაციებისა და ძაბვების მნიშვნელობები სისტემის ნებისმიერ წერტილში განიხილება, როგორც თავისებური ინტერპოლაციური გამოსახულება, განპირობებული სისტემის აპროქსიმირებული ფუნქციით.

სემ-ის ეფექტურობის შეფასებისას, მიღებული ამონახსნების ზუსტთან კრებადობის საკითხის გარდა საჭიროა განხილულ იქნას მიღებული შედეგების სიზუსტის შეფასების საკითხი, რომლებიც დამოკიდებულები არიან გამოყენებული სე-ის ტიპზე, მათ ზომებზე, ფორმებზე, კვანძითი წერტილების რიცხვზე. პრაქტიკულად ყველა ნაშრომი მიძღვნილია ახალი სე-ს შექმნასთან ან არსებულის დახვეწასთან, ალგებრული განტოლებების ამოხსნის ალგორითმების გადაწყვეტის დამუშავებასთან, გაშუქებულია აგრეთვე ამონახსნების სიზუსტის საკითხი, ამიტომ მისი შეფასება უნდა ხდებოდეს გამოთვლის ყველა ეტაპის გათვალისწინებით.

სემ-ის ანალიზისას მის უპირატესობებთან ერთად, რომლებიც განაპირობებენ მის ასეთ ფართო დანერგვას საანგარიშო პრაქტიკაში, უნდა აღინიშნოს მისი უარყოფით მხარეებიც და განვითარების პერსპექტივებიც. სემ-ის ძირითადი ნაკლი მდგომარეობს იმაში, რომ ხდება მთელი კონსტრუქციის

დისკრეტიზაცია, რასაც მიყვავართ სე-თა მოჭარბებულ რიცხვთან, განსაკუთრებით სამგანზომილებიან ამოცანაში. გარდა ამისა სემ ხშირად იწვევს მომიჯნავე ელემენტებს შორის ფიზიკური სიდიდეების არარეალურ წყვეტას (ძაბვის, დეფორმაციის). ეს აღმოჩნდა მიზეზი კონკურენტუნარიანი მეთოდების წარმოშობისა. მეტნაკლებად ეფექტური და პერსპექტიულია სასაზღვრო ელემენტთა მეთოდი ან ინტეგრალურ განტოლებათა სასაზღვრო მეთოდი, მაგრამ იგი სემ-ის შესაძლებლობებს აჭარბებს მხოლოდ ზოგიერთი კერძო ამოცანების გადაწყვეტისას [106].

პრაქტიკულად სასაზღვრო ელემენტთა მეთოდის გამოყენებაზე თავშეკავება გარკვეული სირთულეებითაა გამოწვეული, კერძოდ, იგი დაკავშირებულია დიფერენციალური განტოლებების ფუნდამენტური ამონახსნის მიღებასთან (მათ შორისაა აგრეთვე ცვლადკოეფიციენტისანი), რომლებიც მოდელირებენ რთული კონსტრუქციების მდგომარეობას, გამოთვლილს სინგულარული ინტეგრალებით. ეს განაპირობებს ჰიბრიდული მეთოდების გაჩენას სემ-ის საფუძველზე, რომელშიც სემ-ის სუსტი მხარეები ძლიერდებიან რომელიღაც მეთოდის ან სპეციალური პროცედურის ხარჯზე.

მეთოდის განვითარების პერსპექტივა ძირითადი სახით დაკავშირებულია ანგარიშების ავტომატიზაციასთან და ალგორითმიზაციასთან, რომელიც ითვალისწინებს სტრუქტურის დანაწევრების ავტომატიზაციას სე-ბად, დამუშავებული ინფორმაციის ეგმ-ში შეყვანისა და გამოყვანის დახვეწას, საანგარიშო ეფექტურ პროგრამას, სე-ის შექმნის ტექნოლოგიის დახვეწას. არსებობენ გარკვეული საანგარიშო კომპლექსური პროგრამები, რომლებიც ითვლებიან შედარებით სრულყოფილ პროგრამულ კომპლექსებად, ასეთებია:

NASTRAN, COSMOS, ANSYS, PATRAN-G, SAV-SAP, ADINA, ASAS, ASKA, CASPX, STRUDL, MARS-STRUS, FINEL, ЛИ და ა.შ. უმეტესობა მათგანი რეალიზებულია პერსონალური კომპიუტერებისათვის.

1.4. გარსთა თეორიის კინემატიკური თანაფარდობები ძვრის მოდელის გათვალისწინებით

ვთქვათ ვექტორი F და $\overset{\curvearrowright}{K}$ განსაზღვრავენ გარსის ნებისმიერ წერტილს დეფორმაციამდე და დეფორმაციის მომენტისათვის. $\overset{\curvearrowright}{K}$ ვექტორული ფუნქციაა, რომელიც განსაზღვრავს წერტილის მდებარეობას ეკვიდისტანციურ სიბრტყეზე. გავშალოთ ტეილორის მწკრივად შიდა ზედაპირის მიდამოში

$$\overset{\curvearrowright}{K} = R + x_3 \nabla \otimes R \cdot a_3 + \Lambda \quad (1.43)$$

სადაც $\nabla \otimes R = A_\alpha \otimes a^\alpha = G$ მეორე რანგის ტენზორია, ∇ ჰამილტონის ოპერატორია \otimes -ტენზორული ნამრავლია.

და V -თი აღვნიშნოთ გადაადგილების ვექტორები შუა ზედაპირის მიმართ, გვაქვს $\overset{\curvearrowright}{K} = \overset{\curvearrowright}{F} + u$.

ამ თანაფარდობიდან (1.43) გათვალისწინებით და $\overset{\curvearrowright}{F}(x^3) = r(x^\alpha) + x^3 a^3$, მივიღებთ

$$U = V + x_3 \gamma, \quad (1.44)$$

სადაც γ - ნორმალის მობრუნების სიდიდეა.

$$\gamma = A^3 - a_3,$$

სადაც $A^2 = \nabla \otimes R \cdot a_3 = A_\alpha \otimes a^\alpha \cdot a_3$.

გარსის დეფორმაცია $U = V + x_3 \gamma$ ჰიპოთეზის თანახმად განისაზღვრება

$$2e_{ij} = U_{,i} g_j + U_{,j} \cdot g_i. \quad (1.45)$$

შევიტანოთ (1.44) (1.45)-ში, მივიღებთ

$$\begin{aligned} 2e_{\alpha\beta} &= (V_{,\alpha} + x_3 v_{,\alpha}) \cdot g_\beta + (V_{,\beta} + x_3 v_{,\beta}) \cdot g_\alpha; \\ 2e_{\alpha 3} &= (V_{,\alpha} + x_3 \gamma_{,\alpha}) \cdot g_3 + \gamma \cdot g_\alpha; \end{aligned} \quad (1.46)$$

$$2e_{33} 2v \cdot g_3.$$

V და γ ზედაპირის ვექტორები შეიძლება დაიშალოს შემდეგნაირად $\{a_\alpha; a_3\}$ ბაზისში.

$$\begin{aligned} V &= V^\alpha a_\alpha + \varpi \cdot a_3 \\ v &= v^\alpha a_\alpha + v \cdot a_3. \end{aligned} \quad (1.47)$$

V და γ ვექტორის წარმოებულის განსაზღვრისათვის აუცილებელია ბაზისური ვექტორების წარმოებულის ფორმულები

$$\begin{aligned} g_{i,j} &= \Gamma_{ij}^k g_k; \\ a_{\alpha,\beta} &= \Gamma_{\alpha\beta}^\lambda a_\lambda + b_{\alpha\beta} a_3. \end{aligned} \quad (1.48)$$

თუ გამოვიყენებთ თანაფარდობებს $a_{3,a_\lambda} = -b_\alpha^\lambda$, (1.47) და (1.48) მივიღებთ

$$\begin{aligned} V_{,\alpha} &= \varepsilon_\alpha^\lambda a_\lambda + \psi_\alpha a_3; \\ v_{,\alpha} &= k_\alpha^\lambda a_\lambda + \varphi_\alpha a_3, \end{aligned} \quad (1.49)$$

სადაც

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha^\lambda &= v_\alpha^\lambda - b_\alpha^\lambda w; & \psi_\alpha &= \varpi_{,\alpha} + b_{\lambda\alpha} v^\lambda; \\ k_\alpha^\lambda &= \gamma_\alpha^\lambda - b_\alpha^\lambda \gamma, & \varphi_\alpha &= v_{,\alpha} + b_{\lambda\alpha} v^\lambda. \end{aligned}$$

(1.46) თანაფარდობებიდან (1.49)-ის გათვალისწინებით მივიღებთ

$$\begin{aligned} e_{\alpha\beta} &= \Omega_{\alpha\beta} + x_3 \chi_{\alpha\beta} + (x_3)^2 \Phi_{\alpha\beta}, \\ e_{\alpha 3} &= \Omega_{\alpha 3} + \frac{1}{2} x_{3\alpha 3}, \end{aligned} \quad (1.50)$$

$$e_{33} = \Omega_{33},$$

$$\Omega_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} (\varepsilon_{\alpha\beta} + \varepsilon_{\beta\alpha});$$

$$\chi_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} (\varkappa_{\alpha\beta} + \varkappa_{\beta\alpha})$$

$$\varkappa_{\alpha\beta} = K_{\alpha\beta} - b_\alpha^\lambda K_{\lambda\beta};$$

$$2\Phi_{\alpha\beta} = -b_\alpha^\lambda K_{\lambda\beta} - b_\beta^\lambda K_{\lambda\alpha}; \quad (1.51)$$

$$\Omega_{\alpha 3} = \frac{1}{2} (v_\alpha + \psi_\alpha);$$

$$\aleph_{\alpha 3} = \varphi_{\alpha} - b_{\alpha}^{\lambda} \gamma_{\lambda};$$

$$\Omega_{33} = \nu.$$

მაშასადამე გარსის ნებისმიერი წერტილის დეფორმაცია (1.49), (1.59), (1.51) გამოისახება 6 განზოგადებული გადაადგილებით $\nu^{\alpha}, \omega, \nu^{\alpha}$, რომლებიც წარმოადგენენ ფუნქციებს ორი კოორდინატის მიმართ. რაც წარმოადგენს ე.წ. ექვსმოდელიან გარსთა თეორიას. ზოგიერთ შემთხვევაში შეიძლება უგულებელყოთ ნორმალის დეფორმაცია, ე.ი. $\nu = 0$. მივიღებთ, რომ დეფორმაციები განისაზღვრებიან ხუთი განზოგადებული გადაადგილებით, რასაც ეწოდება ე.წ. გარსების ხუთმოდელიანი თეორია. მრავალფენიანი გარსებისა და ფირფიტების თეორიაში გამოიყენება ზემოთხსენებული მოდელი, როგორც თითოეული ფენისათვის, ასევე მთლიანი პაკეტისათვის.

გარსთა თეორიის თანაფარდობები ზედაპირის ყველა შესაძლო ფორმებისათვის შეიძლება ჩაიწეროს მრუდწირულ კოორდინატებში. ზოგიერთ შემთხვევაში ანგარიშის თვალსაზრისით მოსახერხებელია გამოვიყენოთ როგორც ორთოგონალური, ისე არაორთოგონალური კოორდინატები, რომლებშიც ადვილადაა შესაძლებელი ჩაიწეროს სასაზღვრო პირობები, ანდა ფიზიკური თანაფარდობები. ზოგად შემთხვევაში ორთოგონალურ კოორდინატებში კინემატიკური თანაფარდობები შესაძლებელია მივიღოთ (1.49), (1.50) და (1.51) თანაფარდობებიდან.

$a_{\alpha\beta}$ ტენზორი შესაძლებელია გამოისახოს ლიავეს კოეფიციენტებით A_1 და A_2 -ით.

$$a_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^2 & 0 \\ 0 & A_2^2 \end{bmatrix},$$

$$a^{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{A_2^2} \end{bmatrix}. \quad (1.52)$$

კრისტოფელის სიმბოლო ზედაპირის ტენზორის მეშვეობით გამოისახება შემდეგნაირად:

$$\begin{aligned}\Gamma_{\beta\nu\alpha} &= \frac{1}{2}(a_{\alpha\beta,\nu} + a_{\alpha\nu,\beta} - a_{\beta\nu,\alpha}); \\ \Gamma_{\beta\nu}^\alpha &= a^{\alpha\lambda}\Gamma_{\beta\nu\lambda}; \\ \Gamma_{\beta 3}^\alpha &= -b_\beta^\alpha; \quad \Gamma_{33}^\alpha = 0; \quad \Gamma_{\alpha 3}^3 = b_{\alpha\beta}; \quad \Gamma_{\alpha 3}^3 = 0; \quad \Gamma_{33}^3 = 0.\end{aligned}\tag{1.53}$$

(1.53)-ს თუ გავითვალისწინებთ (1.52)-ში მივიღებთ

$$\begin{aligned}\Gamma_{11}^1 &= \frac{1}{A_1} \frac{\partial A_1}{\partial x_1}; \quad \Gamma_{12}^1 = \Gamma_{21}^1 = \frac{1}{A_1} \frac{\partial A_1}{\partial x^2}; \\ \Gamma_{11}^2 &= \frac{A_1}{A_2^2} \frac{\partial A_1}{\partial x^2}; \quad \Gamma_{22}^2 = \frac{1}{A_2^2} \frac{\partial A_2}{\partial x^2}; \\ \Gamma_{22}^1 &= \frac{A_2}{A_1^2} \frac{\partial A_2}{\partial x^1}; \quad \Gamma_{12}^2 = \Gamma_{21}^2 = \frac{1}{A_2} \frac{\partial A_2}{\partial x^1}.\end{aligned}\tag{1.54}$$

კოვარიანტული დიფერენცირების ფორმულების გამოყენებით და (1.52) და (1.53) თანახმად მივიღებთ კინემატიკურ თანაფარდობებს (1.49) და (1.53)-ს ორთოგონალურ მრუდწირულ კოორდინატებში ჩაწერილს ($u = v_{(1)}; v = v_{(2)}$).

$$\begin{aligned}\Omega_{(11)} &= \frac{1}{A_2} \frac{\partial u}{\partial x^1} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_1}{\partial x^2} v - b_{(11)} w; \\ \Omega_{(22)} &= \frac{1}{A_2} \frac{\partial v}{\partial x^2} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial x^1} u - b_{(22)} w; \\ 2\Omega_{(12)} &= \frac{1}{A_2} \frac{\partial u}{\partial x^2} - \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial x^1} v - \frac{1}{A_1} \frac{\partial v}{\partial x^1} - \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_1}{\partial x^2} u; \\ \chi_{(11)} &= \aleph_{(11)} - b_{(11)} \varepsilon_{(11)} = \frac{1}{A_1} \frac{\partial \gamma_{(1)}}{\partial x^1} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_1}{\partial x^2} \gamma_{(2)} - \\ &\quad - b_{(11)} \gamma - b_{(11)} \left[\frac{1}{A_1} \frac{\partial u}{\partial x^1} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_1}{\partial x^2} v - b_{(11)} \omega \right]; \\ \chi_{(22)} &= \aleph_{(22)} - b_{(22)} \varepsilon_{(22)} = \frac{1}{A_2} \frac{\partial \gamma_{(2)}}{\partial x^2} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial x^1} \gamma_{(1)} -\end{aligned}$$

$$-b_{(22)}\gamma - b_{(22)}\left[\frac{1}{A_2}\frac{\partial v}{\partial x^2} + \frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial x^1}u - b_{(22)}w\right]; \quad (1.55)$$

$$2\chi_{(12)} = \frac{1}{A_2}\frac{\partial\gamma_{(1)}}{\partial x^2} - \frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial x^1}\gamma_{(2)} + \frac{1}{A_1}\frac{\partial\gamma_{(21)}}{\partial x^1} - \frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial x^2}\gamma_{(1)} -$$

$$-b_{(11)}\left[\frac{1}{A_2}\frac{\partial u}{\partial x^2} - \frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial x^1}v\right] - b_{(22)}\left[\frac{1}{A_1}\frac{\partial u}{\partial x^1} + \frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial x^2}u\right];$$

$$2\Omega_{(13)} = \gamma_{(1)} + \frac{1}{A_1}\frac{\partial w}{\partial x^1} + b_{(11)}u;$$

$$2\Omega_{(23)} = \gamma_{(2)} + \frac{1}{A_2}\frac{\partial w}{\partial x^2} + b_{(22)}v;$$

$$\Phi_{(11)} = -b_{(11)}\left[\frac{1}{A_1}\frac{\partial\gamma_{(1)}}{\partial x^1} + \frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial x^2}\gamma_{(2)} - b_{(11)}\gamma\right];$$

$$\Phi_{(22)} = -b_{(22)}\left[\frac{1}{A_2}\frac{\partial\gamma_{(2)}}{\partial x^1} + \frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial x^1}\gamma_{(1)}b_{(22)}\gamma\right];$$

$$2\Phi_{(12)} = b_{(11)}\left[\frac{1}{A_2}\frac{\partial\gamma_{(1)}}{\partial x^2} + \frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_2}{\partial x^1}\gamma_{(2)}\right] - b_{(22)}\left[\frac{1}{A_1}\frac{\partial\gamma_{(2)}}{\partial x^1} + \frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial A_1}{\partial x^2}\gamma_{(1)}\right];$$

$$\aleph_{(13)} = \frac{1}{A_2}\frac{\partial\gamma}{\partial x^1}; \quad \aleph_{(23)} = \frac{1}{A_2}\frac{\partial\gamma}{\partial x^2}; \quad \Omega_{(23)} = \gamma.$$

ბრუნვითი გარსებისათვის [13] მრუდწირული კოორდინატების სახით შესაძლებელია ავირჩიოთ მერიდიანის გასწვრივ S და წრეხაზის გასწვრივ φ , მაშინ $x^1 = S$, $x^2 = \varphi$.

1.5. ფიზიკური თანაფარდობები მრავალფენიანი გარსებისათვის

განვიხილოთ მრავალფენიანი გარსი, სადაც თითოეულ ფენას გააჩნია განსხვავებული სიხისტე. ამრიგად გარსის დრეკადობის მახასიათებელი იცვლება $x_3 = z$ ღერძის მიმართ. ამასთან მივიღეთ, რომ ფენას გააჩნია სიმეტრიის სიბრტყე $x_3 = const$, რომელიც პარალელურია შუა ზედაპირის მიმართ. გარსის მასალის დრეკადობის მახასიათებელი ხასიათდება სიხისტის ტენზორის

საშუალებით. იგი შესაძლებელია გავშალოთ სივრცულ g_i ბაზისში, მივიღებთ:

$$A = \bar{A}i^{jkl} g_i \otimes g_j \otimes g_k \otimes g_l. \quad (1.56)$$

ასევე ტენზორი შესაძლებელია გავშალოთ შუა ზედაპირის ბაზისის მიმართ $\{a_\alpha; a_3\}$ და დავამყაროთ კავშირი მათ შორის, რომელიც შემდეგი სახით მოიცემა

$$A = A^{\alpha\beta\gamma\delta} a_\alpha \otimes a_\beta \otimes a_\gamma \otimes a_\delta + A^{\alpha 3 \gamma 3} a_\alpha \otimes a_3 \otimes a_\beta \otimes a_3 + \\ + A^{3333} a_3 \otimes a_3 \otimes a_3 \otimes a_3.$$

პრაქტიკული თვალსაზრისით უფრო საინტერესოა ფიზიკური თანაფარდობები დამრეცი გარსებისათვის ე.ი. $h/R_{\min} \ll 1$ და $\mu_\beta^\alpha = \delta_\beta^\alpha$ და $\mu = 1$. ამ შემთხვევაში ჰუკის კანონს გარსის ნებისმიერი ფენისათვის აქვს შემდეგი სახე

$$\sigma_{ij} = A^{ijkl} l_{kl}.$$

განვიხილოთ ფიზიკური თანაფარდობები მრავალფენიანი გარსისათვის. ვთქვათ გარსი შედგება ფენისაგან, რომელთა ფენებსაც აქვთ განსხვავებული სიხისტე, მხედველობაში მივიღოთ, რომ ცალკეული ფენებისათვის სიხისტე მუდმივია x_3 ღერძის გასწვრივ, შესაძლებელია იგი იყოს ცვლადი სიდიდე x^α ღერძის მიმართ. კინემატიკური თანაფარდობები ჩაიწერება შემდეგი სახით:

$$e_{\alpha\beta} = \Omega_{\alpha\beta} + x_3 \chi_{\alpha\beta}; \\ e_{\alpha 3} = \Omega_{\alpha 3}, \quad e_{33} = \Omega_{33}, \quad (1.57)$$

სადაც

$$\Omega_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(\varepsilon_{\alpha\beta} + \varepsilon_{\beta\alpha}); \\ X_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(k_{\alpha\beta} + k_{\beta\alpha}); \\ 2\Omega_{\alpha 3} = \nu_\alpha + \varphi_\alpha; \quad \Omega_{33} = \nu. \quad (1.58)$$

თუ მიღებულ თანაფარდობებს ჩავსვამთ

$$N^{33} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \mu \sigma^{33} dx_3; \quad M_{(2)\alpha\beta} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \mu \sigma^{\alpha\beta}(x_3) dx_3; \quad M^{\alpha\beta} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \mu \sigma^{\alpha\beta} x_3 dx_3;$$

ფორმულებში, მივიღებთ:

$$\begin{aligned} N^{\alpha\beta} &= Q^{\alpha\beta\gamma\delta} \Omega_{\gamma\delta} + B^{\alpha\beta\gamma\delta} \chi_{\gamma\delta} + Q^{\alpha\beta 33} \Omega_{33}; \\ M^{\alpha\beta} &= B^{\alpha\beta\gamma\delta} \Omega_{\gamma\delta} + D^{\alpha\beta\gamma\delta} \chi_{\gamma\delta} + B^{\alpha\beta 33} \Omega_{33}; \\ Q^\alpha &= 2Q^{\alpha 3\beta 3} \Omega_{33}; \\ N^{33} &= Q^{3333} \Omega_{33} + Q^{33\alpha\beta} \Omega_{\alpha\beta} + B^{33\alpha\beta} \chi_{\alpha\beta}, \end{aligned} \tag{1.59}$$

სადაც Q - მემბრანის სიხისტეა;

B - ღუნვის სიხისტეა;

D - მემბრანულ-ღუნვის სიხისტეა.

$$(Q, B, D) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} A(1, x_3, (x_3)^2) dx_3.$$

ინტეგრების შემდეგ მივიღებთ შემდეგ თანაფარდობებს მრავალფენიანი გარსის თითოეული ფენისათვის

$$\begin{aligned} Q^{\alpha\beta\gamma\delta} &= \sum_{k=1}^K A_{(k)}^{\alpha\beta\gamma\delta} [x_{3(k+1)} - x_{3(k)}]; \\ Q^{\alpha\beta 33} &= \sum_{k=1}^K A_{(k)}^{\alpha\beta 33} [x_{3(k+1)} - x_{3(k)}]; \\ Q^{3333} &= \sum_{k=1}^K A_{(k)}^{3333} [x_{3(k+1)} - x_{3(k)}]; \\ Q^{\alpha 3\gamma 3} &= \sum_{k=1}^K A_{(k)}^{\alpha 3\gamma 3} [x_{3(k+1)} - x_{3(k)}]; \\ B^{\alpha\beta\gamma\delta} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K A_{(k)}^{\alpha\beta\gamma\delta} [x_{3(k+1)}^2 - x_{3(k)}^2]; \\ B^{\alpha\beta 33} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K A_{(k)}^{\alpha\beta 33} [x_{3(k+1)}^2 - x_{3(k)}^2]; \\ B^{\alpha\beta\gamma\delta} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K A_{(k)}^{\alpha\beta\gamma\delta} [x_{3(k+1)}^3 - x_{3(k)}^3]. \end{aligned} \tag{1.60}$$

მრავალფენიანი გარსის სიხისტის ტენზორს ზემოთმოყვანილი ფორმულების თანახმად გააჩნია სიმეტრიის თვისება. ე.ი. ეს ტენზორები სიმეტრიულია ინდექსების წყვილის გადანაცვლების მიმართ. ტენზორების მატრიცული სახის ჩაწერისათვის გამოვიყენოთ საყოველთაო წესი: 11 → 1; 22 → 2; 33 → 3; 23 → 4; 13 → 5; 13 → 6.

მატრიცული სახით (1.59) ფიზიკური თანაფარდობები ჩაიწერება შემდეგნაირად

$$\sigma = D\varepsilon, \quad (1.61)$$

სადაც D წარმოადგენს მრავალფენიანი გარსის სიხისტეს.

სამკუთხა სასრული ელემენტის სიხისტის მატრიცის შედგენა განივი ძვრის გათვალისწინებით განხილულია ნაშრომში [5].

პირველი თავის დასკვნები

წინა პარაგრაფების მიმოხილვიდან შეიძლება შემდეგი დასკვნების გაკეთება:

1. მანქანა-დანადგარების კორპუსების დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის გაანგარიშების დახვეწის პრობლემა მეტად აქტუალურია და იმყოფება აქტიური დამუშავების სტადიაში;
2. კონტინუალური სისტემების გაანგარიშების ტრადიციული ანალიზური და რიცხვითი მეთოდების გადატანა ამოცანათა განხილულ კლასზე ხვდება სიძნელეებს, რომლებიც დაკავშირებულია კონსტრუქციის გეომეტრიული რეგულარობის დარღვევებთან და დეფორმაციის არაწრფივ ბუნებასთან;
3. ცნობილი რიცხვითი მეთოდების პირდაპირი რეალიზაცია მოითხოვს მანქანური დროის მნიშვნელოვან ხარჯს სინგულარობის მახლობლობაში დისკრეტიზაციის ბადის ცვლილებების აუცილებლობის გამო, აგრეთვე მანქანა-დანადგარების კონსტრუქციის ყოველ წერტილში მოცემული სიზუსტის უზრუნველსაყოფად;
4. სამეცნიერო ლიტერატურაში პრაქტიკულად არ გვხვდება მანქანა-დანადგარების კორპუსების ზოგადი დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის დეტალური ასახვა, აგრეთვე მისი კომპონენტების ცვლილებები დატვირთვის კრიტიკულ მნიშვნელობამდე გაზრდის დროს და მათი ზიდვის უნარის კონტროლი.

თავი II. ბზარიანი ფირფიტების ანალიზი ბრტყელი დაბაბული მდგომარეობისას

2.1. ფირფიტის დაბაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის ანალიზი მისი საზღვრის მართობი სასაზღვრო ბზარის შემთხვევაში

ნებისმიერი თვითგაწონასწორებული დატვირთვა ბზარის ნაპირებზე. ვთქვათ, დრეკადი სხეული წარმოადგენს ნახევრადუსასრულო სიბრტყეს. ($x \geq 0$), რომელშიც არის l სიგრძის წრფივი სასაზღვრო ბზარი. ნახევარსიბრტყის ზღვარზე და უსასრულობაში დაბევბი უგულბებელყოფილია, ხოლო ჭრილის ნაპირებზე მოცემულია დაბევბი (ნახ. 2.1)

$$\sigma_y^+(x, 0) = -P(x), \quad \tau_{xy}^+(x, 0) = -\tau(x), \quad (0 \leq x \leq l).$$

ამ ამოცანის ჩაკეტილ მიახლოებით ამოხსნას, რომელიც მიღებულია სინგულარული ინტეგრალური განტოლების სპეციალური აპროქსიმაციით, აქვს სახე:

$$K_I - iK_{II} = \sqrt{\frac{2cl^{c-1}}{\pi}} \int_0^l \frac{p(x) - i\tau(x)}{\sqrt{t^c - x^c}} dx, \quad (2.1)$$

სადაც $c = 2\pi^2/(\pi^2 - 4)$.

ნაპირზე მოქმედი პოლინომიალური დატვირთვა. როდესაც ბზარის ნაპირზე მოდებულია დაბევბი

$$p(x) - i\tau(x) = (\sigma - i\tau)(x/l)^n \quad (\text{Re } n > -1),$$

(2.1)-ის ამოხსნას აქვს სახე

$$K_I - iK_{II} = (\sigma - i\tau) \sqrt{2l/c} \Gamma\left(\frac{(n+1)/2}{\Gamma\left(\frac{(n+1)/2 + 1/2}\right)}\right), \quad (2.2)$$

სადაც $\Gamma(n)$ გამა-ფუნქციაა. n -ის დიდი მნიშვნელობებისათვის (2.2) თანაფარდობიდან გამომდინარეობს ასიმპტოტური წარმოდგენა

$$K_I - iK_{II} = (\sigma - i\tau) \sqrt{l/(n+1)},$$

რომელიც ემთხვევა ზუსტი ამოხსნით მიღებულ ანალოგიურ შედეგს

პოლინომიალური დატვირთვის მოქმედების დროს ცნობილია ზუსტი ამონახსნი კვადრატურებში:

$$K_i - iK_{ii} = (\sigma - i\tau)\sqrt{l} \exp[-k(n+1)] \Gamma((n+1)/2) / \Gamma((n+2)/2) \quad (2.3)$$

(Re n > -1),

სადაც $k(n+1) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \ln \left\{ 1 - (n+1)^2 \operatorname{tg}^2 y \operatorname{csc}^2 h^2 \left[(n+1) \frac{\pi}{2} \operatorname{tgy} \right] \right\} dy.$

2.1. ცხრილში მოცემულია ძაბვის ინტენსივობის კოეფიციენტის K_i რიცხვითი მნიშვნელობები, რომელიც მიღებულია [5] ნაშრომში (2.3)-ის ამოხსნით. აქვე მოცემულია K_i -ის მიახლოებითი მნიშვნელობები (2.2).

მიახლოებითი მნიშვნელობების შედარება ზუსტ მნიშვნელობებთან აჩვენებს, რომ (2.2)-ის ამოხსნის ფარდობითი ცდომილება, როცა $n=0$, შეადგენს 0,4% და n -ის ზრდასთან ერთად კლებულობს.

რიგი ავტორების მიერ ამოხსნილია განსახილველი ამოცანა მუდმივი და პოლინომიალური დატვირთვის მოქმედების შემთხვევაში.

[8] ნაშრომში მუდმივი დატვირთვის შემთხვევაში ძაბვების ინტენსივობის კოეფიციენტისათვის მიღებულია ხუთი ნიშნადი ციფრი

$$K_i - iK_{ii} = 1,1215(\sigma - i\tau)\sqrt{\pi l}.$$

შეყურსული ძალის მოქმედება ბზარის ნაპირებზე. ბზარის ურთიერთმოპირდაპირე ნაპირებზე ნახევარსიბრტყის კიდიდან b მანძილზე მოდებულია სიდიდით Q ტოლი, მაგრამ მიმართულებით საპირისპირო ნორმალური P და მხები Q შეყურსული ძალები (ნახ. 2.2). მაშინ (2.1) ამონახსნიდან [1-3]

$$K_i - iK_{ii} = 2(P - iQ)\sqrt{c/2\pi l} / \sqrt{1 - (b/l)^c}. \quad (2.4)$$

როცა $b=0$ (2.2) გამოსახულება გვაძლევს ზუსტ ამონახსნს [12, 13]

$$K_i - iK_{ii} = 2(P - iQ)\sqrt{c/2\pi l}.$$

თუ ამ შედეგს შევადარებთ ძაბვების ინტენსივობის კოეფიციენტებს უსასრულო ფირფიტისათვის $2l$ სიგრძის ბზარით, როცა მის ცენტრში მოდებულია შეყურსული ძალები $2P$ და $2Q$:

2.1. ცხრილი

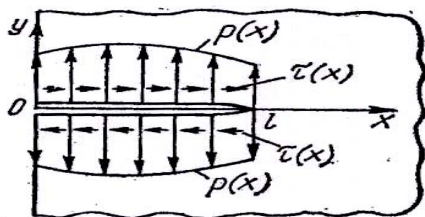
ფორმულის ნომერი	n									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
(2.2)	1,1256	0,6851	0,5269	0,4420	0,3876	0,3491	0,3201	0,2972	0,2786	0,2631
(2.3)	1,1213	0,6828	0,5254	0,4409	0,3867	0,3484	0,3196	0,2968	0,2782	0,2627

$$K_1 - iK_{II} = 2(P - iQ) / \sqrt{\pi l},$$

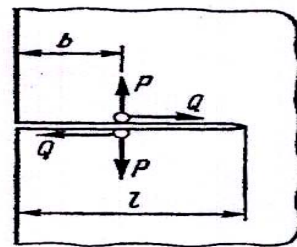
დავინახავთ, რომ ნახევარსიბრტყის თავისუფალი საზღვრის არსებობა ძაბვების ინტენსივობის კოეფიციენტს (ძ.ი.კ) ზრდის $\sqrt{c/2} \approx 1,297$ -ჯერ, ე.ი. თითქმის 30%-ით. $b \rightarrow l$ -ს ზრდა ნახევარსიბრტყის თავისუფალი საზღვრის გავლენას ამცირებს.

ძ.ი.კ.-ის ზუსტი მნიშვნელობები, ცნობილია, იმ შემთხვევაშიც როდესაც ბზარის დასაწყისში მოდებულია ორი შეყურსული ძეები ძალა (ნახ. 2.3) [13]:

იმ შემთხვევაში, როდესაც ბზარის ნაპირის ნებისმიერ წერტილში მოდებულია შეყურსული ძალები (ნახ. 2.2), ნაშრომში [14] მიღებულია ინტეგრალური განტოლებების რიცხვითი ამოხსნა, რომლის საფუძველზეც ინტერპოლაციის მეთოდით ძ.ი.კ.-სათვის აგებულია ანალიზური გამოსახულება.



ნახ. 2.1



ნახ. 2.2

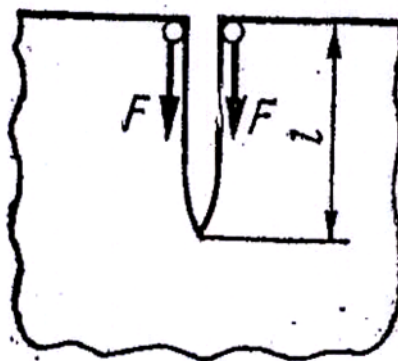
ფორმულის ნომერი	b/l									
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
(2.4)	1,2967	1,2970	1,2996	1,3082	1,3275	1,3647	0,4315	1,5514	1,7848	2,3740
(2.5)	1,2945	1,2942	1,2950	1,3009	1,3182	1,3549	1,4223	1,5429	1,7769	2,3695
რიცხვითი მნიშვნელობა		1,2961	1,2958	1,3013	1,3188	1,3547	1,4217	1,5423	1,7774	2,3689

$$K_1 - iK_{11} = \left(2(P - iQ) / \sqrt{\pi l} \right) \left[1 + (1 - \varepsilon^2)(0,2945 - 0,3912\varepsilon^2 + 0,7685\varepsilon^4 - 0,9942\varepsilon^6 + 0,5094\varepsilon^8) \right] / \sqrt{1 - \varepsilon^2}, \quad \varepsilon = b/l. \quad (2.5)$$

რიცხვითი მონაცემების შედარებიდან გამომდინარეობს, რომ (2.4)-ის ამოხსნის ფარდობითი ცდომილება არ აღემატება 1,2%, ხოლო (2.5)-ის შედეგები – 0,7%.

(2.4) და (2.5) გამოსახულებები შეიძლება გამოყენებული იყოს ძ.ი.კ. განსაზღვრისათვის, როცა სასაზღვრო ბზარის ნაპირებზე მოქმედებს ნებისმიერი თვითგამაწონასწორებელი დატვირთვა. ამ ტიპის სხვადასხვა ამონახსნი მოცემულია აგრეთვე [9, 15-18] ნაშრომებში.

(2.5) ფორმულის მეშვეობით [19] ნაშრომში ძ.ი.კ.-სთვის აგებულია მიახლოებითი ანალიზური გამოსახულებები იმ შემთხვევისათვის, როცა ნახევარსიბრტყის კიდეზე მოქმედებს შეყურსული ნორმალური და მხები ძალები, ხოლო ბზარის ნაპირები თავისუფალია დატვირთვისაგან:



ნახ. 2.3

$$K_1 - iK_{11} = \left((1 - \xi^2) / \sqrt{\pi l} \right) \left[(P + iQ)(0,8240 + 0,0637\xi - 0,8430\xi^2 + 15,41\xi^3 - 53,38\xi^4 + 59,74\xi^5 - 21,82\xi^6) + iP(1,294 - 1,184\xi + 5,442\xi^2 - 28,14\xi^3 + 41,80\xi^4 - 22,38\xi^5 + 3,162\xi^6) + Q(1,2943 + 0,0044\xi + 0,1289\xi^2 + 10,89\xi^3 - 22,14\xi^4 + 10,96\xi^5) \right], \quad (2.6)$$

სადაც $\xi = b/(b+1)$. (3.6)-ის საფუძველზე [19] ნაშრომში მიღებულია დ.ი.კ. ნახევარსიბრტყის კიდეზე დატვირთვის მოქმედების სხვადასხვა შემთხვევაში.

უბან-უბან მუდმივი დატვირთვის მოქმედება ბზარის ნაპირებზე
 (2.5) ამონახსნი გამოყენებული იყო აგრეთვე [14, 16] ნაშრომში დ.ი.კ. განსაზღვრისათვის, როცა ბზარის ნაპირებზე მოქმედებს უბან-უბან მუდმივი დატვირთვა (ნახ. 2.5), ხოლო ნახევარსიბრტყის კიდე თავისუფალია ძაბვებისაგან:

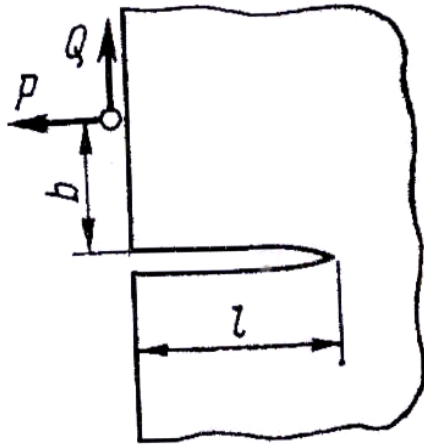
$$K_1 - iK_{11} = (p - i\tau) \sqrt{\pi l} (2/\pi) \arccos(b/l) [1 + (b/l)].$$

ფუნქციის მნიშვნელობები მოცემულია ქვემოთ [16]:

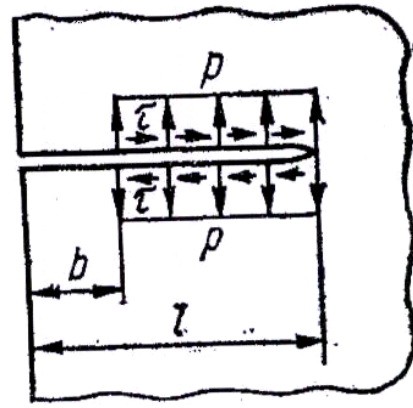
b/l	0	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50
$f(b/l)$	0,1215	0,1098	0,0973	0,0844	0,0715	0,0587
b/l	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	
$f(b/l)$	0,0462	0,0341	0,0224	0,0138	0,00	

დ.ი.კ. მნიშვნელობები სასაზღვრო ბზარისათვის, რომლის ნაპირებზე მოცემულია უბან-უბან მუდმივი დატვირთვა, მოცემულია [ნაშრომებში [17, 20].

შეყურსული ძალების მოქმედება ნახევარსიბრტყის შიგა წერტილებში. ვთქვათ ნახევარსიბრტყე სასაზღვრო ბზარით იჭიმება ორი შეყურსული P ძალით, რომლებიც მოდებულია ნახევარსიბრტყის შიგა წერტილებში ბზარის სიმეტრიულად (K_1) და მიმართულია საზღვრის პარალელურად (ნახ. 2.6, ა). [12] ნაშრომში მიღებულია ამოცანის სინგულარული ინტეგრალური განტოლების



ნახ. 2.4



ნახ. 2.5

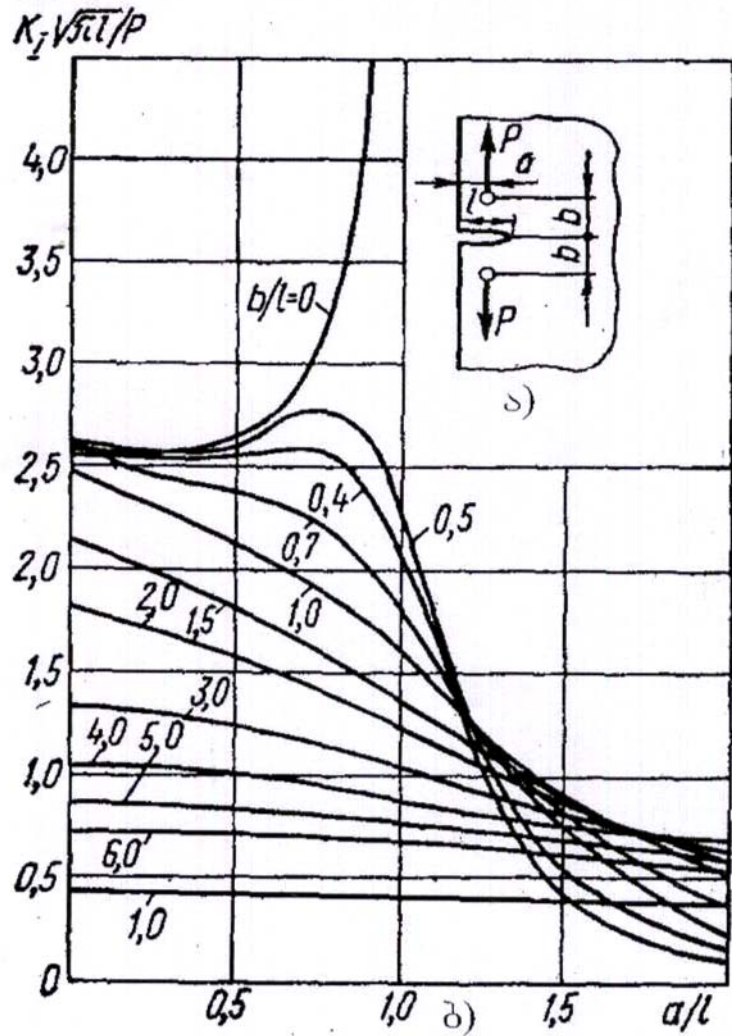
რიცხვითი ამონახსნი და განსაზღვრულია დ.ი.კ. K_1 -ის დამოკიდებულება ძალების მოდების წერტილების კოორდინატებზე ნაჩვენებია 2.6. ბ ნახაზზე. წირი, როცა $b=0$, აგებულია (2.5) ფორმულის საფუძველზე.

ნახევარსიბრტყის გახლეჩა. ნახევარსიბრტყის სასაზღვრო ბზარში ძალის მოქმედებით ჩასობილია აბსოლუტურად ხისტი სამკუთხედის ფორმის სოლი, რომლის გაშლის კუთხეა 2β ($\epsilon = \text{tg}\beta \ll 1$). ხახუნის სოლსა და ბზარის ნაპირებს შორის უგულებელყოფილია (ნახ. 2.7). ნაშრომში [22] ეს ამოცანა მოახლოებით ამოხსნილია კვადრატურებში სინგულარული ინტეგრალური განტოლების გულის სპეციალური აპროქსიმაციით. დამოკიდებულებას შეხების b ზონასა

$$P = -\frac{16\epsilon G \sin \beta}{\pi(N+1)\sqrt{l^c}} \left[\int_0^b \sqrt{\frac{(l^c - x^c)(b^c - x^c)}{x^c}} \times \right. \\ \left. \times \Pi \left(\frac{b^c}{x^c}, \sqrt{\frac{b^c}{l^c}} \right) dx + K \left(\sqrt{\frac{b^c}{l^c}} \right) \int_0^b \sqrt{\frac{l^c - x^c}{b^c - x^c}} x^c dx \right],$$

და მოქმედ P ძალას შორის, რომელიც განისაზღვრება სოლის წონასწორობის პირობიდან, აქვს სახე:

სადაც $K(0)$ და $\Pi(m, \rho)$ – პირველი და მესამე გვარის სრული ელიფსური ინტეგრალებია,



ნახ. 2.6

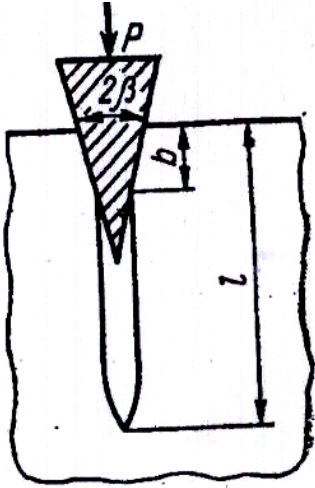
$$c = 2\pi^2 / (\pi^2 - 4)$$

ძ.ი.კ. ბზარის წვეროში გამოითვლება გამოსახულებით:

$$K_1 = \frac{4G\varepsilon\sqrt{2c(l^c - b^c)}}{(1+\nu)\sqrt{\pi l}} \int_0^b \frac{\sqrt{x^c} dx}{(b^c - x^c)(l^c - x^c)}$$

ნაშრომებში [23. 24] მოყვანილია ამოცანის ასიმპტოტური ამონახსნი.

ვთქვათ, ნახევარსიბრტყის საზღვრის ნაწილზე, რომელიც სასაზღვრო ზოლთან მდებარეობს, მიმაგრებულია ხისტი ზესადები (ხისტი წახნაგი, ან ბრტყელფუძიანი შტამპი), დატვირთული ნორმალური P და მხები Q ძალებით, ხოლო უსასრულობაში

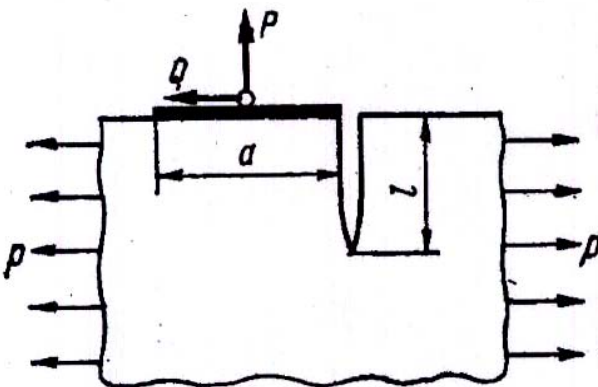


ნახ. 2.7

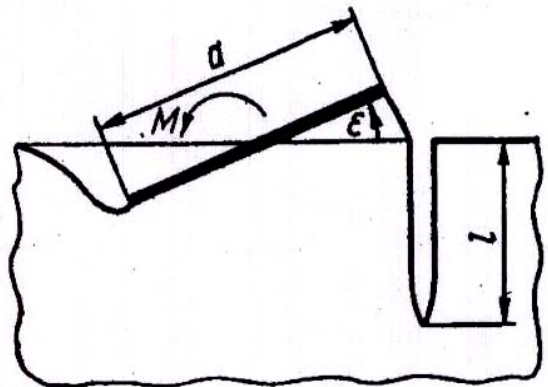
მოცემულია გამჭიმავი ძაბვები p . საზღვრის დანარჩენი ნაწილი და ბზარის ნაპირები თავისუფალია დატვირთვისაგან. ამასთან ზესადები რჩება ჰორიზონტალური (უგულებელყოფილია მისი ბრუნვა) დატვირთვის პროცესში (ნახ. 2.8). ამოცანა ამოხსნილია კომფორტული ასახვის მეთოდით [25, 26] ნაშრომებში. [26] ნაშრომში განხილულია აგრეთვე შემთხვევა, როცა წახნაგი მობრუნებულია თავისი ცენტრის გარშემო. აღნიშნულ ნაშრომებში მიღებულია, აგრეთვე, დამოკიდებულება ძაბვების

ნაკრებ მომენტს და მოდებულ P და Q ძალებს შორის, აგრეთვე, ბრუნვის ε კუთხეს შორის

ნახევარსიბრტყის ნაპირზე მართი კუთხით გამოდის ორი, სხვადასხვა l და a სიგრძის ბზარი, რომელთა შორის მანძილი უდრის d -ს. ბზარის ნაპირები და ნახევარსიბრტყის საზღვარი თავისუფალია დატვირთვისაგან, ხოლო ნახევარსიბრტყე უსასრულობაში იჭიმება საზღვრის პარალელური ძალებით p (ნახ. 2.10). ამოცანა ამოხსნილია [27] ნაშრომში მასური ძალების მეთოდით. ეს მონაცემები ემთხვევა [11] შრომაში მიღებულ შედეგებს.



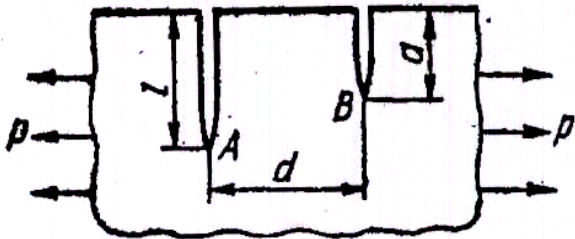
ნახ. 2.8



ნახ. 2.9

ცნობილია აგრეთვე დ.ი.კ. მნიშვნელობები ნახევარსიბრტყის გაჭიმვისას რამდენიმე თანაბრად განლაგებული სასაზღვრო ჭრილით [11]

განვიხილოთ l სიგრძის წრფივი ბზარების პერიოდული სისტემა, რომელიც ნახევარსიბრტყის თავისუფალი საზღვრიდან გამოდის მართი კუთხით.

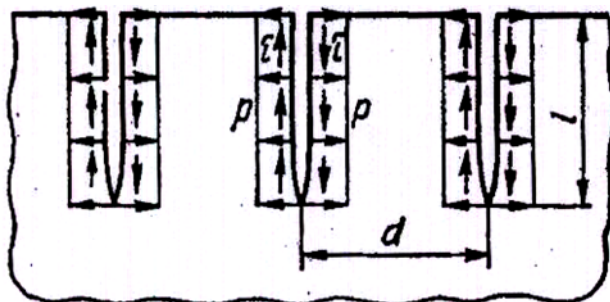


ნახ. 2.10

ბზარის ნაპირებზე მოცემულია მუდმივი ნორმალური (p) და მხები (τ) დატვირთვა (ნახ. 3.11) დ.ი.კ-ის მნიშვნელობები რომლებიც მიღებულია სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების მეთოდით, მოცემულია ქვემოთ [1, 2, 28].

l/d	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	2,0	3,0
$K_I / (p\sqrt{\pi l})$	1,1214	0,8720	0,6253	0,5104	0,4446	0,3987	0,2821	0,2303
$K_{II} / (\tau\sqrt{\pi l})$	0,1214	1,1320	1,2072	1,3291	1,4575	1,5797	2,0941	2,5075

დ.ი.კ-ის მნიშვნელობები, როდესაც ბზარის ნაპირებზე მოდებულია მუდმივი ნორმალური ძაბვები, მოცემულია შრომებში [10, 11, 17, 27, 29-31]. ბოლო შემთხვევაში [32] ნაშრომში ასიმპტოტური ამოხსნის საფუძველზე ბზარებს შორის დიდი და მცირე მანძილების დროს K_I -ისათვის მიღებულია შემდეგი სახის საინტეგრაციო გამოსახულება:

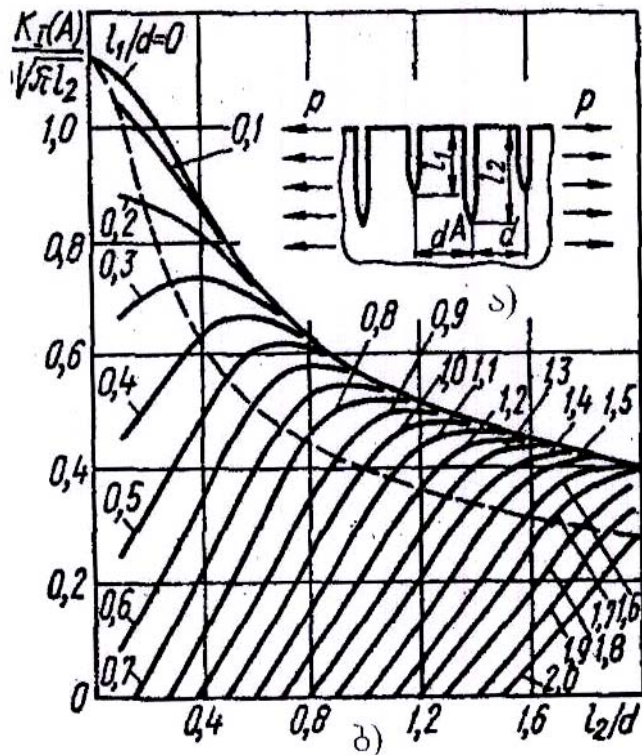


ნახ. 2.11

$$K_1 = p\sqrt{\pi/\varepsilon} \left\{ \left(1/\sqrt{\pi}\right) \left[1 + \varepsilon/2 + 3\varepsilon^2/8 + 5\varepsilon^3/16 + \right. \right. \\ \left. \left. + 35\varepsilon^4/128 + 63\varepsilon^5/256 + 231\varepsilon^6/1024 \right] + 22,501\varepsilon^7 - \right. \\ \left. - 63,502\varepsilon^8 + 58,045\varepsilon^9 - 17,577\varepsilon^{10} \right\},$$

სადაც $\varepsilon = d/(2l+d)$. ამ გამოსახულების პირველი ნაწილი (კვადრატულ ფრჩხილებში) წარმოადგენს ასიმპტოტურ ამონახსნს პარამეტრის მცირე მნიშვნელობებისათვის $O(\varepsilon^7)$ სიდიდის სიზუსტით ბზარებს შორის მცირე ფარდობითი მანძილებისათვის. სასაზღვრო ბზარების პერიოდული სისტემის ნაპირებზე ძვრის მუდმივი დატვირთვის მოქმედების შემთხვევა განხილულია [7] ნაშრომში.

ვთქვათ, ნახევარსიბრტყე, რომელიც შეიცავს სხვადასხვა l_1 და l_2 სიგრძის სასაზღვრო ბზარების პერიოდულ სისტემას, უსასრულობაში იჭიმება გამჭვივავი ძაბვებით. ნახევარსიბრტყის საზღვარი და ბზარის ნაპირები თავისუფალია დატვირთვისაგან (ნახ. 2.12 ა). დ.ი.კ. K_1 დამოკიდებულება $K_1(A)/p\sqrt{\pi/l_2}$ ფარდობაზე, სიგრძის ბზარის წევრებზე, რომელიც მიღებულია კონფორმული ასახვის მეთოდით [30], ნახვენებია 2.12 ბ ნახაზზე.



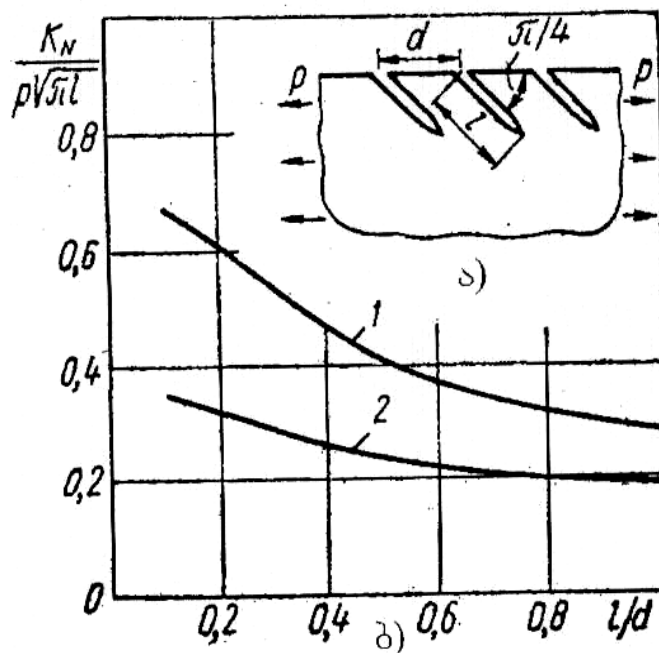
ნახ. 2.12

ნახევარსიბრტყის გაჭიმვისას, რომელიც შეიცავს საზღვრიდან $\gamma = \pi/4$ კუთხით გამოშვებული ბზარების პერიოდული სისტემის (ნახ. 2.13 ა), ძიკ. K_I და K_{II} , მოცემულია 2.13 ბ ნახაზზე.

სასაზღვრო ბზარები ნახევარსიბრტყეებში ხისტად ჩამაგრებული საზღვრით. ვთქვათ, დატვირთვისაგან თავისუფალი l სიგრძის წრფივი ბზარი გამოდის ხისტად ჩამაგრებული ნახევარსიბრტყის საზღვარზე. ნახევარსიბრტყე უსასრულოებაში იჭიმება P ძალებით (ნახ. 2.14). ძიკ. $K_I (K_{II}=0)$, რომელიც მიღებულია სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების რიცხვითი ამოხსნით, ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის დროს, როცა პუასონის კოეფიციენტი $\mu=0,3$, უდრის

$$K_I(A) = 0,8653p\sqrt{\pi l/2},$$

ხოლო ბრტყელი დეფორმაციის დროს კი –



ნახ. 2.13

$$K_I(A) = 0,8698p\sqrt{\pi l/2}.$$

[33] ნაშრომში მოყვანილია აგრეთვე დ.ი.კ. რიცხვითი მნიშვნელობები, როცა ნახევარსიბრტყე ხისტად ჩამაგრებული საზღვრით შეიცავს სასაზღვრო ბზარების პერიოდულ სისტემას.

იმ შემთხვევაში, როცა ნახევარსიბრტყის ხისტი საზღვარი ბზარის გამოსვლის წერტილში გახლეჩილია, დატვირთვისაგან თავისუფალი ბზარი იხსნება მოცემულ მარჯვენა ნაწილში ჰორიზონტალური (v) და ვერტიკალური (u) გადაადგილების ($u=\delta, v=\varepsilon$) და მარცხენა ნაწილში ($u=-\delta, v=-\varepsilon$) გადაადგილებების მოქმედებით (ნახ. 2.15). ამ ამოცანისათვის მიღებულია ზუსტი ჩაკეტილი ამონახსნი [13]:

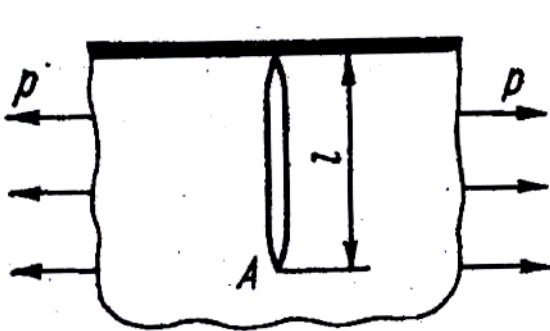
$$K_1 = 8G\delta / ((1+\nu)\sqrt{\pi l}),$$

$$K_{II} = 8G\varepsilon / ((1+\nu)\sqrt{\pi l}),$$

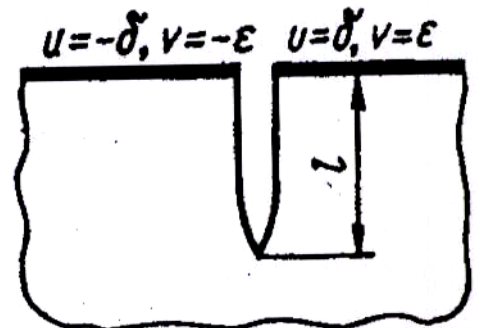
[3] ნაშრომში მიღებულია აგრეთვე დ.ი.კ. მნიშვნელობები, როცა ნახევარსიბრტყე იმყოფება გამჭიმავი ძალების მოქმედების ქვეშ უსასრულობაში.

2.2. ფირფიტა სხვადასხვა კონფიგურაციის სასაზღვრო ბზარებით

ვთქვათ, ნახევარსიბრტყე შეიცავს l სიგრძის წრფივ ბზარს, რომელიც საზღვართან ადგენს α კუთხეს. ბზარის ნაპირები



ნახ. 2.14



ნახ. 2.15

დატვირთულია მუდმივი ნორმალური (σ) და ძვრის (τ) ძაბვებით, ხოლო ნახევარსიბრტყე უსასრულობაში იჭიმება

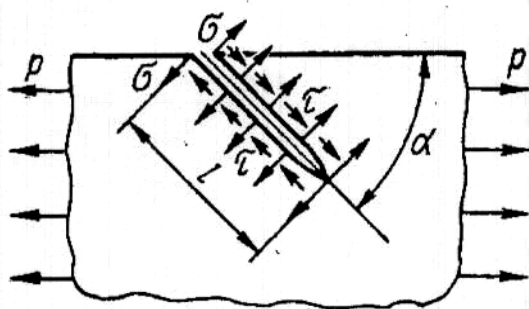
დატვირთვისაგან თავისუფალი საზღვრის პარალელური P ძალებით (ნახ. 2.16).

როცა ბზარის ნაპირებზე მოქმედებენ შეყურსული ძალები, დ.ი.კ-სთვის მიახლოებითი ანალიზური გამოსახულება მოცემულია შრომებში [41, 42]. ამოცანის ამოხსნა ნახევარსიბრტყისათვის, რომელიც შეიცავს ნებისმიერად ორიენტირებულ ტექნიკურ ბზარს და იმყოფება მკუმშავი ძაბვების ველში (უგულებელყოფილია ბზარის წირზე ნორმალური გადაადგილების ნახტომი), მიღებულია კვადრატებში [43, 44].

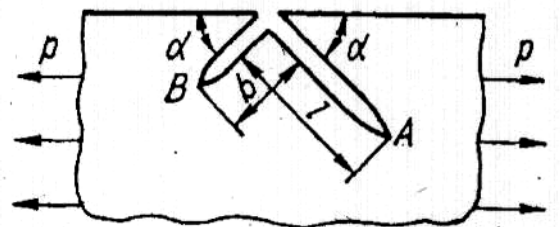
ერთი წერტილიდან გამომავალი ორი სასაზღვრო ბზარი, ვთქვათ, ნახევარსიბრტყის საზღვრის ერთი წერტილიდან გამოდის ერთნაირად დახრილი სხვადასხვა სიგრძის ორი წრფივი ბზარი. ბზარის ნაპირები და ნახევარსიბრტყის საზღვარი თავისუფალია დატვირთვისგან, ხოლო უსასრულობაში მოცემულია გამჭიმავი ძაბვები (ნახ. 2.17),

სხვადასხვა სიგრძის დახრილი ორი პარალელური სასაზღვრო ბზარი. ნახევარსიბრტყე თავისუფალი საზღვრით და დაუტვირთავი სხვადასხვა სიგრძის ორი პარალელური სასაზღვრო ბზარით, იჭიმება უსასრულობაში P ძალებით (ნახ. 2.18).

სასაზღვრო ტეხილი ბზარი. უსასრულობაში გამჭიმავი ნახევარსიბრტყის საზღვარზე გამოდის ორ მდგენისაგან შემდგარი

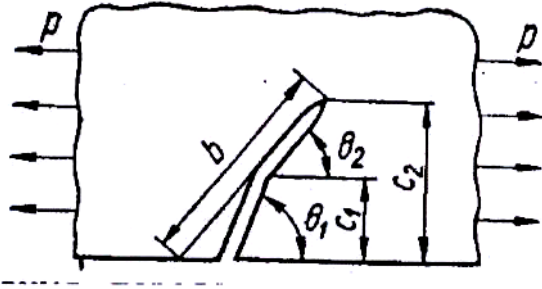


ნახ. 2.16



ნახ. 2.17

ტეხილი ბზარი, რომლის ნაპირები და ნახევარსიბრტყის საზღვარი თავისუფალია დატვირთვისაგან (ნახ. 2.19).



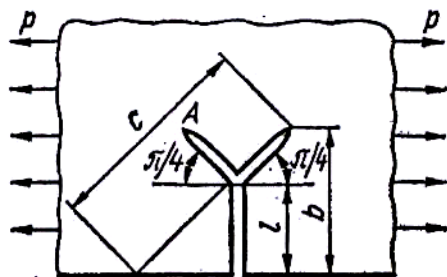
ნახ. 2.19

უსასრულობაში გამჭიმავი ნახევარსიბრტყე შესუსტებულია სასაზღვრო ბზარით, რომელიც საზღვრისაგან გარკვეულ მანძილზე მეორდება (ნახ. 2.20).

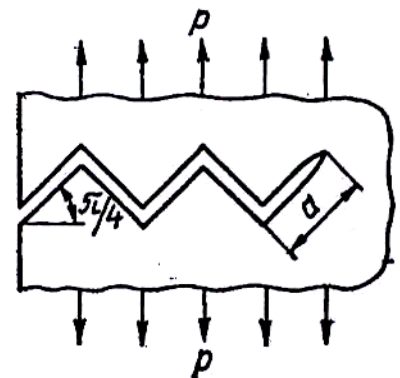
ტოლი მდგენებისაგან შემდგარი სასაზღვრო ტეხილი ბზარი. უსასრულობაში

გამჭიმავი ნახევარსიბრტყე შესუსტებულია სასაზღვრო ტეხილი ბზარით, რომელიც შედგება ტოლი მდგენისაგან. მეზობელი მდგენები ერთმანეთთან ადგენენ მართ კუთხეს (ნახ. 2.21).

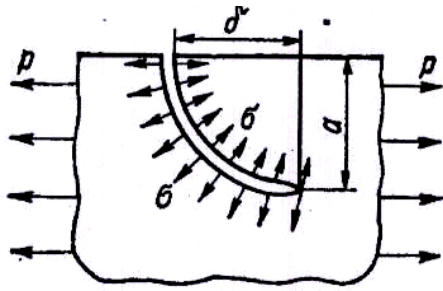
მრუდწირული სასაზღვრო ბზარი. ვთქვათ, დატვირთვისაგან თავისუფალი ნახევარსიბრტყის საზღვარზე მართი კუთხით გამოდის მრუდწირული ბზარი. ბზარის ნაპირებზე მოქმედებს მუდმივი ნორმალური ძაბვები σ და უსასრულობაში ნახევარსიბრტყე იჭიმება P ძალებით (ნახ. 2.22). იმ შემთხვევებში, როცა ბზარის კონტური წარმოადგენს წრეწირის, პარაბოლის ან ელიფსის მეოთხედის რკალს (ნახევარსიბრტყის საზღვარი ემთხვევა პარაბოლის ან ელიფსის ღერძებს), ამოცანა ამოხსნილია



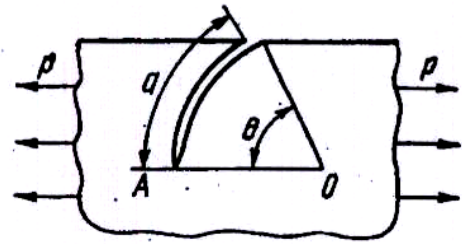
ნახ. 2.20



ნახ. 2.21



ნახ. 2.22



ნახ. 2.23

სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების მეთოდით ნაშრომში [40]. [40] ნაშრომი არის აგრეთვე გრაფიკული მონაცემები დ.ი.კ.-სთვის, როცა ნახევარსიბრტყის საზღვარზე ნებისმიერი კუთხით გამოდის რკალური ბზარი.

იმ შემთხვევაში, როცა ნახევარსიბრტყე, რომელიც შეიცავს წრეწირის რკალის გასწვრივ სასაზღვრო ბზარს და OA მონაკვეთი, რომელიც აერთებს წრეწირის ცენტრს ბზარის A წვეროსთან, პარალელურია ნახევარსიბრტყის საზღვრის (ნახ. 2.23), იჭიმება P ძალებით, ამოცანა ამოსხნილია სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების მეთოდით [37, 40].

2.3. ფირფიტა მისი საზღვრის მართობი შიგა ბზარებით

ბზარის ნაპირებზე მოქმედი თვითგაწონასწორებული დატვირთვა. ვთქვათ, დრეკად ნახევარსიბრტყეში, რომელთან დაკავშირებულია xoy კოორდინატთა სისტემა (oy ღერძი მიმართულია ნახევარსიბრტყის საზღვრის გასწვრივ), ox ღერძის $[a,b]$ მონაკვეთზე არის ბზარი (ნახ. 2.24). ძაბვები ნახევარსიბრტყის საზღვარზე და უსასრულობაში უგულებელყოფილია, ხოლო ბზარის ნაპირებზე მოცემულია თვითგაწონასწორებული დატვირთვა:

$$\sigma_y^\pm - i\tau_{xy}^\pm = -[p(x) - i\tau(x)],$$

$$a < x < b.$$

აღნიშნული ამოცანის ჩაკეტილი მიახლოებითი ამონახსნი მიღებულია [3] ნაშრომში სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების გულის სპეციალური აპროქსიმაციის საშუალებით. ამასთან დ.ი.კ. განისაზღვრებიან ფორმულებით [1-3]

$$K_1(a) - iK_{11}(a) = \frac{b^c \sqrt{c}}{\sqrt{\pi a (b^c - a^c)}} \int_a^b \left[p(x) - i\tau(x) \right] \left(\frac{a}{b} \right)^c \times \\ \times \left\{ \sqrt{\frac{b^c - x^c}{x^c (x^c - a^c)}} + \frac{c}{2} \left[\frac{E(k)}{K(k)} - \frac{a^c}{x^c} \right] \frac{\sqrt{x^c} Q(x)}{x \sqrt{(x^c - a^c)(b^c - x^c)}} \right\} dx,$$

$$K_1(a) - iK_{11}(a) = \frac{b^c \sqrt{2c}}{\sqrt{\pi b (b^c - a^c)}} \int_a^b \left[p(x) - i\tau(x) \right] \sqrt{\frac{x^c - a^c}{x^c (b^c - x^c)}} - \\ - \frac{c}{2} \left[\frac{E(k)}{K(k)} - \frac{a^c}{x^c} \right] \frac{\sqrt{x^c} Q(x)}{x \sqrt{(x^c - a^c)(b^c - x^c)}} \Bigg\} dx,$$

სადაც $K(k)$ და $E(k)$ – პირველი და მეორე გეარის სრული ელიფსური ინტეგრალებია მოღულით

$$k = \sqrt{(b^c - a^c)/b^c}, \quad Q(x) = \int_a^x [p(t) - i\tau(t)] dt, \\ c = 2\pi / (\pi^2 - 4).$$

[1, 2, 47, 48] შრომებში დ.ი.კ.-სთვის მოყვანილია ასიმპტოტური გამოსახულებები, როცა ბზარი ნახევარსიბრტყის საზღვრიდან დიდი მანძილითაა დაშორებული.

ბზარის ნაპირებზე მოქმედი მუდმივი დატვირთვა. ვთქვათ, ბზარის ნაპირებზე მოქმედებს მუდმივი ნორმალური (σ) და მხები (τ) ძაბვები (ნახ. 2.25). დ.ი.კ. დამოკიდებულება ბზარის ფარდობით სიგრძეზე, მიღებული სინგულარული ინტეგრალური განტოლების

რიცხვითი ამოხნით. ნაჩვენებია 2.26 ნახაზზე. დ.ი.კ. რიცხვითი მონაცემები მოყვანილია აგრეთვე შრომებში [1, 17, 7, 49-52].

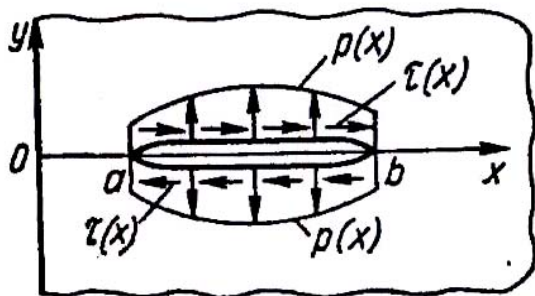
[1, 2, 48, 53] შრომებში დ.ი.კ.-სთვის აგებულია ასიმპტოტური გამოსახულებები დატვირთვის იმ შემთხვევისათვის, როცა ბზარი ნახევარსიბრტყის საზღვრიდან დიდი მანძილითაა დაშორებული. მათ აქვთ სახე :

$$K_1^\pm - iK_{II}^\pm = (p - i\tau)\sqrt{\pi l} (1 + 0,25\lambda^2 \mp 0,125\lambda^3 + 0,1328\lambda^4 \mp 0,0781\lambda^5 + 0,0967\lambda^6 \mp 0,0671\lambda^7 + 0,0836\lambda^8 \mp 0,0618\lambda^9 + 0,0766\lambda^{10} \mp 0,0585\lambda^{11} + 0,0724\lambda^{12} \mp 0,0562\lambda^{13} + 0,0697\lambda^{14} \mp 0,0544\lambda^{15} + 0,0678\lambda^{16} \mp 0,0529\lambda^{17} + 0,0662\lambda^{18} \mp 0,0517\lambda^{19}) + O(\lambda^{20}).$$

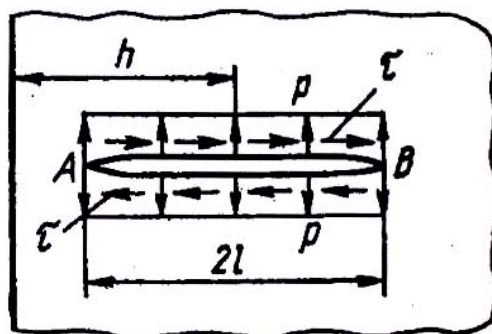
სადაც $K_{\infty}^+ = K_{\infty}(B)$, $K_{\infty}^- = K_{\infty}(A)$, $\lambda = l/h$, $N = I, II$. დ.ი.კ.-სთვის აგებულია ასიმპტოტური ფორმულები იმ შემთხვევისათვის, როცა ბზარი უახლოვდება ნახევარსიბრტყის საზღვარს:

$$K_1(A) - iK_{II}(A) = -(K_1^0 - iK_{II}^0) \left[1 + 1/\ln \varepsilon + O(1/(\ln \varepsilon)^2) \right] / (\sqrt{\varepsilon} \ln \varepsilon),$$

$$K_1(B) - iK_{II}(B) = (K_1^0 - iK_{II}^0) \left[1 + 1/\ln \varepsilon + O(1/(\ln \varepsilon)^2) \right],$$



ნახ. 2.24



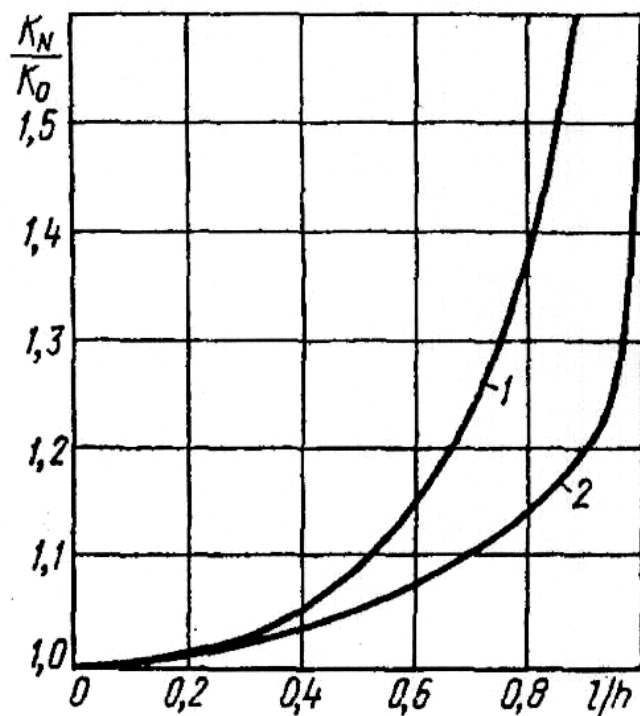
ნახ. 2.25

სადაც $K_1^0 = 1,1215p\sqrt{\pi d}$, $K_{II}^0 = 1,1215\tau\sqrt{\pi d}$ - დ.ი.კ. მნიშვნელობებია B წვეროში სასაზღვრო ბზარის შემთხვევაში ($h=1$), $\varepsilon = (h-1)/(h+1)$.

ბზარის შემცველი ნახევარსიბრტყის საზღვარზე დატვირთვის მოქმედება.

ვთქვათ, ბზარის ნაპირები თავისუფალია დატვირთვისაგან, ხოლო ნახევარსიბრტყის საზღვრის სიგრძის მონაკვეთზე, რომელიც ბზარის წირის მიმართ სიმეტრიულია, მოქმედებს მუდმივი ნორმალური ძაბვები (ნახ. 2.27).

ხისტი შტამპის მოქმედება ბზარის შემცველი ნახევარსიბრტყის საზღვარზე. ვთქვათ, ბრტყელფუძიანი ხისტი შტამპი ხახუნის გარეშე აწვება დრეკად ნახევარსიბრტყეს, რომელიც შესუსტებულია მისი საზღვრის მართობი ბზარით (ნახ. 2.28). იგულისხმება, რომ შტამპი სიმეტრიულადაა მოთავსებული ბზარის წირის მიმართ, რომლის ნაპირები თავისუფალია დატვირთვისაგან. დ.ი.კ. მნიშვნელობები $K_I (K_{II} = 0)$, მიღებულია ორი სინგულარული ინტეგრალური



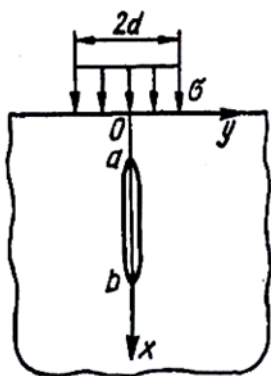
ნახ. 2.26

განტოლებისაგან შემდგარი სისტემის რიცხვითი ამოხსნით [56]. ცნობილია, აგრეთვე, ამოცანის ამოხსნა, როცა შიგა ბზარის

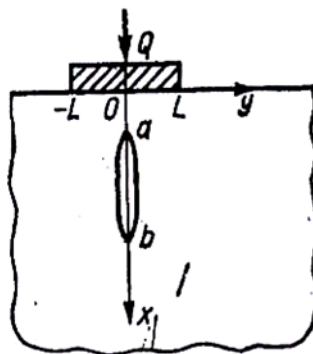
შემცველი ნახევარსიბრტყის საზღვარზე მოქმედებს ორი სიმეტრიულად განლაგებული შტამპი [57].

ნახევრადუსასრულო ბზარი ნახევარსიბრტყეში. ვთქვათ, ნახევარსიბრტყე შესუსტებულია მისი საზღვრის მართობი ნახევრადუსასრულო ბზარით. ბზარის ნაპირებზე მოდებულია თვითგაწონასწორებული დატვირთვა, ხოლო უსასრულობაში ძაბვები და ბრუნვა უგულებელყოფილია (ნახ. 2.29). ნაშრომში [3] მიღებულია ამ ამოცანის მიახლოებითი ჩაკეტილი ამონახსნი სინგულარული ინტეგრალური განტოლების გულის სპეციალური აპროქსიმაციით. დ.ი.კ. გამოისახებიან ფორმულებით:

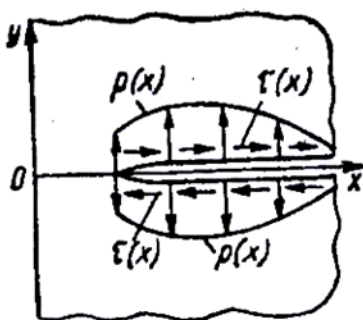
$$K_I - iK_{II} = \sqrt{\frac{2c}{\pi a}} \int_a^\infty \sqrt{\frac{x^c}{x^c - a^c}} [p(x) - i\tau(x)] dx, \quad (2.7)$$



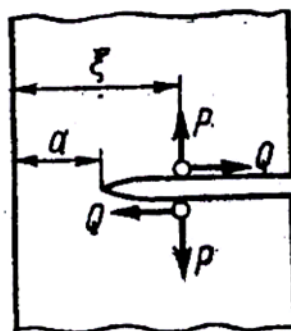
ნახ. 2.27



ნახ. 2.28



ნახ. 2.29



ნახ. 2.30

სადაც $c=2\pi^2/(\pi^2-4)$.

თუ ბზარის ნაპირებზე მოდებულია პოლინომიალური დატვირთვა

$$P(x) - i\tau(x) = (\sigma - i\tau)(x/a)^{-m}, \quad (m > 1).$$

მაშინ (2.7) ტოლობიდან გამომდინარეობს [1-3]

$$K_1 - iK_{11} = (\sigma - i\tau)\sqrt{2a/c}\Gamma((m-1)/c)/\Gamma((m-1)/c + 1/2), \quad (2.8)$$

სადაც $\Gamma(m)$ - გამა ფუნქციაა. (2.2) და (2.8) ფორმულების შედარებიდან გამომდინარეობს, რომ დ.ი.კ-ს შორის ნახევარსიბრტყეში სასაზღვრო და ნახევრადუსასრულო ბზარების შემთხვევაში, როცა ბზარების ნაპირებზე მოქმედებს პოლინომიალური დატვირთვა, არის სრული შესაბამისობა. ეს სამართლიანია ზუსტი ამოხსნებისათვის [58].

როცა $x=\xi$ ($\xi > a$) წერტილში ბზარის ურთიერთმოპირდაპირე ნაპირებზე მოქმედებს ნორმალური P და Q ძვრის შეყურსული ძალები (ნახ. 2.30), (2.7) ფორმულიდან ვღებულობთ

$$K_1 - iK_{11} = (P - iQ)\sqrt{2a/c}\sqrt{\xi^c/(\xi^c - a^c)}. \quad (2.9)$$

აქედან, როცა $\varepsilon \rightarrow \infty$, მივდივართ დ.ი.კ. ზუსტ გამოსახულებამდე, როცა ნახევარსიბრტყე უსასრულობაში მოქმედებს გამჭიმავი P და ძვრის Q ძალები და ბრუნვა უსასრულობაში უგულებელყოფილია.

$$K_1 - iK_{11} = (P - iQ)\sqrt{2c/\pi a} = 2(P - iQ)\sqrt{\pi/a}\sqrt{\pi^2 - 4}. \quad (2.10)$$

დ.ი.კ-სთვის გრაფიკული მონაცემები, როცა ნახევრადუსასრულო ბზარის ნაპირებზე მოქმედებს შეყურსული ძალები, მოცემულია [17] ნაშრომში. ამ შედეგების გათვალისწინებით, (2.9) ფორმულის საშუალებით შეგვიძლია ჩავწეროთ მიახლოებითი ფორმულა დ.ი.კ-სთვის K_1 (K_{11} რჩება იგივე ზოგად შემთხვევაში, როცა არ არის დადებული დამატებითი პირობა უსასრულობაში ბრუნვის უგულებელყოფის შესახებ).

$$K_1 = \left(2P/\sqrt{\pi a}\right)\left\{\sqrt{c/2}\sqrt{\xi^c/(\xi^c - a^c)} + 3,52[\xi/a - 0,736]\right\}.$$

ნახევრადუსასრულო ბზარის შემცველი ნახევარსიბრტყის უსასრულობაში გაჭიმვის ამოცანა (ნახ. 2.31, $M=0$) განხილულია რიგ შრომებში [13, 15, 17, 18, 32, 58]. როგორც [32, 58] შრომებში არის ნახვენები, უსასრულობაში ბრუნვა არ იქნება, თუ მანძილი გაჭიმვის P ძალის მოქმედების წრფესა და ნახევარსიბრტყის საზღვარს შორის $\eta = 0,73a$, ე.ი. ამ შემთხვევაში დ.ი.კ. K_1 მოიძებნება (3.10) ფორმულით, როცა $Q=0$.

სუფთა ძვრის შემთხვევაში, როცა გამჭიმავი ძალების ნაკრები ვექტორი $P=0$ (იხ. ნახ. 2.31; $M=0$), დ.ი.კ. $K_1(K_{11}=0)$ ტოლია [17, 34, 59]

$$K_1 = 3,975M/a\sqrt{a} \quad (2.11)$$

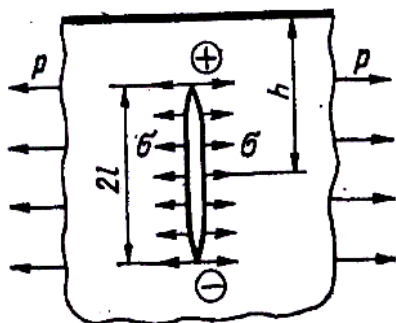
(2.10) და (2.11) ფორმულების საფუძველზე სუპერპოზიციის მეთოდით ადვილად მიიღება დ.ი.კ. K_1 გამოსახულება, როცა ნახევარსიბრტყე უსასრულობაში იჭიმება P ძალებით (ნახ. 2.31, $M=0$), რომლის მოქმედების წრფე ნახევარსიბრტყის საზღვრიდან დაშორებულია ნებისმიერი η მანძილით:

$$K_1 = 7,044[\eta/a - 0,368]P\sqrt{\pi a}.$$

ბზარების პერიოდული სისტემის შემცველი ნახევარსიბრტყის გაჭიმვა.

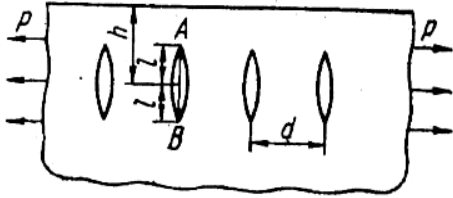
ნახევარსიბრტყე, რომელიც შესუსტებულია ერთნაირი $2l$ სიგრძის ბზარების პერიოდული სისტემით, უსასრულობაში იჭიმება P ძალებით (ნახ. 2.32).

ბზარების პერიოდული სისტემის შემცველ ნახევარსიბრტყეში

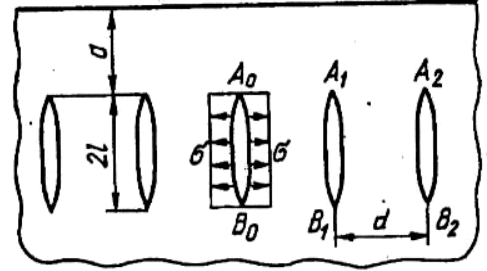


ნახ. 2.31

არაპერიოდული დატვირთვის მოქმედება. თუ ბზარების პერიოდული სისტემის შემცველ ნახევარსიბრტყეში მუდმივი წნევა მოქმედებს მხოლოდ ერთ-ერთ ბზარზე (განზოგადებული პერიოდული ამოცანა) (ნახ. 2.32 ეს შედეგები შეიძლება გამოყენებული იყოს ამონახსნის



ნახ. 2.32



ნახ. 2.33

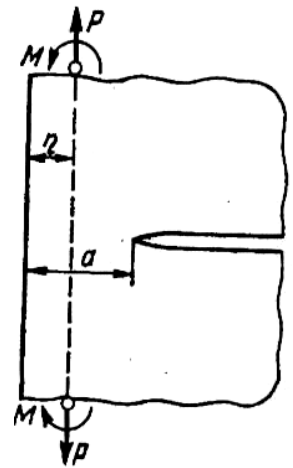
ასაგებად, როცა წნევა მოქმედებს სხვა ბზარებზეც. კერძოდ, [61] ნაშრომში ასეთი გზით განსაზღვრულია დ.ი.კ., როცა A_0 და B_0 წვეროების მქონე ბზარის მარჯვნივ განლაგებული ყველა ბზარი დატვირთულია ერთნაირი ინტენსივობის შიგა წნევით, ხოლო მარცხნივ განლაგებული – თავისუფალია დატვირთვისაგან.

შიგა ბზარები ხისტად ჩამაგრებული საზღვრის მქონე ნახევარსიბრტყეში

ვთქვათ, ნახევარსიბრტყე, რომლის საზღვარზე მოცემულია ნულოვანი გადაადგილებები, შეიცავს შიგა წრფივ ბზარს, დატვირთულს მუდმივი σ წნევით (ნახ. 2.34, $p=0$). დ.ი.კ. ასიმპტოტურ გაშლას, როცა ბზარი ნახევარსიბრტყის საზღვრიდან დიდი მანძილითაა დაშორებული, აქვს სახე [33]:

$$K_I^+ = \sigma \sqrt{\pi l} \left[1 - \lambda^2 (1 \pm \lambda/2) (N^2 + 3) / 16N + \lambda^4 (N^4 - 9N^3 + 6N^2 - 9N + 9) / (256N^2) \right] + O(\lambda^5),$$

$$K_{II}^+ = 0, \quad \lambda = l/h.$$



ნახ. 2.34

იმავე ფორმულიდან σ -ს P -თი შეცვლის გზით განისაზღვრება დ.ი.კ., როცა ბზარი თავისუფალია დატვირთვისაგან, ხოლო ნახევარსიბრტყე უსასრულობაში იჭიმება P ძალებით (ნახ. 2.34, $\sigma=0$).

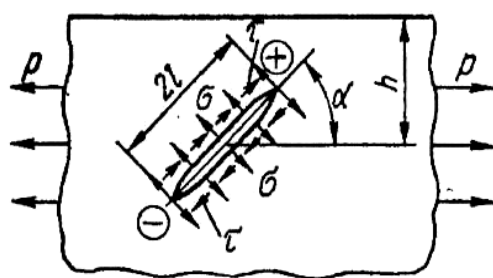
განსახილველი ამოცანისათვის ძ.ი.კ. მონაცემები მოყვანილია, აგრეთვე, შრომებში [17, 62]. ბზარების პერიოდული სისტემის შემთხვევა ნახევარსიბრტყეში ჩამაგრებული საზღვრით შესწავლილია ნაშრომში [63].

2.4. ნახევარსიბრტყე სხვადასხვა კონფიგურაციის შიგა ბზარებით

ნებისმიერად ორიენტირებული წრფივი ბზარი. ვთქვათ, თავისუფალი საზღვრის მქონე ნახევარსიბრტყეში გვაქვს შიგა ნებისმიერად ორიენტირებული სასრული $2l$ სიგრძის წრფივი ბზარი. ნახევარსიბრტყე იჭიმება უსასრულობაში საზღვრის პარალელურად, ხოლო ბზარის ნაპირებზე მოქმედებს მუდმივი ნორმალური σ და მხები τ დატვირთვები (ნახ. 2.35).

განსახილველი ამოცანის რიცხვითი შედეგები გრძივი ბზარის შემთხვევაში ($\alpha=0$) მოცემულია რიგ ნაშრომებში [64-66]. ცნობილია აგრეთვე მონაცემები ბზარის ზოგადი ორიენტაციის შემთხვევაში. ძაბვების ინტენსივობის კოეფიციენტების მნიშვნელობები მიღებულია ნაშრომებში [67, 70] სინგულარული ინტეგრალური განტოლების რიცხვითი ამოხსნის გზით.

[1, 2, 48, 71] ნაშრომებში აგებულია ძაბვების ინტენსივობის კოეფიციენტის ასიმპტოტური გაშლა, როდესაც ნახევარსიბრტყის საზღვრიდან დიდი მანძილით დაშორებული ნებისმიერად ორიენტირებული ბზარის ნაპირზე მოქმედებს ნებისმიერი



ნახ. 2.35. ნახევარსიბრტყის გაჭიმვა, რომელშიც ნებისმიერად ორიენტირებული ბზარია

თვითგამაწონასწორებელი დატვირთვა. ასეთი ამონახსნი მოვიყვანოთ იმ შემთხვევისათვის, როდესაც ბზარის ნაპირებზე მოქმედებს ინტენსივობის მუდმივი დაწნევა (ნახ. 2.35, $\tau = p = 0$) [1,2].

$$K_{II}^{\pm} = \sigma \sqrt{\pi l} (\lambda^2/8) [\sin 2\alpha \mp (\lambda/2)(5 \cos \alpha + \cos 3\alpha) - (\lambda^4/4)(3 \sin 2\alpha + \sin 4\alpha)] + O(\lambda^5),$$

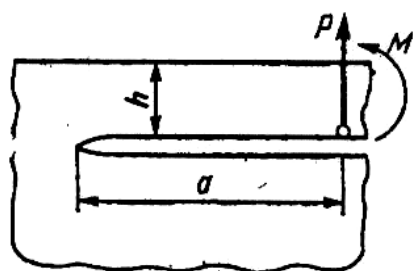
$$\lambda = l/h.$$

$\alpha = 0$ -სათვის ანალოგიური დაშლა მოცემულია ნაშრომში [72]. როდესაც ნახევარსიბრტყე იჭიმება უსასრულოებაში საზღვრის პარალელური p ძალებით (ნახ. 2.35; $\sigma = \tau = 0$), ამონახსნს აქვს სახე:

$$K_I^{\pm} = (1/2) p \sqrt{\pi l} [1 - \cos 2\alpha + (\lambda^2/16)(5 - 4 \cos 2\alpha - \cos 4\alpha) \mp (\lambda^3/32)(\sin 5\alpha + 7 \sin 3\alpha - 2 \sin \alpha) - (\lambda^4/256) \times (12 + 39 \cos 2\alpha - 46 \cos 4\alpha - 5 \cos 6\alpha)] + O(\lambda^5),$$

$$K_{II}^{\pm} = -(1/2) p \sqrt{\pi l} [\sin 2\alpha + (\lambda^2/16)(\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \pm (\lambda^3/32)(6 \cos \alpha - 5 \cos 3\alpha - \cos 5\alpha) - (\lambda^4/256) \times (15 \sin 2\alpha + 40 \sin 4\alpha + 5 \sin 6\alpha)] + O(\lambda^5), \lambda = l/h.$$

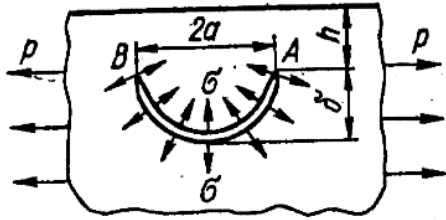
ნახევრადუსასრულო წრფივი ბზარი. ვთქვათ, ნახევრადსიბრტყე შეიცავს მისი საზღვრის პარალელურ და უსასრულო ბზარს. ბზარი იხსნება მისი წვეროებიდან დიდად დაშორებული ($a \gg h$) მანძილზე მოქმედი შეყურსული P ძალით და მღუნავი M მომენტით (ნახ. 2.36). ძაბვების ინტენსივობის კოეფიციენტის მიახლოებით გამოსახულებას აქვს სახე:



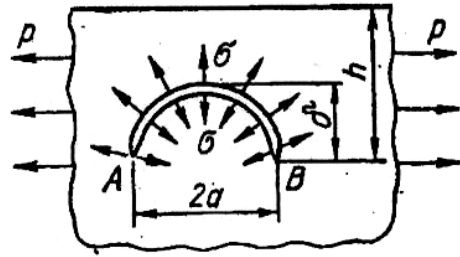
$$K_I = \sqrt{6} (Pa + M) / h^{3/2} (a \gg h).$$

ამოცანის ზუსტი ამონახსნი ნებისმიერად ორიენტირებული ნახევრადუსასრული ბზარის შემთხვევაში მოყვანილია ნაშრომში [73].

ნახ. 2.36



ნახ. 2.37



ნახ. 2.38

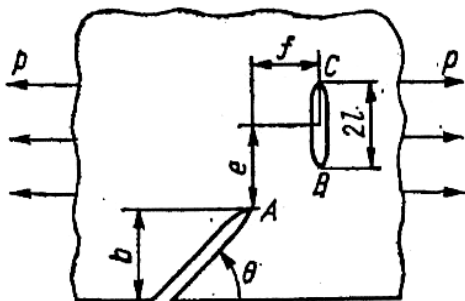
მრუდწირული ბზარები. ვთქვათ, ნახევარსიბრტყეში, რომლის

საზღვარი თავისუფალია

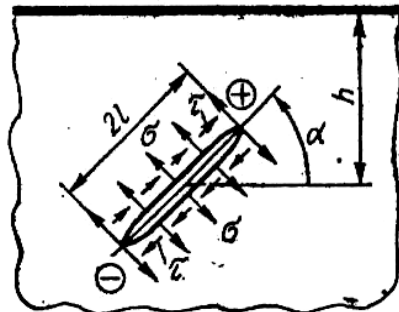
დატვირთვისაგან, არის სიმეტრიული მრუდწირული ბზარი, რომლის სიმეტრიის ღერძი მართობია მისი საზღვრის. ბზარის ნაპირები იმყოფება მუდმივი წნევის მოქმედების ქვეშ, ხოლო უსასრულობაში ნახევარსიბრტყე იჭიმება ძალებით. განიხილება ორი შემთხვევა, როცა ბზარი ნახევარსიბრტყის საზღვრისაკენ ან ჩაზნექილია (ნახ. 2.37) ან ამოზნექილი (ნახ. 2.38). ნაშრომში [74] სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების მეთოდით მიღებულია ამ ამოცანის ამოხსნა ბზარისათვის, რომლებსაც აქვს წრეწირის, პარაბოლის ან ნახევარელიფსის რკალის ფორმა.

ძაბვების ინტენსივობის კოეფიციენტების მონაცემები ანიზოტროპული ნახევარსიბრტყისათვის, რომელშიც არის ელიფსის რკალის ფორმის მქონე ბზარი მოცემულია ნაშრომში [75].

შიგა და სასაზღვრო ბზარები ნახევარსიბრტყეში. ვთქვათ, ნახევარსიბრტყეში, რომელიც იჭიმება უსასრულობაში, არის



ნახ. 2.39



ნახ. 2.40

ნებისმიერაად ორიენტირებული სასაზღვრო და მისი საზღვრის მართობული შიგა ბზარი. ნახევარსიბრტყის საზღვარი და ბზარის

ნაპირები თავისუფალია დატვირთვისაგან (2.39)

ნებისმიერად ორიენტირებული წრფივი ბზარი სასაზღვრო ხისტად ჩამაგრებულ ნახევარსიბრტყეში. ვთქვათ ნახევარსიბრტყეში, რომლის საზღვარი ხისტადაა ჩამაგრებული, არის ნებისმიერად ორიენტირებული წრფივი ბზარი, რომლის ნაპირებზე მოქმედებს მუდმივი ნორმალური σ და მხები τ დატვირთვა (ნახ. 2.40). ამოცანა ამოხსნილია სინგულარულ ინტეგრალურ განტოლებათა მეთოდით [67]. გრძივი ბზარის შემთხვევაში ($\alpha=0$) ძაბვების ინტენსივობის კოეფიციენტების მნიშვნელობები მოცემულია აგრეთვე ნაშრომში [65, 77].

ცნობილია აგრეთვე [33] ძაბვების ინტენსივობის კოეფიციენტების ასიმპტოტური გაშლა, როდესაც ნებისმიერად ორიენტირებული ბზარი ნახევარსიბრტყის საზღვრიდან დიდი მანძილით არის დაშორებული, კერძოდ, როცა გრძივი ბზარის ნაპირები დატვირთულია σ წნევით (ნახ. 2.40; $\alpha=0, \tau=0$) გვაქვს:

$$K_I^\pm = \sigma \sqrt{\pi l} \left[1 - (\lambda^2/16) \right] (\kappa^2 + 11) + (\lambda^4/256\kappa^2) \times \\ \times (\kappa^4 + 9\kappa^3 + 22\kappa^2 + 261\kappa + 121) + O(\lambda^6), \\ K_{II}^\pm = \pm \sigma \sqrt{\pi l} \left[(\lambda^3/32\kappa) \right] (\kappa^2 + 11) + O(\lambda^5), \quad \lambda = l/h.$$

ანალოგიური ამოხსნები აგებულია აგრეთვე ნაშრომში [72].

2.5. კომპოზიციური მასალების დაპროექტება რღვევის მექანიკის საფუძველზე რთული კონსტრუქციების შესაქმნელად

ვთქვათ h სისქის ბრტყელ ფირფიტაზე, რომელსაც აქვს $2l$ სიგრძის შიგა გამჭოლი ბზარი, მოქმედებს ერთდერძა ციკლური დატვირთვა $P(t)$, სადაც $0 \leq P_{\min} \leq P(t) \leq P_{\max}$. $P(t)$ ძაბვის ზრდის

მიდამოებში ბზარიც დაიწეებს შეუქცევადად ზრდას. დაღლილობითი ბზარის ზრდის სიჩქარე განისზღვრება ფორმულით:

$$\frac{dl}{dn} = -\beta \left[\frac{bl}{K_c^2} + \ln \left(1 - \frac{bl}{K_c^2 - \pi l p_{\min}^2} \right) \right] \quad (b = \pi(p_{\max}^2 - p_{\min}^2), \beta = aK_c^2). \quad (2.12)$$

აქ K_c – ფირფიტის რღვევის სიბლანტეა (დამოკიდებული მის სისქეზე) n – ციკლების რიცხვი, a – მასალის მუდმივა (იგი არაა დამოკიდებული ფირფიტის სისქეზე).

(2.12) ფორმულიდან ვღებულობთ ფირფიტის ხანგამძლეობის შემდეგ გამოსახულებას:

$$n_* = -\frac{1}{a} \int_0^{l_c} \frac{dl}{f(l)},$$

$$f(l) = bl + K_c^2 \ln \left(1 - \frac{bl}{K_c^2 - \pi l p_{\min}^2} \right). \quad (2.13)$$

აქ l_c – ბზარის კრიტიკული ზომაა და ტოლია

$$l_c = \frac{K_c^2}{\pi p_{\min}^2}. \quad (2.14)$$

(2.13) და (2.14)-ის ძალით n_* ხანგამძლეობა დამოკიდებულია ფირფიტის სისქეზე მხოლოდ K_c -ს საშუალებით.

(2.14) ინტეგრალის K_c^2 ცვლადით დიფერენცირებით მივიღებთ შემდეგ გამოსახულებას:

$$\frac{dn_*}{d(K_c^2)} = -\int_0^{l_c} \left\{ \frac{bl}{K_c^2} + \ln \left(1 - \frac{bl}{K_c^2 - \pi l p_{\min}^2} \right) \right\} +$$

$$+ bl \left[\frac{K_c^2}{(K_c^2 - \pi l p_{\max}^2)(K_c^2 - \pi l p_{\min}^2)} - \frac{1}{K_c^2} \right] \left\{ \frac{dl}{-af^2(l)} + \frac{dl_c}{d(K_c^2)} \left(\frac{dn}{dl} \right)_{l=l_c} \right\},$$

რომელიც შემდეგი ტოლობის საშუალებით

$$\frac{d}{dl} \left[bl + K_c^2 \ln \left(1 - \frac{bl}{K_c^2 - \pi l P_{\min}^2} \right) \right] = bK_c^2 \left[\frac{1}{K_c^2} - \frac{K_c^2}{(K_c^2 - \pi l P_{\max}^2)(K_c^2 - \pi l P_{\min}^2)} \right]$$

და ნაწილობითი ინტეგრებით მიიყვანება სახეზე:

$$\frac{dn.}{d(K_c^2)} = -\frac{l}{K_c^2} \left(\frac{dn}{dl} \right) \Big|_{l_0}^{l_c} + \frac{dl_c}{d(K_c^2)} \left(\frac{dn}{dl} \right) \Big|_{l=l_c}$$

აქედან (2.14)-ის საშუალებით ვღებულობთ საბოლოო ფორმულას

$$\frac{dn.}{d(K_c^2)} = -\frac{l_0}{aK_c^2 f(l_0)} = \frac{l_0}{K_c^2} \left(\frac{dn}{dl} \right) \Big|_{l=l_c} > 0 \quad (2.15)$$

(2.15) ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ ფირფიტის ხანგამძლეობა ციკლური დაბვისას მონოტონურად იზრდება რღვევის სიბლანტის გადიდებისას. ცნობილია, რომ მეტალის ფირფიტის რღვევის სიბლანტეს აქვს კარგად გამოსახული მაქსიმუმი ფირფიტის განსაზღვრული h სისქისათვის (სხვადასხვა მეტალებისათვის განსხვავებული). აქედან გამომდინარე, 1,2 სისქის ფირფიტას აქვს ყველაზე მაქსიმალური ხანგამძლეობა მოცემული ციკლური დაბვისას.

დავუშვათ, რომ გარდა ციკლური დატვირთვისა, პანელმა უნდა გაუძლოს აგრეთვე რაიმე ერთჯერად (მაგალითად ავარიული) სიდიდის ძალას, რომელიც მეტია hP_{\max} -ზე. ამ შემთხვევაში ბზარისკრიტიკული სისქე l_c ტოლია:

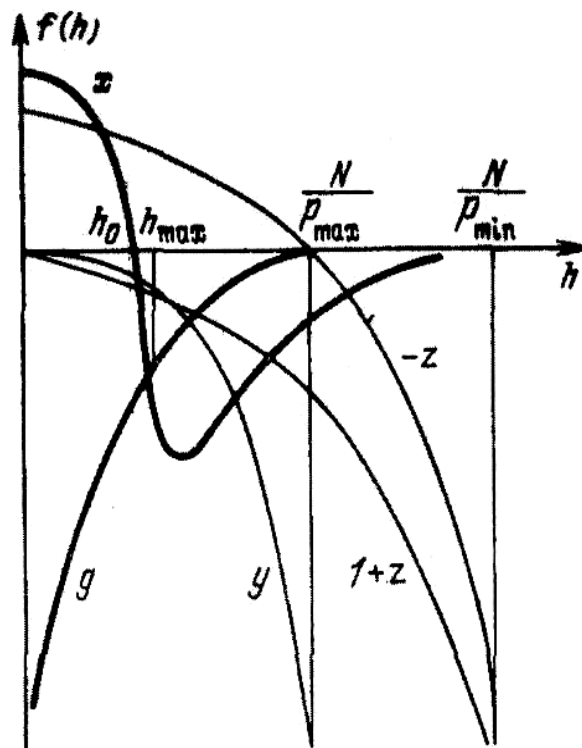
$$l_c = \frac{h^2 K_c^2}{\pi N^2}, \quad (2.16)$$

სოლო ხანგამძლეობა n_* დამოკიდებულია h -ზე ორი K_c^2 და l_c უცნობის საშუალებით.

h-ის ოპტიმალური მნიშვნელობის განსაზღვრისათვის გავუტოლოთ 0-ს n_* -ის სრული წარმოებული h-ით და გამოვიყენოთ (2.15).

$$\frac{dn_*}{dh} = \frac{\partial n_*}{\partial (K_c^2)} \frac{d(K_c^2)}{dh} + \frac{\partial n_*}{\partial l_c} \frac{dl_c}{dh} = -\frac{l_0}{aK_c^2 f(l_0)} \frac{d(K_c^2)}{dh} - \frac{2hK_c^2}{aN^2 \pi f(l_c)} = 0. \quad (2.17)$$

ამ განტოლებიდან განისაზღვრება h-ის ოპტიმალური მნიშვნელობა მოცემული $K_c(h)$ ფუნქციისათვის.



ნახ. 2.41

2.41-ე ნახაზზე თანმიმდევრობით აგებულია ფუნქციების ხარისხობრივი გრაფიკები.

$$z = -\frac{bh^2}{\pi(N^2 - h^2 P_{min}^2)}, \quad y = \frac{bh^2}{\pi N^2} + \ln(1+z), \quad g(h) = \frac{h}{y}, \quad x(h) = \frac{dK_c^2}{dh}$$

$g(h)$ ფუნქცია მონოტონურად იზრდება $[0, N/P_{\max}]$ -ზე, $g(h) \rightarrow -\infty$, როცა $h \rightarrow 0$, $g(N/P_{\max})=0$; $x(h)$ წირი კვეთს $g(h)$ -ს ერთ წერტილში, საიდანაც გამოდის, რომ (2.17) განტოლებას ერთადერთი ამონახსნი აქვს. ამას გარდა, გრაფიკიდან ჩანს, რომ (2.7) განტოლების ფესვი მოთავსებულია $d(K_c^2)/dh < 0$ არეში ან $h > h_0$ არეში. ამგვარად, ხანგამძლეობის ერთადერთი მაქსიმუმი გვაქვს გადატვირთვის შემთხვევაში.

გავუკეთოთ აპროქსიმაცია K_c ფირფიტის რღვევის სიბლანტეს მის h სისქეზე დამოკიდებულებას, მივიღებთ:

$$K_c^2(h) = K_{ic}^2 + \frac{K_{c0}^2 - K_{ic}^2}{1 + 2(h/h_0 - 1)^2} \quad (2.18)$$

$$(K_{c0} = K_c(h_0) = \max K_c(h)).$$

ვთქვათ ფირფიტაზე, რომლის საწყისი ბზარის სიგრძეა $2l_0$, მოქმედებს ძალა, რომელიც ციკლურად იცვლება 0-დან N_l -მდე, სადაც N_l რაიმე მოცემული სიდიდეა და არაა დამოკიდებული პანელის h სისქეზე. შეიძლება ჩავთვალოთ, რომ ფირფიტამ უნდა გაუძლოს ერთჯერად გადატვირთვას. ფირფიტის ხანგამძლეობა ფასდება ფორმულებით (2.13), (2.16), სადაც უნდა ავიღოთ

$$b = \frac{\pi N_l^2}{h^2}, \quad p_{\min} = 0. \quad (2.19)$$

(2.19) თანაფარდობები საშუალებას გვაძლევს გავამარტივოთ (2.13) ფორმულა, თუ განვიხილავთ მის მარჯვენა ნაწილს, როგორც h პარამეტრზე დამოკიდებულ ინტეგრალს. მოვახდინოთ n_* -ის დიფერენცირება h -ით, გამოვიყენოთ თანაფარდობა

$$\frac{\partial f}{\partial b} = \frac{l}{b} \frac{\partial f}{\partial l}$$

და ნაწილობითი ინტეგრების ხერხი, მივიღებთ:

$$\frac{dn_*}{dh} = \frac{2n_*}{h} - \frac{l_0}{ahf(l_0)} \left[\frac{h}{K_c^2} \frac{d(K_c^2)}{dh} + 2 \right]. \quad (2.20)$$

როგორც აღრე, ჩავთვალოთ, რომ $bl_0/K_c^2 \ll 1$, მივიღებთ $n_*(h)$ -ის განსაზღვრისათვის შემდეგ დიფერენციალურ განტოლებას:

$$\frac{dn_*}{dn} = \frac{2n_*}{h} + \frac{2h^3}{a\pi^2 N_l^4 l_0} \left[h \frac{d(K_c^2)}{dh} + 2K_{c2} \right]. \quad (2.21)$$

რადგან ლითონური მასალებისათვის $hK_c(h)$ მონოტონურად ზრდადი ფუნქციაა, მეორე შესაკრები კი დადებითი, ამიტომ ფირფიტის ხანგამძლეობა მისი სისქის ზრდადი ფუნქციაა.

(2.21) განტოლების ამოხსნით $n_*=0$ და $l=l_0$ საწყისი პირობებით ან $h^2 K_c^2(h) = \pi_0 N^2$, მივიღებთ შემდეგ ფორმულას:

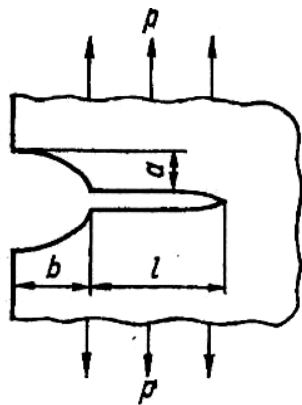
$$n_* = \frac{2h^4 K_c^2(h)}{a\pi^2 l_0 N_l^4} \left(1 - \frac{l_0}{l} \right). \quad (2.22)$$

ადვილი შესამჩნევია, რომ (2.22) ფორმულა სამართლიანია არა მხოლოდ $P_{\min}=0$ ციკლისათვის, არამედ იმ შემთხვევისთვისაც, როცა $P_{\min} < 0$. უკანასკნელ შემთხვევაში საჭიროა ფორმალურად ჩავთვალოთ, რომ $P_{\min}=0$.

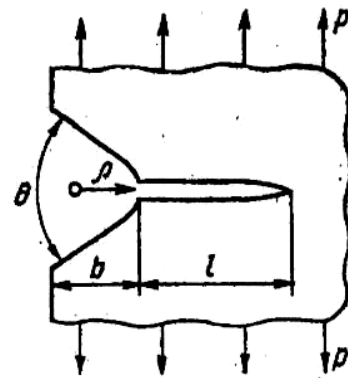
ამგვარად, ფირფიტის ოპტიმალური სისქე მოცემული ციკლური ძალის შემთხვევაში განისაზღვრება რაიმე დამატებითი შეზღუდვით ფირფიტის სისქეზე. მაგალითად, მაგალითად, თუ მთელ ფირფიტაზე გავრცელებული შეზღუდვიდან გამომდინარეობს რომ $h \leq h_0$, მაშინ მოცემული განხილვა გვიჩვენებს, რომ ხანგამძლეობის თვალსაზრისით ოპტიმალური სისქე მოცემული ციკლური ძალისა იქნება h_* .

2.6. ბზარები ნახევარსიბრტყეში სასაზღვრო ამონაჭერით, ხვრელებით ან შვერილებით.

სასაზღვრო მრუდწირული ამონაჭერი მის კონტურზე გამავალი ბზარით. ვთქვათ, ნახევარსიბრტყე შესუსტებულია სასაზღვრო ნახევრადელიფსური ამონაჭერით, რომლის კონტურზე მის წვეროში გამოდის წრფივი ბზარი. ნახევარსიბრტყე უსასრულობაში იჭიმება P



ნახ. 2.41



ნახ. 2.42

ძალებით, ხოლო მისი საზღვარი, ამონაჭერის და ბზარის ნაპირები თავისუფალია დატვირთვისაგან (ნახ. 2.41). ნაშრომში [31] ეს ამოცანა ამოხსნილია მასური ძალების მეთოდით. ძაბვების ინტენსივობის კოეფიციენტის მნიშვნელობების $K_I (K_{II}=0)$ რიცხვითი მონაცემები არის აგრეთვე [78, 79] ნაშრომებში. ცალკეა შესწავლილი [85] ნახევრადწირული ამონაჭერის შემთხვევა ($a=b$), რომელიც გამოდის მის საზღვარზე.

ძ.ი.კ.-ის მნიშვნელობები მიღებულია მასური ძალების მეთოდით იმ შემთხვევაში, როცა განიხილება ნახევარსიბრტყე წვეროში რადიუსით დამრგვალებული სამკუთხა ამონაჭერით, რომლიდანაც გამოდის ბზარი (ნახ. 2.42) [34].

ნებისმიერი ფორმის სიმეტრიული გლუვი სასაზღვრო ამონაჭერის წვეროდან სიმეტრიულად გამომავალი ბზარისათვის ძ.ი.კ. განსაზღვრისათვის ნაშრომში [81] მოცემულია ფორმულა:

$$K_1 = 1,1215 p \sqrt{\pi(b+l)} s \left\{ 1 + \left[(\alpha_0 - 1)^{-2,5} + (1/s - 1)^{-2,5} \right]^{-0,4} \right\}, \quad (2.23)$$

სადაც $s = \sqrt{l/(b+l)}$, α_0 – ძაბვების კონცენტრაციის კოეფიციენტი ამონაჭერის წვეროში, როცა ბზარი არ არის. (2.12) ფორმულა მცირე ($l \ll b$) და დიდი ($l \gg b$) სიგრძის ბზარებისათვის ეთანხმება დ.ი.კ.

$$K_1 = 1,121 p \alpha_0 \sqrt{\pi l} \quad (l \ll b),$$

$$K_1 = 1,121 p \sqrt{\pi(b+l)} \quad (l \gg b),$$

ასიმპტოტურ მნიშვნელობებს

ხოლო საშუალო სიგრძის ბზარისათვის ფარდობითი ცდომილება არ აღემატება 1,5%. ძაბვების კონცენტრაციის კოეფიციენტისათვის შემოთავაზებულია ასევე ფორმულა [81]

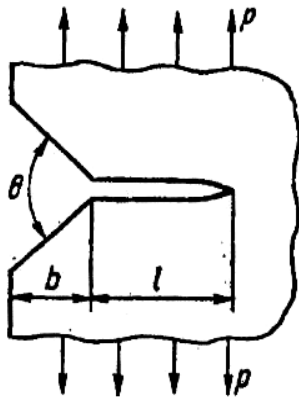
$$\alpha_0 = \left(1 + 2,48 \sqrt{b/\rho} + 1,16 b/\rho \right) / \left(1 + 0,517 \sqrt{b/\rho} \right),$$

რომლის ფარდობითი ცდომილება ნაკლებია 1%-ზე.

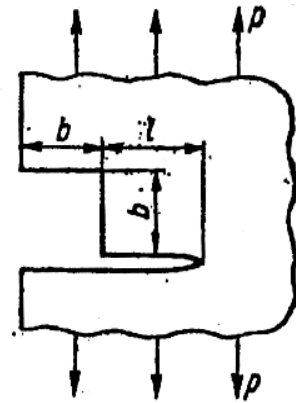
ბზარის წვეროში დ.ი.კ. განსაზღვრის რამდენიმე მიახლოებითი ფორმულა, იმ შემთხვევისათვის, როცა ბზარი გამოდის სასაზღვრო ამონაჭერიდან, მოცემულ ნაშრომში [82], [83].

ბზარი, რომელიც გამოდის ნახევარსიბრტყის საზღვარზე მდებარე სამკუთხა ჩანაჭერიდან.

ვთქვათ, ნახევარსიბრტყე შეიცავს სასაზღვრო სამკუთხა ჩანაჭერს, რომლის წვეროდან სიმეტრიულად გამოდის ბზარი. ნახევარსიბრტყე იჭიმება უსასრულობაში, ხოლო მისი საზღვარი, ჩანაჭერის საზღვარი და ბზარის ნაპირები თავისუფალია (ნახ. 2.43). დ.ი.კ. რიცხვითი მნიშვნელობები მოცემულია ნაშრომებში [11, 85]. სამკუთხა ჩანაჭერის გამომავალი ბზარის ორიენტაციის ზოგადი შემთხვევა, განხილულია აგრეთვე [11] ნაშრომში.



ნახ. 2.43



ნახ. 2.44

ბზარი, რომელიც გამოდის ნახევარსიბრტყის საზღვარზე მდებარი კვადრატული ჩანაჭერის წვეროდან. ნახევარსიბრტყე შეიცავს სასაზღვრო კვადრატულ ამონაჭერს, რომლის კუთხის წვეროდან

l/b 0,05 0,10 0,15 0,20 0,30 0,40 0,50

F_1 0,74 0,84 0,898 0,937 1,005 1,044 1,071

F_{II} 0,14 0,12 0,105 0,089 0,068 0,049 0,036

გამოდის ბზარი. ნახევარსიბრტყე იჭიმება უსასრულობაში P ძაბვებით, ხოლო მისი საზღვარი, ამონაჭერის საზღვარი და ბზარის ნაპირები თავისუფალია დატვირთვისაგან (ნა. 2.34). ქვემოთ მოცემულია დ.ი.კ.-ის მნიშვნელობები $K_1/p\sqrt{\pi(b+l)}=F_1$ და $K_{II}/p\sqrt{\pi(b+l)}=F_{II}$, რომლებიც მიღებულია ნაშრომში [11] მიმდევრობითი მიახლოების მეთოდით:

სასაზღვრო მრუდწირული ამონაჭერი კონტურზე დაბრუნების წერტილით. ვთქვათ, სხეულის არე არის ნახევარსიბრტყე მახვილი

l/b 0,60 0,80 1,00 1,20 1,50 2,00

F_1 1,090 1,109 1,117 1,120 1,121 1,1215

F_{II} 0,022 0,009 0,002 0,002 0,001 0,000

სასაზღვრო ჩანაჭერით (ნახ. 2.45). სხეულის საზღვარს პარამეტრული xoy დეკარტის მართკუთხა კოორდინატთა სისტემაში აქვს სახე:

$$x = a\xi^3/(\xi^2 + 1), y = -a/(\xi^2 + 1), \\ -\infty < \xi < \infty.$$

დრეკადობის თეორიის ძირითადი სასაზღვრო ამონაცემი ასეთი არისათვის შეიძლება ზუსტად იყოს ამოხსნილი კონფორმული ასახვის მეთოდით. თუ საზღვარი თავისუფალია დატვირთვებისაგან, ხოლო უსასრულობაში მოქმედებს გამჭიმავი ძალები (იხ. ნახ. 2.45, $Q=X=Y=0$), მაშინ დ.ი.კ. განისაზღვრებიან ფორმულებით [86, 87]

$$K_I = (3\sqrt{2/4} p \sqrt{\pi a}), \quad K_{II} = 0.$$

როდესაც ჩანაჭერის საზღვრის სიმეტრიულ წერტილებში მოდებულა ორი ნორმალური გამჭიმავი შეყურსული ძალა Q (იხ. ნახ. 2.45; $P=X=Y=0$), მაშინ დ.ი.კ. ტოლია [87]:

$$K_I = 4Q(1 - c^2) / [\sqrt{2\pi ac}(1 + c^2)\sqrt{c^2 + 4}], \\ K_{II} = 0, \quad c = \sqrt{(a - b)/b}.$$

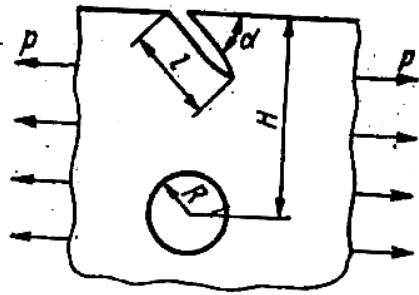
როდესაც სხეულის ნებისმიერ $z_0 = x_0 + iy_0$ წერტილში მოქმედებს შეყურსული ძალა X და Y გეგმილებით (იხ. ნახ. 3.45), მაშინ დ.ი.კ. მოცემულია გამოსახულებით [88]:

$$K_I - iK_{II} = \left(i / (2(1 + \aleph)\sqrt{2\pi a}) \right) \left\{ (X + iY) \left((3\bar{\xi}_0 + 2i) / \bar{\xi}_0 + i \right) \times \right. \\ \times \left[\aleph / \bar{\xi}_0 + (\bar{\xi}_0 - i) / (\bar{\xi}_0(\xi_0 - 2i)) \right] + \left. \left((X + iY) / (\bar{\xi}_0 - i) \right) \times \right. \\ \times \left. \left[2(\bar{\xi}_0 - \xi_0)(\xi_0 + \bar{\xi}_0 + i\xi_0\bar{\xi}_0) / (\bar{\xi}_0^3(\bar{\xi}_0 - 2i)) + 3\xi_0^2 / \bar{\xi}_0^2 + 3\aleph \right] \right\},$$

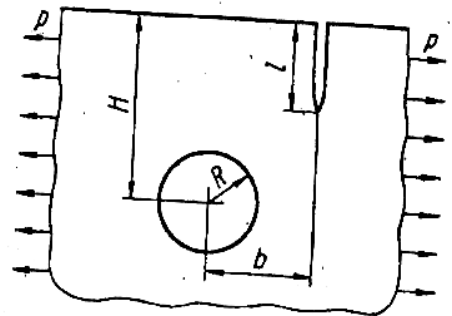
სადაც

$$\xi_0 = \left(z - ia + \sqrt{z^2 - 6iaz_0 + 3a^2} \right) / 2a,$$

ამასთან $\sqrt{z_0^2 - 6iaz_0 + 3a^2/z_0} \rightarrow 1$, როცა $|z_0| \rightarrow \infty$.



ნახ. 2.46



ნახ. 2.47



ნახ. 2.45

ურთიერთქმედება სასაზღვრო წრფივ ბზარსა და წრიულ ნახვრეტს შორის.

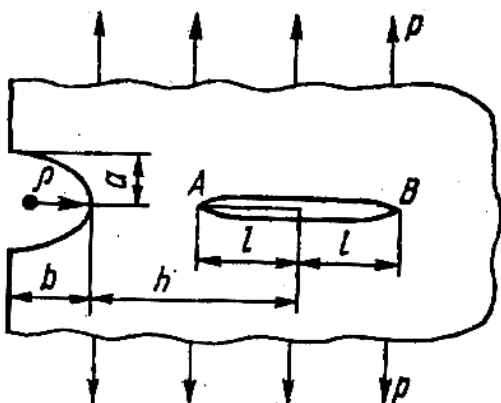
ვთქვათ, ნახევარსიბრტყეში, რომელიც იჭიმება უსასრულობაში, არის ნებისმიერად ორიენტირებული სასაზღვრო ბზარი და წრიული ნახვრეტი (ნახ. 2.46), როცა $\alpha = \pi/2$ და ნახვრეტის ცენტრი იმყოფება ბზარის წირზე. ნახევარსიბრტყის საზღვარი, ბზარის ნაპირები და ხვრელის კონტური თავისუფალია დატვირთვისაგან.

ძ.ი.კ.-ის მონაცემები ელიფსური ხვრელისა და წრფივი ბზარის შემთხვევაში, როდესაც ბზარი ნახევარსიბრტყის საზღვრიდან გამოდის მართი კუთხით, მოცემულია აგრეთვე ნაშრომში [78].

იმ შემთხვევაში, როცა ბზარი გამოდის ნახევარსიბრტყიდან მართი კუთხით და წრიული ხვრელის ცენტრი არ მდებარეობს ბზარის წირზე (ნახ. 2.47) ამოცანა ამოხსნილია ნაშრომში [91]

სინგულარული ინტეგრალური განტოლებების მეთოდით.

ურთიერთქმედება ნახევარსიბრტყეში მდებარე ნახევრადელიფსური სასაზღვრო ჩანაჭერისა და შიგა ბზარს შორის.

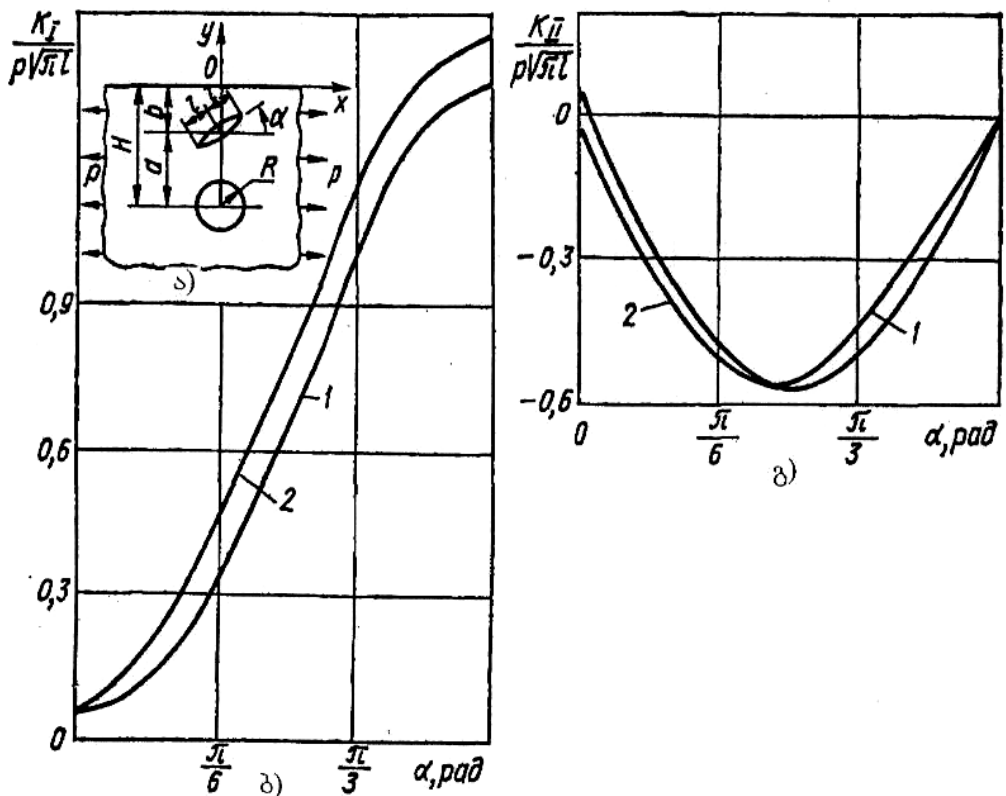


ნახ. 2.48.

ნახევარსიბრტყე სასაზღვრო ნახევრადელიფსური ჩანაჭერით და სიმეტრიის ღერძზე მდებარე შიგა ბზარით, იჭიმება უსასრულობაში P ძალებით. ნახევარსიბრტყის საზღვარი, ამონაჭერის საზღვარი და ბზარის ნაპირები თავისუფალია დატვირთვისაგან (ნახ. 2.48). დ.ი.კ. $K_1(K_{II}=0)$ მნიშვნელობები მიღებულია მასური ძალების მეთოდით [31, 78] ნაშრომებში.

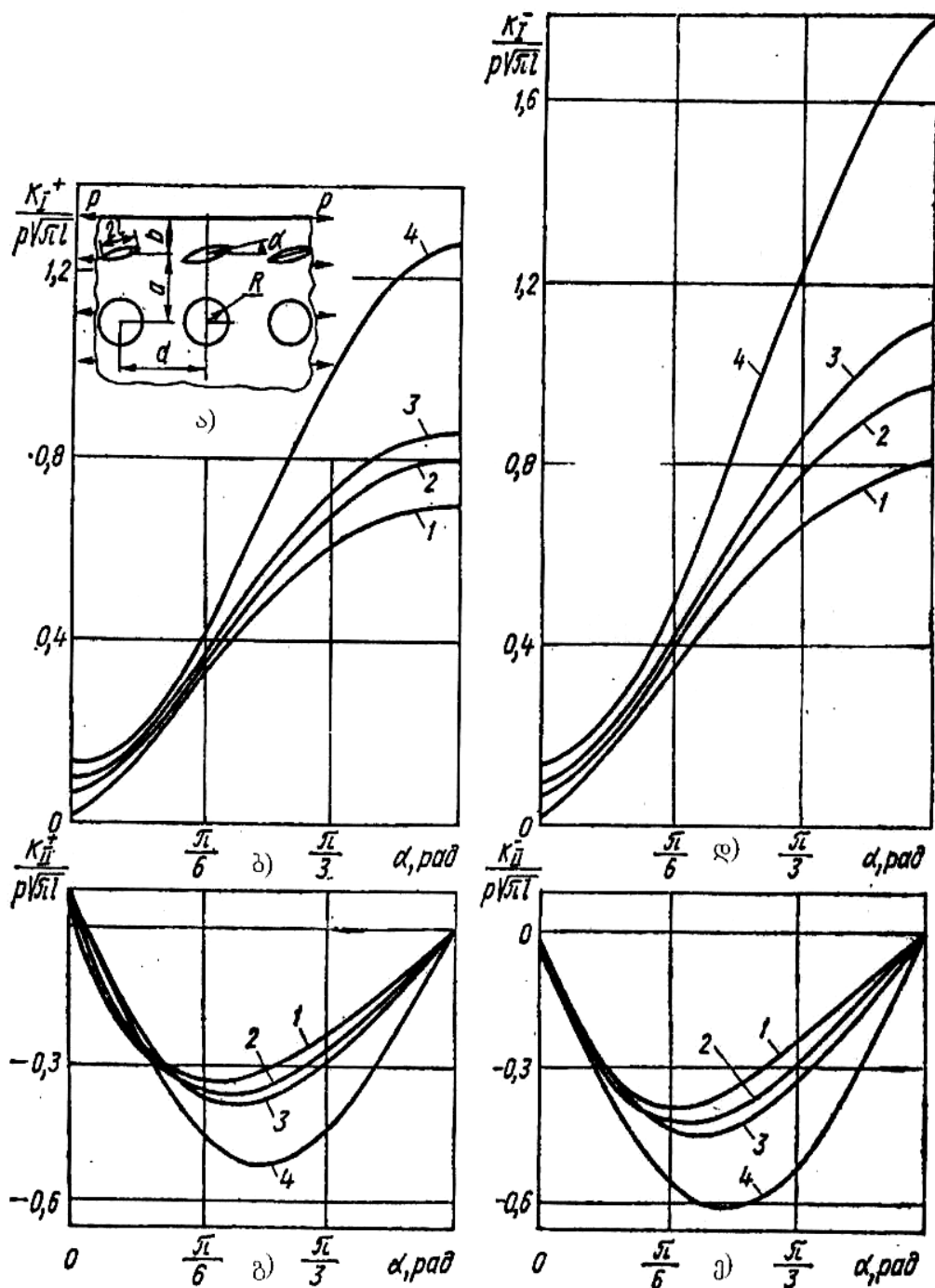
ურთიერთქმედება ნახევარსიბრტყეში მდებარე შიგა წრფივ ბზარს და წრიულ ხვრელს შორის.

ვთქვათ, ნახევარსიბრტყე შესუსტებულია წრიული ხვრელით და ნებისმიერი ორიენტაციის წრფივი შიგა ბზარით. ის და ხვრელის ცენტრები მდებარეობენ ნახევარსიბრტყის საზღვრის მართობ წრფეზე. ნახევარსიბრტყე იჭიმება უსასრულობაში, ხოლო მისი საზღვარი, ბზარის ნაპირები და ხვრელის კონტური თავისუფალია დატვირთვისაგან. (ნახ. 2.49 ა). ამოცანა ამოხსნილია სინგულარულ ინტეგრალური განტოლებების მეთოდით ნაშრომში [90]. შედეგები მოცემულია ნახ. 2.49, ბ, გ.



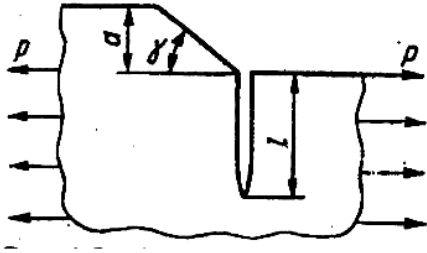
ნახ. 2.49

ხერვლების და ბზარების პერიოდული სისტემა ნახევარსიბრტყეში. ნახევარსიბრტყე, რომელიც იჭიმება უსასრულობაში, შეიცავს წრიული ხერვლებისა და ნებისმიერად ორიენტირებული შიგა წრფივი ბზარების პერიოდულ სისტემას.



ნახ. 2.50

ბზარების და ხერვლების ცენტრები მდებარეობენ ნახევარსიბრტყის საზღვრის მართობ წრფეზე. ბზარების ნაპირები, ხერვლების



ნახ. 2.51

კონტურები და ნახევარსიბრტყის საზღვარი თავისუფალია დატვირთვისაგან (ნახ. 2.50 ა)

ძ.ი.კ. დამოკიდებულება ბზარის ორიენტაციის α კუთხეზე, რომელიც მიღებულია სინგულარული ინტეგრალური განტოლების მეთოდით ნაშრომში [92], მოცემულია ნახ. 2.50 ბ, გ, დ.

ბზარი, რომელიც გამოდის კუთხის წვეროდან ნახევარსიბრტყეში საფეხურით.

ვთქვათ, ნახევარსიბრტყეში, რომელშიც არის საფეხური და მისი საზღვრის მართობულად კუთხის წვეროდან გამომავალი სასაზღვრო ბზარი იჭიმება უსასრულობაში P ძალებით. ნახევარსიბრტყის საზღვარი და ბზარის ნაპირები თავისუფალია დატვირთვისაგან (ნახ. 2.51).

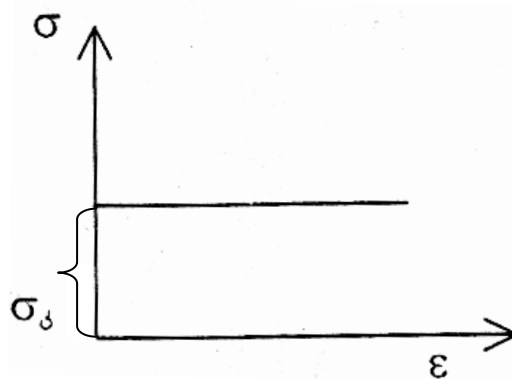
2.7. მეორე თავის დასკვნები

1. გაანალიზებულია ბზარიანი ფირფიტები ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობისას.
2. გაანალიზებულია ფირფიტის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა სასაზღვრო ბზარის, სხვადასხვა კონფიგურაციის შიგა ბზარებზე, სასაზღვრო ამონაჭერზე, ხვრელებითა და შვერილებით.

თავი III. დრეკად-პლასტიკური ფორმირებისა და ბარსების ზიდვის უნარის დადგენა

საინჟინრო თვალსაზრისით კონსტრუქციის ზღვრული მდგომარეობა ხასიათდება მისი თავდაპირველი ზომებისა და ფორმის იმდენად მნიშვნელოვანი ცვლილებებით, რომ კონსტრუქციის შემდგომი ექსპლუატაცია შეუძლებელი ხდება. ცხადია, რომ ამ მდგომარეობის მიღწევამდე მნიშვნელოვნად ადრე კონსტრუქციაში უკვე არსებობს ცალკეული დაქსაქსული პლასტიკური არეები, რომელთა გავლენა ჯერ კიდევ უმნიშვნელოა და კონსტრუქცია კვლავაც შეგვიძლია ჩავთვალოთ ხისტად. მაგრამ დატვირთვის ზრდასთან ერთად იწყება პლასტიკური არეების გაფართოება და ბოლოს, როდესაც გარე ძალები მიაღწევენ გარკვეულ „ზღვრულ მნიშვნელობას“, რომელსაც კონსტრუქციის ზიდვის უნარს უწოდებენ, კონსტრუქცია „მიედინება მთლიანად“, რაც აღინიშნება დეფორმაციათა სინქარეების განუსაზღვრელი ზრდით.

მოახლოებული რღვევის პირობებში პლასტიკური დეფორმაცია საგრძნობლად აღემატება დრეკადს, რის გამოც ეს უკანასკნელი შეიძლება საერთოდ უგულებელვყოთ. ამგვარი განმარტების შედეგად ვღებულობთ რეალური დეფორმადი ტანის იდეალურ პლასტიკურ-ხისტ მოდელს (ნახ. 3.1). სწორედ ეს მოდელი გამოყენებულია ზიდვის უნარის განსაზღვრის დროს.



ნახ. 3.1

ერთდერძა დაძაბული მდგომარეობით პლასტიკური დეფორმაციის წარმოქმნა განპირობებულია სათანადო ძაბვის მიერ მასალის დენადობის σ_s – ზღვრული მნიშვნელობის მიღწევით. ფილებსა და დამრეც გარსებში, პლასტიკური დეფორმაციების წარმოქმნა ხორციელდება σ_{xx} , σ_{yy} , ნორმალური და $\sigma_{x,y}$ მხები ძაბვების საშუალებით.

პირობა, რომელსაც უნდა აკმაყოფილებდნენ ძაბვები დეფორმადი მყარი ტანის რაიმე წერტილში იმისათვის, რომ მასში წარმოიქმნას პლასტიკური დეფორმაცია, ცნობილია პლასტიკურობის ანუ დენადობის პირობის სახელწოდებით. არსებობს დენადობის რამდენიმე პირობა რთული დაძაბული მდგომარეობის შემთხვევისათვის. ერთ-ერთი მათგანი, თანაც შეიძლება ითქვას ყველაზე მარტივი, ცნობილია ჰუბერ-მიზესის პირობის სახელწოდებით, რომელსაც ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობის პირობებში აქვს შემდეგი სახე [55]

$$f(\sigma_q) = f(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}) = \frac{\sigma_{xx}^2}{\sigma_{xy}^2} - \frac{\sigma_{xx}\sigma_{yy}}{\sigma_{sx}\sigma_{sy}} + \frac{\sigma_{yy}^2}{\sigma_{sy}^2} - \frac{\sigma_{xy}^2}{\tau_s^2} - 1 = 0 \quad (3.1)$$

სადაც τ_s – მასალის დენადობის ზღვარია ძვრის დროს, σ_{sx} , σ_{sy} – დენადობის ზღვართა მნიშვნელობები გაჭიმვისას შესაბამისად x და y დერძების მიმართულებით.

როცა $f(\sigma_q) < 0$, მასალა მიჩნეულია არადეფორმადად, ხოლო როცა $f(\sigma_q) = 0$, მასალა ამუღავნებს დენადობის თვისებას.

მხოლოდ დენადობის პირობის საფუძველზე, შეუძლებელია პლასტიკურ-ხისტი ტანების მექანიკური მდგომარეობის მეტნაკლებად სრული დახასიათება. უნდა ვიცოდეთ აგრეთვე დინების თანმხლები კანონიც. ეს უკანასკნელი ჩვეულებრივად გულისმობს დენადობის $f(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy})$ ფუნქციითან გაიგივებული პლასტიკური პოტენციალის არსებობას.

ამრიგად ნაგულისხმებია შემდეგი ტოლობების სამართლიანობა

$$\alpha_x = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{xx}}; \quad \alpha_y = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{yy}}; \quad \alpha_z = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{xy}} \quad (3.2)$$

სადაც α_x , α_y და α_z აღნიშნავენ სათანადო დეფორმაციათა სიჩქარეებს, λ – კი, რომელსაც პლასტიკურობის კოეფიციენტს უწოდებენ, განისაზღვრება ფორმულით:

$$\lambda = \left[\frac{1}{3} (\sigma_{xx}^2 \cdot \alpha_x + \sigma_{xx} \cdot \sigma_{yy} \cdot \epsilon_x \cdot \alpha_y + \sigma_{yy}^2 \cdot \alpha_y) + \frac{\tau_s^2 \cdot \alpha_z^2}{4} + \frac{h}{36} (\sigma_{xx}^2 \cdot \alpha_1^2 + \sigma_{xx} \cdot \sigma_{yy} \cdot \alpha_1 \alpha_2 + \sigma_{yy}^2 \cdot \alpha_2^2) \frac{\tau_s^2}{48} \cdot \chi^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.3)$$

დამრეცი ორმაგი სიმრუდის გარსის შემთხვევაში შუა ზედაპირის დეფორმაციების სიჩქარეების განმსაზღვრელი პარამეტრები გამოითვლებიან ფორმულებით:

$$\alpha_x = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} + \frac{\alpha_z}{R_1}, \quad \alpha_y = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} + \frac{\alpha_z}{R_2}, \quad \alpha_z = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x}$$

$$\chi_1 = -\frac{\partial^2 \alpha_z}{\partial x^2} + \frac{1}{R_1} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x}; \quad \chi_1 = \frac{\partial^2 \alpha_z}{\partial y^2} + \frac{1}{R_2} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y}; \quad (3.4)$$

$$\chi = \frac{1}{R_1} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} + \frac{1}{R_2} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} + 2 \frac{\partial^2 V \alpha_z}{\partial x \partial y}.$$

საინჟინრო ნაგებობათა ზიდვის უნარის განსაზღვრა წარმოადგენს სამშენებლო მექანიკის ერთ-ერთ ძირითად ამოცანას. იგი საკმაოდ რთული და ხშირად პრაქტიკულად განუხორციელებელია. ამიტომაცაა, რომ ამ მიმართულებით დამუშავებულია მრავალი გონებამახვილური მეთოდი, რომლებიც მისაღებ ფარგლებში საკმაოდ ამარტივებენ დასმული ამოცანის გადაწყვეტას. ერთ-ერთი ასეთი მეთოდი დამუშავებულია მ. მიქელაძის მიერ, რომელიც ეხება ნაგებობის ზიდვის უნარის ორმხრივ შეფასებას [55, 56]. ამ მეთოდის მიხედვით თუ აღვნიშნავთ

P_s -ით ზღვრული დატვირთვის ინტენსივობის სტატიკურად დასაშვებ მნიშვნელობას, ხოლო P_k -თი კი ზღვრული დატვირთვის ინტენსივობის კინემატიკურად დასაშვებ მნიშვნელობას, მაშინ ზღვრული დატვირთვის ჭეშმარიტი მნიშვნელობა სტატიკურად დასაშვები ინტენსივობის უდიდესი და კინემატიკურად დასაშვები უმცირესი მნიშვნელობის ტოლია $P_{st} \leq P \leq P_k$. [54]-ის მიხედვით გარსის ზიდვის უნარი ზევიდან ჩაიწერება შემდეგი სახით

$$P < P_{st} + \frac{2h}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sigma_{sx}^2}{R_1^2} + \frac{\sigma_{sx}\sigma_{sy}}{R_1R_2} + \frac{\sigma_{sy}^2}{R_2^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.5)$$

სადაც

$$P_{st} = \frac{\frac{h^2}{\sqrt{3}} \int_F \left\{ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial x^2} \right)^2 \sigma_{sx}^2 + \sigma_{sx} \cdot \sigma_{xy} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial y^2} + \sigma_{xy}^2 \left(\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial y^2} \right)^2 \right] + \tau_x \left(\frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}{\int_F \mathcal{E} dF} \quad (3.6)$$

არის ფირფიტის ზიდვის უნარი, რომლის ზომები ემთხვევა გარსით გადახურული ფართის გეომეტრიულ ზომებს.

ზიდვის უნარი ქვემოდან განისაზღვრება ფორმულით

$$P > \frac{2h}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sigma_{sx}^2}{R_1^2} + \frac{\sigma_{sx}\sigma_{sy}}{R_1R_2} + \frac{\sigma_{sy}^2}{R_2^2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.7)$$

თხელი ფილების დრეკად-პლასტიკური წონასწორობის შესწავლა დავიწყოთ იდეალური კონსტრუქციის ფენოვანი ფილების მაგალითზე. ასეთი კონსტრუქცია შედგება ერთნაირი განაპირა მუშა ფენებისა და შუალედური მსუბუქი შემვსებისაგან (ნახ. 3.2). შემვსების სისქის შესახებ იგულისხმება, რომ იგი საგრძნობლად აღემატება მუშა ფენების სისქეს:

$$\Delta \gg \delta, \quad \frac{\delta}{\Delta} + 1 \approx 1.$$

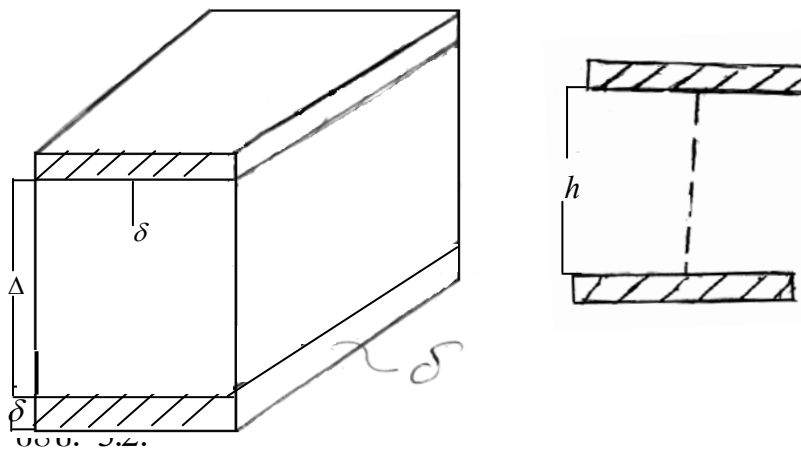
იგულისხმება, რომ ფილის შუა სიბრტყის პარალელურად მოქმედი ძაბვები ($\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy} = \sigma_{yx}$) გადაეცემა მუშა ფენებს, ხოლო

განივი ძალები კი შემდგომად ანალოგიური ხასიათის დაშვებანი საფუძვლად უდევს იდეალური ირტესებრი კვეთის კოჭების თეორიასაც (ნახ. 3.3).

მუშა ფენების სიმცირის გამო დამოკიდებულება ძაბვებსა და მომენტებს შორის გამოისახება შემდეგი ფორმულების სახით:

$$\sigma_{xx} = \pm \frac{M_x}{\delta \Delta}, \quad \sigma_{yy} = \pm \frac{M_y}{\delta \Delta}, \quad \sigma_{xy} = \pm \frac{M_{xy}}{\delta \Delta}, \quad (3.8)$$

სადაც „+“ ნიშანი ზედა ფენას შეესაბამება, „-“ - კი ქვედას.



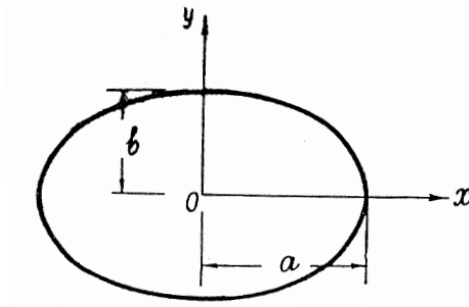
ნახ. 3.2

3.1. ელიფსური ფილის ზიდვის უნარის შეფასება

განვიხილოთ კონტურით თავისუფლად დაყრდნობილი ორთოტროპული ელიფსური ფილა (ნახ. 3.4), რომელიც განიცდის თანაბრად განაწილებული დატვირთვის ქმედებას. ფილის ჩაღუნვათა სიჩქარეების კინემატიკურად დასაშვები ველი მივიღოთ შემდეგი ფორმულის მიხედვით:

$$w = w_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right),$$

სადაც w_0 განუზღვრელი მუდმივი სიდიდეა.



ნახ. 3.3

რამდენადაც

$$-\frac{\partial^2 \mathcal{L}^*}{\partial x^2} = \frac{2\mathcal{L}_x^*}{a^2}, \quad -\frac{\partial^2 \mathcal{L}^*}{\partial y^2} = \frac{2\mathcal{L}_y^*}{b^2}, \quad -\frac{\partial^2 \mathcal{L}^*}{\partial x \partial y} = 0.$$

ფილის ზიდვის უნარის ზედა ზღვარი (3.5) და (3.7)

ფორმულების საფუძველზე იქნება:

$$P_\delta = \frac{4\delta\Delta \left(\frac{\sigma_{sx}^2}{a^4} + \frac{\sigma_{sx}\sigma_{sy}}{a^2b^2} + \frac{\sigma_{sy}^2}{b^4} \right)^{\frac{1}{2}} \int_F dF}{\int_F \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right) dF} = \frac{8\delta\Delta \left(\frac{\sigma_{sx}^2}{a^4} + \frac{\sigma_{sx}\sigma_{sy}}{a^2b^2} + \frac{\sigma_{sy}^2}{b^4} \right)^{\frac{1}{2}}}{\int_F \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right) dF},$$

რადგან ელიფსის ფართობი და მისი ინერციის მომენტები x და y ღერძების მიმართ შესაბამისად ტოლია:

$$F = \pi ab, \quad I_x = \int_F y^2 dF = \frac{\pi ab^3}{4}, \quad I_y = \int_F x^2 dF = \frac{\pi a^3 b}{4}.$$

ქვედა ზღვარის დადგენის მიზნით დავუშვათ, რომ

$$M_x = M_y = -\frac{I_s p a^2 b^2}{2(a^2 + b^2)} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right) \text{ და } M_{xy} = 0,$$

თანაც მღუნავი მომენტებისგან მოვითხოვთ დენადობის პირობის დაკმაყოფილება მაქსიმალურად დაძაბულ წერტილში: $x=0, y=0$.

(3.5) პირობის შესაბამისად გვექნება:

$$P_b = \frac{2(a^2 + b^2)\delta\Delta}{a^2 b^2 \left(\frac{1}{\sigma_{sx}^2} + \frac{1}{\sigma_{sx}\sigma_{sy}} + \frac{1}{\sigma_{sy}^2} \right)^{\frac{1}{2}}}.$$

მიღებული ფორმულების საფუძველზე

$$P_b = \frac{4}{3} \frac{(b^4 \delta_{sx}^2 + a^2 b^2 \sigma_{sx} \sigma_{sy} + a^2 \sigma_{sy}^2)^{\frac{1}{2}}}{a^2 b^2} \left(\frac{1}{\sigma_{sx}^2} + \frac{1}{\sigma_{sx} \sigma_{sy}} + \frac{1}{\sigma_{sy}^2} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

3.2. წრიული ფილების ზიდვის უნარი

მაგალითის სახით განვიხილოთ კონტურით ($r = a$) თავისუფლად დაყრდნობილი, იზოტროპული ($\sigma_{sr} = \sigma_{s\phi} = \sigma_s$) წრიული ფილა, რომელიც განიცდის თანაბრად განაწილებული დატვირთვის ქმედებას [$q(r, \phi) = p$].

ჩაღუნვათა სიჩქარეების კინემატიკურად დასაშვები ველი მივიღოთ შემდეგი ფორმულის სახით:

$$w^* = \frac{\Delta \sigma_s}{\sqrt{3}} (a^2 - r^2).$$

შესაბამისად

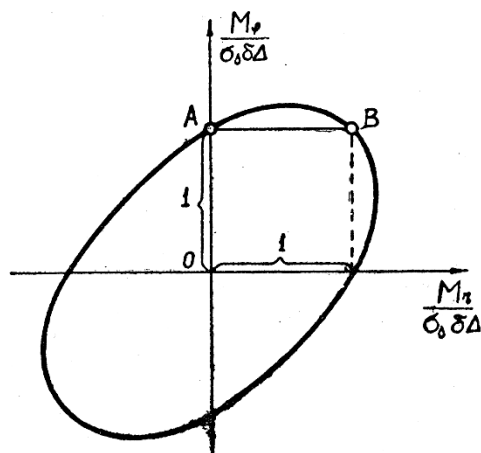
$$D = \frac{2 \Delta \sigma_s}{\sqrt{3}} \frac{\Delta \sigma_s}{\sqrt{3}} \sqrt{12} = 4 \Delta \sigma_s \frac{\Delta \sigma_s}{\sqrt{3}}.$$

ფილის ზიდვის უნარის ზედა ზღვარი (3.5) ფორმულის საფუძველზე იქნება:

$$P_d = \frac{4 \Delta \sigma_s \frac{\Delta \sigma_s}{\sqrt{3}} \int_F dF}{\frac{\Delta \sigma_s}{\sqrt{3}} \int_F (a^2 - r^2) dF} = \frac{4 \Delta \sigma_s \cdot \pi a^2}{2\pi \int_0^a (a^2 - r^2) r dr} = 8 \Delta \sigma_s. \quad (3.9)$$

მდუნავი მომენტების სტატიკურად დასაშვები ველის აგების მიზნით გავაანალიზოთ (3.7), როცა $\sigma_{sr} = \sigma_{s\phi} = \sigma_s$ (ნახ. 3.5). რამდენადაც ორივე მდუნავ მომენტს ერთნაირი ნიშანი აქვს, ფილის დაძაბულ მდგომარეობას შეესაბამება ელიფსის მხოლოდ ის ნაწილი, რომელიც არის პირველ კვადრანტში ($M_r > 0, M_\phi > 0$). მეტი კონკრეტულობისათვის ვიგულისხმობთ, რომ დატვირთვის მიმართულება ემთხვევა z -ღერძის დადებით მიმართულებას, რის გამოც ორივე მდუნავი მომენტი დადებითია. ამრიგად, საქმე გვაქვს ელიფსის ნაწილთან, რომელიც პირველ კვადრანტშია მოთავსებული.

უფრო დეტალური ანალიზი გვიჩვენებს, რომ ფილაში აღძრული მღუნავი მომენტების მნიშვნელობები წარმოდგენილია წერტილთან ერთობლიობით, რომელიც ნახაზზე ელიფსის რკალს ეკუთვნის (ნახ. 3.5). ამ რკალის A წერტილი (1.1) ფილის ცენტრს შეესაბამება. რაც შეეხება B წერტილს, იგი შეესაბამება ფილის სახსრულად დამაგრებულ კონტურს ($r=a$), სადაც M_r მომენტი ნულის ტოლია. რამდენადაც r -კოორდინატის ზრდა აღინიშნება რადიალური მღუნავი მომენტის კლებით, ამდენად ცხადია, რომ რკალის რაიმე წერტილი გამოსახავს ფილის შუალედური წერტილის ($0 < r < a$) დაძაბულ მდგომარეობას.



ნახ. 3.4

როგორც ეს ნახაზიდან ჩანს, ელიფსის რკალი AB, პრაქტიკული მიზნებისთვის საკმარისი სიზუსტით შეიძლება

შეიცვალოს მისი მომჭიმავი ქორდით, რომლის გასწვრივაც $\frac{M_\phi}{\sigma_s \delta} = 1$

(ნახ. 3.5) პლასტიკურ-ხისტი ანალიზის თვალსაზრისით რკალიდან ქორდაზე გადასვლა მოასწავებს მღუნავი მომენტების ჭეშმარიტი ველის შეცვლას სტატიკურად დასაშვები ველით. მართლაც, ორი განაპირა წერტილის გარდა, რომლებიც ერთდროულად ზღვრულ წირსაც ეკუთვნიან, ქორდის ყველა დანარჩენი ამ წირის შიგნით მდებარეობს, როგორც ამას ადგილი უნდა ჰქონდეს რადიალური და

რგოლური მღუნავი მომენტების უხიფათო კომბინაციის შემთხვევაში $[F(M_r, M_\varphi) < 1]$.

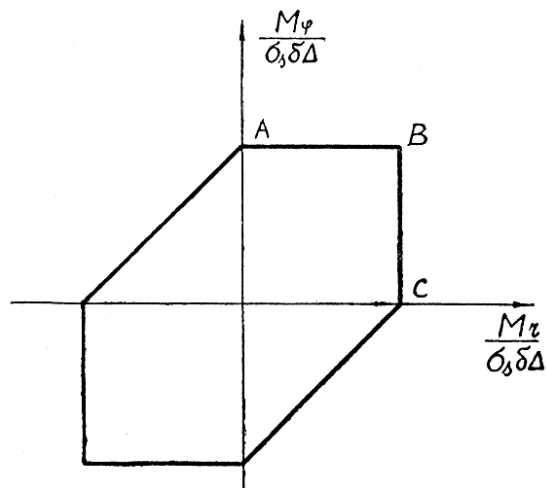
სხვათაშორის, ელიფსური ფილისათვის მიღებული ფორმულა წრიული, იზოტროპული ფილის შემთხვევაში ($a = b$, $\sigma_{sx} = \sigma_{sy} = \sigma_s$) გვაძლევს ზიდვის უნარის ზედა ზღვარის იმავე მნიშვნელობას, რასაც ახლახან გამოყვანილი ფორმულა (3.9). ეს გასაგებიცაა, ვინაიდან ელიფსური ფილის ჩაღუნვათა სიჩქარეების კინემატიკურად დასაშვები ველი, იმის გათვალისწინებით, რომ წრისთვის $a = b$ და $x^2 + y^2 = r^2$, ემთხვევა წრიული ფილისათვის მიღებულ ველს.

იგივე ამოცანა, ე.ი. თანაბრად დატვირთული წრიული ფილის ზიდვის უნარი, ახლა შევისწავლოთ ტრესკა-სენ-ვენანის დენადობის პირობისა და მის თანმხლები პლასტიკური დინების კანონის საფუძველზე. სათანადო ზღვრული დამოკიდებულება რადიალურსა და რგოლურ მღუნავ მომენტებს შორის გეომეტრიული თვალსაზრისით იქნება იგივე, რაც მთავარი ნორმალური ძაბვებისთვის გვქონდა.

შესაბამისად,

$$\max \left(\left| \frac{M_r}{\sigma_s \delta \Delta} - \frac{M_\varphi}{\sigma_s \delta \Delta} \right| \right) \leq 1. \quad (3.10)$$

რამდენადაც ორივე მღუნავი მომენტი დადებითია, წრიული ფილის დაძაბულ მდგომარეობას შეესაბამება ზღვრული ექვსკუთხედის (ნახ. 3.6) ის ნაწილი, რომელიც პირველ კვადრანტშია მოთავსებული.



ნახ. 3.5

კერძოდ, ექვსკუთხედის გვერდით გათვალისწინებული რეჟიმი. ამ გვერდის A წერტილი შეესაბამება ფილის მდგომარეობას ცენტრში, B წერტილი კი გამოხატავს წრიულ კონტურზე შექმნილ ვითარებას. სათანადო ამონახსნი ზღვრული დატვირთვისათვის ფაქტიურად უკვე ნაპოვნი გვაქვს; იგი ემთხვევა სტატიკურად დასაშვებ ამონახსნს, რომელიც იყო აგებული მიზესის პირობის გამოყენებით.

დეფორმაციათა სიჩქარეების შესაბამისი ველი იქნება:

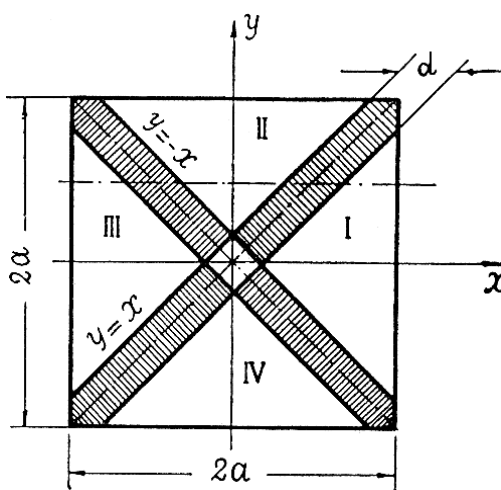
$$\epsilon_r = -\frac{d^2 u}{dr^2} = 0, \quad \epsilon_\phi = -\frac{1}{r} \frac{du}{dr} > 0.$$

აქედან გამომდინარე, ცხადია, რომ ფილის ჩაღუნვების სიჩქარე რადიუსის წრფივ ფუნქციას წარმოადგენს, ე.ი.

$$u = u_0(a - r).$$

3.3. კვადრატული ფირფიტის ზიდვის უნარი

განვიხილოთ იზოტროპული ($\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_z$) თავისუფლად დაყრდნობილი კვადრატული ფირფიტა, რომელიც განიცდის თანაბრად განაწილებული დატვირთვის მოქმედებას. მოვათავსოთ კოორდინატთა სათავე ფირფიტის სიმძიმის ცენტრში, x და y ღერძები კი მივმართოთ მისი გვერდების პარალელურად (ნახ. 3.7).



ნახ. 3.6

ფირფიტის ზიდვის უნარის ზედა ზღვარის დადგენის მიზნით დავუშვათ, რომ მისი შუა სიბრტყე დეფორმაციის შედეგად დებულობს კვადრატული პირამიდის მოხაზულობას.

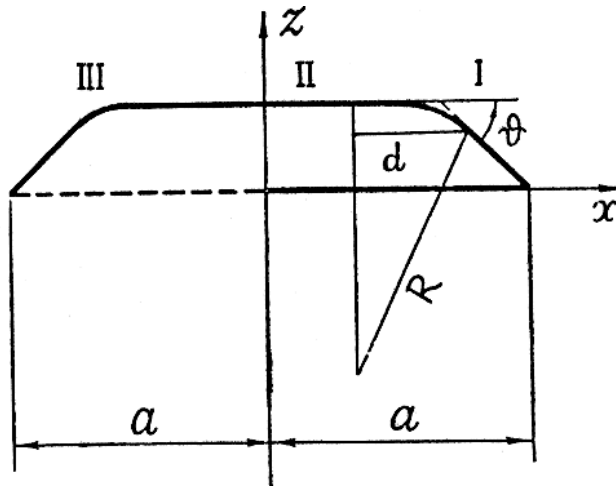
ნათქვამის შესაბამისად, თუ ფილის გვერდების სიგრძეს აღვნიშნავთ $2a$ -თი, ჩაღუნვათა სიჩქარეების კინემატიკურად დასაშვები ველი წარმოდგენილი იქნება შემდეგი ფორმულების ერთობლიობით:

$$\left. \begin{aligned} \text{I: } w^* &= c(a - x), & \text{roca } x > 0, & -x \leq y \leq x, \\ \text{II: } w^* &= c(a - y), & \text{roca } y > 0, & -y \leq x \leq y, \\ \text{III: } w^* &= c(a + x), & \text{roca } x < 0, & x \leq y \leq -x, \\ \text{IV: } w^* &= c(a + y), & \text{roca } y < 0, & y \leq x \leq -y, \end{aligned} \right\}$$

სადაც c – რაიმე მუდმივია.

იმის გამო, რომ $\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2}$ და $\frac{\partial^2 w^*}{\partial x \partial y}$ წარმოებულები ნულის

ტოლია ოთხივე არეში, იგი მხოლოდ იმის მანიშნებელია, რომ პირამიდის მახვილი წიბოები უნდა იყოს განხილული როგორც ფაქტიურად მომრგვალებული წიბოების ზღვრული შემთხვევა (ნახ. 3.8).



ნახ. 3.7

ამრიგად, შესაძლო გადაადგილებათა პრინციპის საფუძველზე გარე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობის სიმძლავრე უნდა გავუტოლოთ იმ მუშაობის სიმძლავრეს, რომელიც სრულდება წიბოების გაყოფებით უსასრულოდ ვიწრო პარალელოგრამისებრი ზოლების შიგნით.

სიმეტრიის საფუძველზე, ვინაიდან თითოეული ზოლისათვის

$$\frac{\partial^2 \mathcal{U}^*}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \mathcal{U}^*}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial^2 \mathcal{U}^*}{\partial x \partial y} = 0.$$

(3.7) მოგვცემს

$$D = -2\sigma_s \delta \Delta \frac{\partial^2 \mathcal{U}^*}{\partial x^2}.$$

მეორეს მხრივ, როგორც ნახაზიდან ჩანს (ნახ. 3.8), θ -კუთხის სიმცირის გამო

$$\frac{\partial^2 \mathcal{U}^*}{\partial x^2} \approx \frac{1}{d} \frac{\partial \mathcal{U}^*}{\partial x},$$

რამდენადაც

$$\frac{\partial^2 \mathcal{U}^*}{\partial x^2} \approx -\frac{1}{R}, \quad \frac{1}{R} \approx \theta \approx -\frac{\partial \mathcal{U}^*}{\partial x}.$$

შესაბამისად,

$$D = -\frac{2\sigma_s \delta \Delta}{d} \frac{\partial \xi^*}{\partial x},$$

ან იმის გათვალისწინებით, თუ რისი ტოლია $\frac{\partial \xi^*}{\partial x}$ I არეში

$$D = c \frac{2\sigma_s \delta \Delta}{d}.$$

სიმეტრიის საფუძველზე, ოთხივე წიბოს გაყოფებით შესრულებული მუშაობის სრული სიმძლავრე, ე.ი. ვიწრო პარალელოგრამებით შემოსაზღვრული არეების შიგნით შესრულებული მუშაობის სიმძლავრე, იქნება

$$4Dd \cdot a = 8ac\sigma_s \delta \Delta.$$

გარე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობის სიმძლავრე

$$I_k p \int_V dF$$

წარმოადგენს ზღვრული დატვირთვის ნამრავს კვადრატული პირამიდის მოცულობაზე, რაც $\frac{4a^2 \cdot ac}{3}$ -ის ტოლია.

საბოლოოდ, მუშაობათა სიმძლავრეების გატოლება მოგვცემს

$$I_k p = \frac{6\sigma_s \delta \Delta}{a^2}.$$

მგრესი და მღუნავი მომენტების სტატიკურად დასაშვები ველი მივიღოთ შემდეგი სახით:

$$M_{xy} = 0, \quad M_x = \frac{I_s p}{4}(a^2 - x^2), \quad M_y = \frac{I_s p}{4}(a^2 - y^2).$$

(იგი აკმაყოფილებს სასაზღვრო პირობებს კვადრატის გვერდებზე ($x = \pm a$, $y = \pm a$) და წონასწორობის განტოლებას, როცა $q = I_s p$).

ზიდვის უნარის ქვედა ზღვარს ვიპოვით, თუ დენადობის პირობას (3.2) დავწერთ ფილის ცენტრისთვის ($x = 0$, $y = 0$), რომელიც სხვა ოთხ წერტილთან ერთად, სახელდობრ, $x = \pm a$, $y = 0$ და $x = 0$, $y = \pm a$, წარმოადგენს მაქსიმალურად დაძაბულ წერტილს, სადაც

დენადობის $F (M_x, M_y, M_{xy})$ ფუნქცია (3.1) დებულობს თავის უდიდეს მნიშვნელობას.

ნათქვამის შესაბამისად

$$I_s p = \frac{4\sigma_s \delta \Delta}{a} \quad \text{და} \quad \frac{I_k}{I_s} = \frac{3}{2}.$$

3.4. რკინაბეტონის ფილების ზიდვის უნარი

გამოვიყენოთ წინა პარაგრაფში გადმოცემული ზოგადი თეორია რკინაბეტონის ფილების ზიდვის უნარის განსაზღვრის მიზნით.

დავკმაყოფილდეთ შუა სიბრტყის მიმართ სიმეტრიულად არმირებული ფილების განხილვით, თანაც ვიგულისხმობთ, რომ არმატურის ორივე ბადე შეიძლება იყოს მიჩნეული δ სისქის ორთოტროპულ მთლიან ფენებად, რომლებსაც გადაეცემათ მხოლოდ მღუნავი მომენტების ქმედება, რაც შეეხება მგრეს მომენტებსა და განივ ძალებს, მათი ათვისება ხდება ბეტონის მიერ.

მაგალითის სახით განვიხილოთ თავისუფლად დაყრდნობილი მართკუთხა ფილა, რომელიც განიცდის თანაბრად განაწილებული p დატვირთვის ქმედებას. მოვათავსოთ კოორდინატთა სათავე ფილის სიმძიმის ცენტრში, x და y ღერძები კი მივმართოთ მისი გვერდების პარალელურად.

მღუნავი მომენტების სტატიკურად დასაშვები ველი უნდა აკმაყოფილებდეს (წონასწორობის, სიმტკიცისა და დამაგრების) შემდეგ პირობებს:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -I_s p,$$

$$\left(\frac{M_x}{\sigma_{sx} \delta \Delta} \right)^2 - \left(\frac{M_x}{\sigma_{sx} \delta \Delta} \right) \left(\frac{M_y}{\sigma_{sy} \delta \Delta} \right) + \left(\frac{M_y}{\sigma_{sy} \delta \Delta} \right)^2 \leq 1,$$

$$M_x(\pm a, y) = 0, \quad M_y(x, \pm b) = 0,$$

სადაც a და b აღნიშნავენ ფილის გვერდების ნახევარსიგრძეებს.

ამასთანავე, როგორც ვხედავთ, მიღებული დაშვების შესაბამისად, სიმტკიცის პირობაში გამოტოვებულია მგრესი მომენტის შემცველი წევრი.

$$M_{xy} = 0, \quad M_x = \frac{I_s p}{4}(a^2 - x^2), \quad M_y = \frac{I_s p}{4}(b^2 - y^2).$$

შესაბამისად

$$I_s p = \frac{4\delta\Delta\sigma_{sx}}{a^2 \sqrt{1 - \mu\left(\frac{b}{a}\right)^2 + \mu^2\left(\frac{b}{a}\right)^2}}, \quad \mu = \frac{\sigma_{sx}}{\sigma_{sy}}.$$

ახლა მოვნახოთ კინემატიკურად დასაშვები ამონახსენი.

ჩაღუნვათა სიხქარების ველი მივიღოთ შემდეგი ფორმულის მიხედვით

$$w^* = w_0 \cos \frac{\pi x}{2a} \cos \frac{\pi y}{2b}.$$

შესაბამისად,

$$\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2} \approx -w_0 \left(\frac{\pi}{2a}\right)^2 \cos \frac{\pi x}{2a} \cos \frac{\pi y}{2b} = -\left(\frac{\pi}{2a}\right)^2 w^*,$$

$$\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2} \approx -w_0 \left(\frac{\pi}{2b}\right)^2 \cos \frac{\pi x}{2a} \cos \frac{\pi y}{2b} = -\left(\frac{\pi}{2b}\right)^2 w^*.$$

რამდენადაც არმირებული ფენების გრესის შესაძლებლობა თავიდანვე გამოვრიცხეთ, მექანიკური ენერჯის დისიპაციის სიხქარე (3.7)-ის საფუძველზე გამოითვლება ფორმულით, სადაც გამოტოვებულია გრესის ეფექტის ამსახველი წევრი, ე.ი.

$$\begin{aligned} D^* &= 2\delta\Delta \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\sigma_{sx}^2 \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2}\right)^2 + \sigma_{sx}\sigma_{sy} \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^2}\right) \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2}\right) + \sigma_{sy}^2 \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^2}\right)^2 \right]^{1/2} = \\ &= \frac{2\delta\Delta\sigma_{sx}}{\sqrt{3}} \left[\left(\frac{\pi}{2a}\right)^4 + \mu \left(\frac{\pi}{2a}\right)^2 \left(\frac{\pi}{2b}\right)^2 + \mu^2 \left(\frac{\pi}{2b}\right)^4 \right]^{1/2} w^*. \end{aligned}$$

აქედან გამომდინარე, (3.8) ფორმულის საფუძველზე გვექნება:

$$I_k p = \frac{\pi^2 \delta\Delta\sigma_{sx} \sqrt{1 + \mu(a/b)^2 + \mu^2(a/b)^4}}{2\sqrt{3}a^2}.$$

შესაბამისად

$$\frac{I_k}{I_s} = \frac{\pi^2 \sqrt{1 + \mu(a/b)^2 + \mu^2(a/b)^4}}{8\sqrt{3} \sqrt{1 - \mu(a/b)^2 + \mu^2(a/b)^4}}.$$

თანაბრადარმირებული (ე.ი. იზოტროპული) კვადრატული ფილის შემთხვევაში $\left(\frac{a}{b} = \mu = 1\right)$ ვღებულობთ:

$$\frac{I_k}{I_s} = \frac{\pi^2}{8} \approx 1,23.$$

ახლა იგივე ფორმულები წარმოვადგინოთ რკინაბეტონის ფილებისთვის დამახასიათებელი პარამეტრების შემწეობით.

თითოეული ღერძის მიმართულებით პლასტიკური დინების განხილვის საფუძველზე, შეგვიძლია დავამყაროთ შემდეგი სახის დამოკიდებულებანი

$$\delta\sigma_{sj} = n_j f_j \sigma_s \quad (j = x, y),$$

სადაც $n_j (j = x, y)$ აღნიშნავს სიგრძის ერთეულზე მოსული არმატურის ღეროების რიცხვს, $f_j (j = x, y)$ - ღეროს განიკვეთის ფართობს, ხოლო σ_s - არმატურის ფოლადის დენადობის ზღვარს,

შესაბამისად,

$$\mu = \frac{n_x f_x}{n_y f_y}.$$

რაც შეეხება ზღვრული დატვირთვის ინტენსივობის სტატიკურად და კინემატიკურად დასაშვებ მნიშვნელობებს, მათი განმსაზღვრელი ფორმულები „რკინაბეტონის ტერმინების“ გამოყენებით ასე გამოიყურება:

$$I_s p = \frac{4n_x f_x \Delta\sigma_s \Delta}{a^2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_x f_x}{n_y f_y}\right) \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{n_x f_x}{n_y f_y}\right)^2 \left(\frac{b}{a}\right)^4}},$$

$$I_s p = \frac{\pi^2 n_x f_x \Delta \sigma_s \Delta \sqrt{1 - \left(\frac{n_x f_x}{n_y f_y}\right) \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{n_x f_x}{n_y f_y}\right)^2 \left(\frac{b}{a}\right)^4}}{2\sqrt{3}a^2},$$

სადაც Δ კვლავინდებურად აღნიშნავს შემვსების სისქეს, ე.ი. ბეტონის შრის სისქეს.

ფირფიტების ზიდვის უნარის დაკარგვა შესაძლებელია დაგუკავშიროთ ასევე კრიტიკული დატვირთვის მოქმედებას, რომლის დროსაც ირღვევა დრეკადი წონასწორობის მდგრადობა. ორგანზომილებიანი ფირფიტების კუმშვისას შუა ზედაპირის სიბრტყეში მოქმედი ძალებით კრიტიკული ძალის განსაზღვრის მეთოდის განხილულია [*] ჩეხეთი ნაშრომში.

3.5. თხელკედლიანი სივრცითი კონსტრუქციების მოდელირების თავისებურება

თხელკედლიან სივრცით კონსტრუქციებს განსაკუთრებული ყურადღება ეთმობათ, რადგან ისინი წარმოადგენენ ჩვეულებრივ სტრუქტურულად არაერთგვაროვანი სისტემის საფუძველს. ასეთი კონსტრუქციები შედარებით მაღალი დენადობის გამო (მეტნაკლებად დამყოლები არიან ვიბრაციული ზემოქმედების დროს) განსაკუთრებით საჭიროებენ სპეციალურ ეფექტურ საშუალებებს, რომლებიც იწვევენ სიხისტის გაზრდას, ამასთან შესწევს უნარი შთანთქოს ვიბრო და ბგერითი გამოსხივებანი. ფირფიტოვანი და გარსული სტრუქტურების მოდელირებისას დინამიკური ანალიზის უტყუარობა დამოკიდებულია იმაზე, თუ რამდენად შეესაბამებიან მოდელის ინერციული და დისიპაციური სიხისტის პარამეტრები კონსტრუქციის რეალურ ფიზიკურ-მექანიკურ მახასიათებლებს.

გარსების ანალიზი – სამშენებლო მექანიკის ერთ-ერთი ურთულესი პრობლემაა. დიდი ხნის განმავლობაში თხელკედლიანი კონსტრუქციების ანალიზისას გვხვდება მიახლოებითი ანალიზური

გადაწყვეტილებების გამოყენება. სემ-მა მოგვცა საშუალება აგვეგო ასეთი სტრუქტურების დაზუსტებული ანგარიშის ალგორითმი. გარსითი კონსტრუქციების კვლევის შესაძლებლობანი სემ-ით პრაქტიკულად ამოუწურავია, რადგან არ არსებობენ პრობლემები, დაკავშირებულნი ხვრელების არსებობასთან, ცვალებად სისქესთან, ანიზოტრიპიასთან. მაგრამ აქაც გვაქვს საქმე სერიოზულ წინააღმდეგობებთან. დმ-ს აღწერისათვის გარსში საჭიროა აღვწეროთ როგორც მემბრანული დეფორმაცია, ასევე გარსის ზედაპირის სიმრუდე. პირველი ანალოგიურია დეფორმაციისა სამგანზომილებიან კონტინუუმში, ხოლო სიმრუდის ცვალებადობა ხასიათდება ნორმალური გადაადგილების მეორე წარმოებულთ და თუ ბრტყელი სისტემის გამოკვლევისას მემბრანული და მღუნავი დეფორმაციები შეიძლება განხილული იქნას ერთმანეთის დამოუკიდებლად, მაშინ გარსებში ზედაპირის მრუდწირულობის გამო, ისინი ურთიერთდაკავშირებულნი არიან და უნდა განისაზღვროს ერთდროულად მღუნავი და ბრტყელი დაძაბული ელემენტების თვისება სუპერპოზიციის დახმარებით. გადაადგილებისა და ძალის დიდი გრადიენტების გათვალისწინება საკმაოდ ძნელია ჩამაგრების მახლობლობაში, აგრეთვე იქ, სადაც მკვეთრად იცვლება სიმრუდე, სიხისტე, ანდა დარღვეულია დატვირთვის უწყვეტობა.

პირველი გარსული სე-ს შექმნისთანავე იყო აღნიშნული სირთულეების შესახებ, დეფორმირებადი თხელკედლიანი კონსტრუქციების ამოცანის გადაწყვეტის გზაზე, გამოწვეული კრებადობის პირობების შესრულების აუცილებლობით. ასეთი აპროქსიმაციის აგება ძალზე გაძნელებულია ბრტყელი სე-თვის, ხოლო თავისუფალი ფორმის გარსებისათვის თითქმის გადაუწყვეტელ პრობლემად ითვლება. კირხჰოფ-ლიავის თეორიის ბაზაზე აგებულია ფირფიტებისათვის სე, მაგრამ ყველა მათ აქვთ

აპროქსიმაციის მაღალი რიგი, რომელნიც ამასთან შეიცავენ არასრულ პოლინომებს, ხოლო არასრული პოლინომების გამოყენება არ იძლევა საშუალებას გამოვიყენოთ იზოპარამეტრული მიდგომა. ფირფიტებისა და გარსების ჩაღუნვისას პირველი წარმოებულის უწყვეტობა კვანძებში არ იძლევა უწყვეტობის გარანტიას კვანძებს შორის შუალედში. ამასთან დაკავშირებით პრობლემა ერთობლივი სე-ს აგებისა კიდევ უფრო ძლიერდება და ამის გამო ფირფიტებისა და გარსების ანგარიშისას შექმნილ იქნა სე-თა მთელი სიმრავლე, დაფუძნებული არაერთობლივ აპროქსიმაციაზე [47, 41].

ამგვარად, გარსების დეფორმაციის საკითხის შესასწავლად, სემ-ით კლასიკური თეორია ნაკლებად გამოსადეგია. კლასიკური თეორია იქნა შექმნილი დრეკადობის თეორიის სამგანზომილებიანი ამოცანების ორგანზომილებიანზე დაყვანის გზით [5, 6, 16, 18, 22, 33, 37, 71, 93, 114] და ჩვეულებრივად აიგება როგორც დრეკადობის თეორიის სამგანზომილებიანი ამოცანის ზღვრული შემთხვევა, როდესაც გამოსაკვლევი არე Ω ხდება ძალიან თხელი ერთი მიმართულებით. ზღვრული გადასვლის შედეგად პოტენციალური ენერჯის ფუნქციონალში შემოიღება w განივი გადაადგილების მეორე წარმოებულის. ასეთი დისპროპორცია გრძივი a , x და w განივი გადაადგილების აღწერისას – სამგანზომილებიანი ამოცანის ორგანზომილებიანად დაყვანის თავისებური ასახვაა. ამავე დროს უნდა გვახსოვდეს, რომ ფირფიტებისა და გარსების კლასიკურ თეორიაში, ორგანზომილებიანზე დაყვანა მიღწევადია მხოლოდ კირხჰოფ-ლიავეს ჰიპოთეზის შემოღების შემდეგ, ეს გადაწყვეტილებანი კლასიკური თეორიის საფუძველზე სამართლიანია მხოლოდ მაშინ, როცა სამართლიანია ეს დაშვებანი. თხელი გარსების კლასიკურ თეორიას თან ახლავს რიგი წინააღმდეგობანიც.

ასეთი მიდგომისას ფუნქციონალის მინიმიზირების გამოსახულებაში იმყოფებიან საძიებელი ჩაღუნვის ფუნქციის მეორე წარმოებულები. ე.ი. ზედაპირის სიმრუდის ცვალებადობა დამოკიდებულია უშუალოდ დეფორმაციის ველთან. აქედან გამომდინარე ვარიაციული ამოცანის მთავარი ზღვრული პირობები იქნება ჩაღუნვა და მისი პირველი წარმოებულები, რომელიც უნდა იყოს უწყვეტი სე-ს შუალედურ საზღვრებში, რომელიც პრაქტიკაში საზოგადოდ არარეალიზებადია.

კლასიკური თეორიის უარყოფითობებს მიეყვართ იქამდე, რომ უამრავ ამოცანათა კლასში: გარსებისა და არაერთგვაროვანი ფირფიტების ანგარიშში კონცენტრატორების თანხლებისას, ლოკალური დატვირთვებისას და განსაკუთრებით დინამიკის ამოცანებისას, იგი არ იძლევა უტყუარი შედეგების მიღების გარანტიას [63].

ეფექტურობის თვალსაზრისით გარსების დეფორმირების ამოცანების ამოხსნა, სამგანზომილებიანი ამოცანის დაყვანისას ორგანზომილებიანზე, აუცილებელია ავაგოთ არაუმეტეს პირველი რიგის წარმოებულების გარსთა თეორიის ბაზაზე. მეტწილად გავრცელებული თეორია, რომელთა ფუნქციონალებიც გადაადგილების პირველ წარმოებულებს შეიცავენ, არის თეორია დამოუკიდებელი ნორმალის მობრუნების შესახებ. კლასიკური თეორიის დაზუსტების რეალიზაცია ხდება განივი გადაადგილების დეფორმაციის ფარდობითობის ჩართვის ხარჯზე. ეს ჰიპოთეზა პირველად ჩამოყალიბებული იყო ს.პ. ტიმოშენკოს [71], და გავრცელებული იქნა ე. რეისნერის მიერ ფირფიტებსა და გარსებზე [114] იმ განსხვავებით, რომ ძირითადი ცვლადების რანგში სანაცვლოდ გამოიყენება ძაბვები. ტიმოშენკოს თეორიაში, გადაადგილების წრფივი აპროქსიმაცია სისქეში ბევრად უფრო ამსუბუქებს შეთანხმებული ფუნქციის ფორმების პროცედურის

მიღებას. შედეგად აღინიშნება სე-ის მოდელების არსებობა, რომელიც მდგომარეობით შუალედურია კლასიკურ თეორიასა და ტიმოშენკოს თეორიას შორის, რომელთა საფუძველი „კირხჰოფის დისკრეტული ჰიპოთეზაა“, როცა კირხჰოფ-ლიავის ჰიპოთეზის მოთხოვნა სრულდება მხოლოდ კვანძებში, სე-ს სხვა დანარჩენ ზედაპირზე დასაშვებია ნორმალის მობრუნება ნეიტრალური ზედაპირის მიმართ.

ამჯერად არსებობს ძვრის მოდელების სხვადასხვა ვარიანტები, ჩაღუნვის ფუნქციის დამოუკიდებელი აპროქსიმაციისა და მობრუნების კუთხეების [89] ხარჯზე სე-ში C' -უწყვეტობის მოთხოვნა შეიცვალოს უწყვეტობის მოთხოვნით. ძვრის დეფორმაციის ჩართვა, აფართოებს გამოყენების არეს სქელ ფირფიტებამდე და გარსებამდე, სადაც ძვრის უგულებელყოფა არეს სქელ ფირფიტამდე და გარსებამდე შეუძლებელია.

განვიხილოთ ზუსტი (არაკლასიკური) თეორიის დრეკადი ფირფიტებისა და გარსების ზოგიერთი ვარიანტი.

დრეკადობის წრფივი თეორიისათვის დეფორმაციასა და გადაადგილებას შორის გეომეტრიულ თანაფარდობებს დეკარტის კოორდინატთა სისტემაში აქვს სახე:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}; \\ \gamma_{zx} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}; \end{aligned} \tag{3.11}$$

სადაც ε_x , ε_y , ε_z , γ_{xy} , γ_{yz} , γ_{zx} – ნორმალური და ძვრის დეფორმაციებია;

u, v, w – გადაადგილებები დეროების გასწვრივ.

კირხჰოფ-ლიავის ჰიპოთეზის შესრულების შემთხვევაში დეფორმაციის მდგენელები z ინდექსით ε_z , γ_{xz} , γ_{yz} , უდრის ნულს და გადაადგილების ვექტორი ნებისმიერ წერტილში განისაზღვრება ნეიტრალური ფენის გადაადგილებით: $u_0(x, y)$, $v_0(x, y)$ და $w_0(x, y)$. ე.ი. საში უცნობით

$$\begin{aligned} u &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial x}; \\ v &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial y}; \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$w = w_0(x, y).$$

განივი გადაადგილების დეფორმაციის გათვალისწინებისას და საერთოდ, ზოგად შემთხვევაში გადაადგილების ვექტორი წარმოადგენს (x, y, z) ცვლადების ფუნქციას, რომელიც შეიძლება გაიშალოს z -ის ხარისხის მიხედვით.

$$u(x, y, z) = u(x, y, 0) + \left[\frac{\partial u}{\partial z} \right]_{z=0} z + \frac{1}{2!} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right]_{z=0} z^2 + \Lambda, \quad (3.13)$$

და გადაადგილების უმარტივესი გამოსახულება, რომელიც ითვალისწინებს განივი გადაადგილების ეფექტს, დავტოვებთ რა დაშლის პირველ ორ წევრს, ე.ი.

$$u = u_0 + zu_1. \quad (3.14)$$

მოცემულ შემთხვევაში გადაადგილების ვექტორი დამოკიდებული იქნება ექვს გადაადგილებაზე $u_0(x, y)$; $u_1(x, y)$; $v_0(x, y)$; $v_1(x, y)$; $w_0(x, y)$; $w_1(x, y)$, თუ მივიღებთ დაშვებას, რომ ტრანსველსალური ძაბვები და დეფორმაციები არ არსებობენ, მაშინ მივიღებთ ტიმოშენკოს ჰიპოთეზას

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + zu_1(x, y); \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + zv_1(x, y); \\ w_0(x, y, z) &= w_0(x, y). \end{aligned} \quad (3.15)$$

ეს განტოლებები გვიჩვენებენ, რომ წრფივი ელემენტები პერპენდიკულარულია არადეფორმირებადი შუა ზედაპირისა, რჩებიან წრფივი და არ დეფორმირდებიან, მაგრამ არ ინარჩუნებენ პერპენდიკულარობას. აქ u_0 და x_0 აღწერენ გაჭიმვა – კუმშვის დეფორმაციას, ხოლო ფუნქციები u_1 , v_1 და w_0 - ღუნვას. წმინდა ღუნვის შემთხვევაში გვექნება

$$u = zu_1; \quad v = zv_1; \quad w = w_0. \quad (3.16)$$

იმ შემთხვევაში კი, როცა $\varepsilon_z = 0$, ფირფიტებში წარმოიქმნება ტრანსველსალური ძაბვები, მაგრამ მათი სიდიდე მცირეა σ_x და τ_x ძაბვებთან შედარებით, ამიტომ ჩავთვალოთ, რომ $\sigma_z = 0$. თეორია, სადაც $\sigma_z = \varepsilon_z = 0$, არ მიგვიყვანს სწორ შედეგამდე, რადგანაც ირღვევა სამგანზომილებიანი ფიზიკური თანაფარდობები ძაბვებსა და დეფორმაციებს შორის [16], რაც მოითხოვს $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ -თვის დამატებით შეზღუდვებს. ეს წინააღმდეგობა იქნება აცილებული და თეორიის სიზუსტე იქნება გაზრდილი, თუ გადაადგილების კომპონენტებს გავშლით მწკრივად და გაშლიდან შევინარჩუნებთ z -ის მიმართ მაღალი რიგის წევრებს:

$$\begin{aligned} u &= \sum_{m=0}^n u_m(x, y) z^m; \\ v &= \sum_{m=0}^n v_m(x, y) z^m; \\ w &= \sum_{m=0}^n w_m(x, y) z^m. \end{aligned} \quad (3.17)$$

და მრუდწირულ კოორდინატებში:

$$\begin{aligned} u &= \sum_{m=0}^n u_m(\alpha, \beta) \xi^m; \\ v &= \sum_{m=0}^n v_m(\alpha, \beta) \xi^m; \\ w &= \sum_{m=0}^n w_m(\alpha, \beta) z^m. \end{aligned} \quad (3.18)$$

ამ დამოკიდებულების საფუძველზე შეიძლება მივიღოთ მოდელი, რომელიც ითვალისწინებს განივ გადაადგილებას და ბრუნვით ინერციას შვიდი უცნობით

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + zu_1(x, y); \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + zv_1(x, y); \\ u(x, y, z) &= u_0(x, y, z) + zw_1(x, y) + z^2w_2(x, y). \end{aligned} \quad (3.19)$$

რეისნერის მოდელი, ცხრა უცნობით (როცა $m=2$) და მოდელი, რომელიც სრულიად ითვალისწინებს ძვრას კუმშვით, თერთმეტის ოდენობით:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + zu_1(x, y) + z^2u_2(x, y) + z^3u_3(x, y); \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + zv_1(x, y) + z^2v_2(x, y) + z^3v_3(x, y); \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) + zw_1(x, y) + z^2w_2(x, y). \end{aligned} \quad (3.20)$$

გარსითი კონსტრუქციების მოდელირებისას ფრიად მოსახერხებელია სამგანზომილებიანი იზოპარამეტრული სე-ს გამოყენება, რომელიც ფლობს მთელ რიგ უპირატესობებს, რომელიც განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია მრუდწირული ზედაპირებისათვის [41]. აღნიშნული მოდელები უზრუნველყოფენ საკმარისად კარგ შედეგებს, როდესაც სე-ის ბადის ზომების თანაფარდობა მიახლოებულია ერთთან. ამ თანაფარდობის შეცვლას, მაგალითად, თხელკედლიანი სტრუქტურების ანგარიშისას სამი მიმართულებიდან ერთ-ერთში ბადე არსებითად გასქელებულია, ხოლო ასეთი მოდელების კრებადობის სიზუსტე და სიჩქარე, არადამაკმაყოფილებელი [58]. ამის მიზეზად შეიძლება დავასახელოთ მათპროქსიმირებელი ფუნქციის რიგის შეუთავსებლობა სე-თან რომელშიც მოდელირდება ღუნვა და ძვრა.

მიუხედავად ამისა, გარსითი კონსტრუქციების წარმოდგენისათვის სამგანზომილებიანი იზოპარამეტრული სე-ის

გამოყენება იქნება ეფექტური, თუ გადაჭრილი იქნება შემდეგი ორი პრობლემა:

პირველი, გარსის სისქისათვის შუალედური კვანძების გამოყენება იგნორირებას უკეთებს ცნობილ ფაქტს, რომ პრაქტიკულად სქელი გარსების დროსაც შუა ზედაპირის ნორმალური დეფორმაციის შემდეგაც რჩებიან წრფივები (სწორხაზოვანი), ე.ი. გაუმართლებლად შემოიტანება თავისუფლების ხარისხების დიდი რაოდენობა.

მეორე, ყველა კვანძში მხოლოდ სამი თავისუფლების ხარისხის არსებობა იწვევს გარსის სისქეში გადაადგილებებისათვის სიხისტის კოეფიციენტების დიდ ზრდას, რომელიც წარმოადგენს იმის მიზეზს, რომ სქელი გარსის განტოლებათა სისტემის ამონახსნები არ მიისწრაფიან სისქის შემცირებასთან ერთად თხელი გარსის განტოლებათა ამონახსნებისაკენ.

არსებობს აღნიშნული სიძნელეების გადალახვის რამდენიმე გზა. მათ შორის ყველაზე მეტად აღსანიშნავია იზოპარამეტრული, რომელიც შემოთავაზებულია ნაშრომში [61]. ამ სე-ის იდეა დაფუძნებულია იმაზე, რომ გარსების თეორიის ორი ჰიპოთეზა (გარსების ზედაპირის შუა ნორმალური რჩება სწორი და არ იცვლის თავის სიგრძეს, (ე.ი. უგულებელვყოთ) დაიყვანება უშუალოდ სამგანზომილებიანი ტიპის განტოლებაზე. გარსების თეორიის ფორმულირების ეტაპის გავლით. ასეთი მიდგომა ექვივალენტურია გარსების ზოგადი თეორემის გამოყენებისა, რომელიც ითვალისწინებს ნორმალის ძვრას გარსის შუა ზედაპირისკენ. იმის გამო, რომ გარსის გეომეტრიულ მახასიათებლებს არ გააჩნიათ რაიმე შეზღუდვები, ასეთი ტიპის სე შეიძლება გამოვიყენოთ თხელი, საშუალო სისქის და სქელი გარსების ანგარიშისათვის.

აღსანიშნავია აგრეთვე, რომ თხელკედლიანი კონსტრუქციების ანგარიშის დროს ჩვეულებრივი ინტეგრირების გზით დეფორმაციის ენერჯის ფუნქციონალის ყველა შესაკრები მემბრანული, მდუნავი და

ძვრით შემდგენელი) ინტეგრირდება ერთი ერთის სქემით. რასაც მივყავართ ამონახსნების განშლადობამდე [58]. თვალსაჩინოებისათვის ამ მოვლენის დემონსტრირება გავაკეთოთ კოჭის დეფორმაციის ენერჯის მაგალითზე:

$$W = \frac{1}{2} \frac{Eh^2}{l} \left[\int_0^1 \frac{1}{12} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x'} \right]^2 dx' + \frac{GN}{E} \left(\frac{1}{h} \right)^2 \int_0^1 \left[\varphi + \frac{\partial w'}{\partial x'} \right]^2 dx' \right], \quad (3.21)$$

სადაც l – კოჭის სიგრძეა;

h – კვეთის სისქე;

φ – კვეთის მობრუნების კუთხე;

E, x – დრეკადობისა და ძვრის მოდელები;

N – კვეთის ფორმის კოეფიციენტი;

x', w' – უგანზომილებო კოორდინატები და ჩაღუნვა.

აქ პირველი შესაკრები ახასიათებს ღუნვის ენერჯიას, მეორე ძვრის ენერჯიას. კოჭის სისქის შემცირებისას ძვრის ენერჯია ღუნვის ენერჯიასთან დამოკიდებულებაში მცირდება და ეს ურთიერთკავშირი უნდა იქნას გათვალისწინებული სე-ის გადაადგილების ფორმაში, სხვაგვარად ყოველგვარი ცდომილება შემოღებული მააპროქსიმირებელი ფუნქციით, გამოიწვევს მეორე შესაკრების მკვეთრ გაზრდას, $(1/h)^2$ თანამამრავლის არსებობის გამო.

ეს ეფექტი ცნობილია სე-ის „ჩაკეტვის“ ანუ „ცრუ ძვრის“ სახელწოდებით. სისქის შემცირებასთან ერთად ძვრის წევრების ზეგავლენა უნდა შემცირდეს და ამონახსნები მისწრაფვის კირხჰოფ-ლიავის ჰიპოთეზის შესატყვისი ამონახსნებისაკენ, თუმცა, რიცხვით მოდელში ეს არ მიიღწევა.

ძვრის მოდელებში, ღუნვის ამოცანების გადაწყვეტისას ეფექტურობის გაზრდის მიზნით გამოიყენება რედუცირების, ანუ დაყვანილი ინტეგრირების მეთოდი, რომელიც გულისხმობს სე-ში რიცხვითი ინტეგრირების რიგის შემცირებას. ინტუიციური მოსაზრებებით შემოთავაზებულმა რედუცირებული ინტეგრირების მეთოდმა მიიღო სრული მათემატიკური და ფიზიკური

ინტერპრეტაცია. ეს მეთოდი შეიძლება ჩავთვალოთ, როგორც სე-ის თვისებების კორექტირება, მიღებული საკოორდინატო ფუნქციების მუდმივობით და თანაფარდობით ელემენტში შესაფერისი წერტილების შერჩევის გზით, რომელიც გამოიყენება რიცხვითი ინტეგრირებისათვის. ამასთან, დეფორმაციის ენერგიაში ძვრის მდგენელის გარდა შესაძლებელია მისი სხვა მდგენელების კორექტირება.

ცრუ ძვრებთან საბრძოლველად გვთავაზობენ ამოხსნებს, რომელიც ანალოგიურია თხელი ფირფიტების ამოხსნებისა და მიიღება დეფორმაციის სრულ ენერგიაში განივი ძვრის დეფორმაციის წილის შემცირების გზით სისქის შემცირებასთან ერთად. ეს მიღწევადია ტიმოშენკოს მოდელის თითოეული სე-სათვის, დამოუკიდებლად აგებული ჩაღუნვის ფუნქციისა და მობრუნების კუთხეების სპეციალური აპროქსიმაციით.

მაღალი რიგის მოდელების უმრავლესობის აგება ხდება გადაადგილებათა ველზე სხვადასხვა დაშვებების საფუძველზე, ძვრის მაკორექტირებელი კოეფიციენტის შემოტანით. ეს მოდელები გამოთვლების თვალსაზრისით საკმარისად გართულებულია. მოდელების ეფექტურობის გაზრდის მიზნით იქცევიან შემდეგნაირად, მოყავთ ნორმალური გადაადგილების მუდმივი ველი (ნორმალური ძაბვები მხედველობაში არ მიიღება) და განივი ძვრის ძაბვის პარაბოლური განაწილების კანონი, რაც საშუალებას გვაძლევს გამოვრიცხოთ ძვრის მაკორექტირებელი კოეფიციენტი.

არსებობს კიდევ სხვა მოდელი, რომელიც საშუალებას იძლევა გავზარდოთ სე-ის ეფექტურობა მნიშვნელოვანი გართულების გარეშე. ეს არის აპროქსიმირებადი ფუნქციის უშუალო შერჩევა, მოცემული მახასიათებლებით სე-ს მიღების მიზნით [41], დამატებითი საკვანძო უცნობების რიტცის განუსაზღვრელი პარამეტრების შემოტანით, მააპროქსიმირებელი ფუნქციის სრულ პოლინომებზე

დასაყვანად. მათ ნაკლს წარმოადგენს შრომატევადობის გაზრდა, ასევე შეიძლება გამოეყოთ ორმაგი აპროქსიმაციის ხერხი, სე-ს მომენტური სქემა. სე-ს მომენტური სქემის არსი დაიყვანება დეფორმაციის იმ წევრების მინიმიზაციაზე ან ჩამოცილებაზე, რომლებიც ხარისხოვან მწკრივში, რეაგირებენ გადაადგილებებზე. ამასთან, ამ დროს ირღვევა ზუსტი თანაფარდობა გადაადგილებებსა და დეფორმაციებს შორის.

ბოლო დროს დიდი ყურადღება ეთმობა ძვრის დეფორმაციის ზუსტ აღწერას შერეული მიდგომის გამოყენების გზით. ძვრასთან დაკავშირებულმა სიძნელებებმა გააღვივა ინტერესი გარსითი სე-ს ფორმულირებისადმი, რომელიც დაფუძნებულია ვარიაციული პრინციპების გამოყენებაზე. მუშავდება ძვრის დეფორმაციის პირველი და მესამე რიგის თეორიები, რომლებიც არ საჭიროებენ ძვრის მაკორექტირებელი კოეფიციენტების შემოღებას. დეფორმირებული ფირფიტისა და გარსების რიგი ამოცანების გადაწყვეტა ხდება სემ-ის ჰიბრიდული სქემის საფუძველზე. ბოლო წლებში დიდი ყურადღება ეთმობა იმ მოდელების დამუშავებას, რომელიც საშუალებას გვაძლევს მოვახდინოთ როგორც ძვრის დეფორმაციის, ასევე განივი ნორმალური დეფორმაციების ადეკვატური პროგნოზირება. მიზანშეწონილია ორგანოზომილებიანი სე-ს აგება არაკლასიკური თეორიის ზოგადი მიდგომების საფუძველზე, რომელიც ითვალისწინებს სისქეში ძვრის ტრანსვერსალური გადაადგილების განაწილებას უბან-უბან წრფივი ან არაწრფივი კანონით.

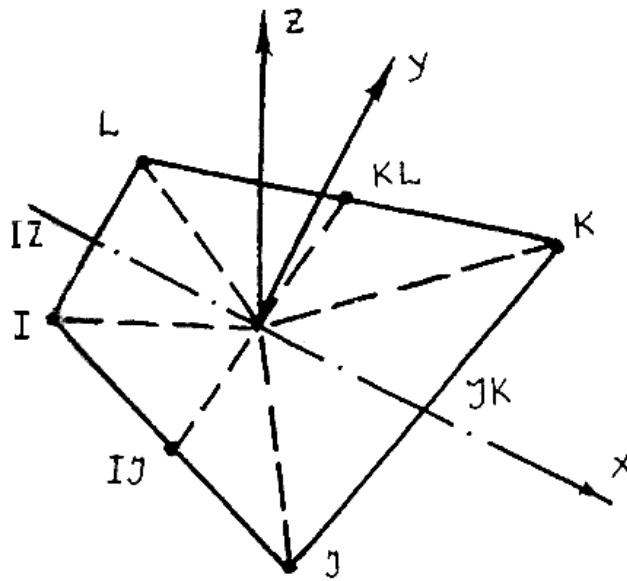
გარსული და ფირფიტოვანი სისტემის შემთხვევაში, ჩვეულებრივ გამოყოფენ თხელი და სქელი გარსების მოდელებს. მოცემული დაყოფა ფრიად პირობითია და ძირითადად განპირობებულია დღმ-ს ამა თუ იმ თავისებურებების გათვალისწინების აუცილებლობით.

თხელ გარსებში აღძრული დეფორმაციების პროგნოზირებისათვის, საჭიროა დადგენილ იქნას როგორც

ტანგენციალური (მემბრანული) დეფორმაციების, ასევე მისი ზედაპირის სიმრუდის ცვალებადობა. დეფორმაციის ორივე სახე ზედაპირის სიმრუდის გამო ურთიერთდამოკიდებულებაში იმყოფებიან და ანგარიშში ერთდროულად განისაზღვრება მღუნავი და ბრტყელი დაძაბული ელემენტების თვისებების სუპერპოზიცია. ბრტყელი ფირფიტების გამოკვლევისას ეს ანგარიშები ერთმანეთისადმი დამოუკიდებელი ხდებიან. შეიძლება გამოვყოთ მსგავსი სე-ს ორი ძირითადი მიმართულება განვითარების ტიპისა [41]; პირველი მიმართულება ხასიათდება იმით, რომ ყოველი სე-ს გარსის საანგარიშო სქემა ზუსტად იმეორებს გარსის გეომეტრიულ ფორმას, მეორე მიმართულება გამოიყენება ბრტყელი სე-ს ანგარიშისათვის, ამასთან წმინდა გეომეტრიული შეცდომების შემცირებისათვის სე-ს ბადე უნდა იყოს საკმარისად ხშირი, (სქელი). ასეთი სე-ს გამოთვლისას ცალკე გამოიყენება დრეკადობის თეორიის ბრტყელი ამოცანების განტოლებები და ფირფიტების ღუნვის განტოლებები. უპირატესობა ენიჭება იმ თეორიას, რომელიც ამარტივებს კირხჰოფ-ლიავის ჰიპოთეზას. შემოთავაზებული იყო განივი ძვრის დაშვება, ე.ი. გადაადგილების და მობრუნების კუთხის ფაქტიური დამოუკიდებლობა სე-ს საზღვრებში, მაგრამ ამ ძვრით გამოწვეული დეფორმაციის ენერჯის უკუგდება და კირხჰოფ-ლიავის ჰიპოთეზის ზედდება შესაძლებელია მხოლოდ ბადის კვანძებში. ამ სქემაში სე-ის ნორმალების მობრუნების კუთხეები გამოიყენება ღუნვის ენერჯის განსაზღვრისათვის, ხოლო კვანძების წერტილებში მობრუნების კუთხეების მნიშვნელობა განისაზღვრება ზედაპირის დეფორმაციით, ე.ი. ისე, როგორც კლასიკურ შემთხვევაში. მკაცრად რომ ვთქვათ, სე-ის შიგნით, სადაც ძვრის დეფორმაცია არანულოვანია, განივი ძვრის ენერჯია უნდა იქნას შენარჩუნებული, მაგრამ გამოკვლევებმა გვიჩვენა, რომ ასეთი სე-ის დახმარებით მიღებული ამონახსნები

დაიყვანება კირხჰოფ-ლიავის ამოხსნებზე და ამის გამო ძვრის ენერჯია იქნება უგულვებელყოფილი.

აღწერილი მოდელი წარმოადგენს სივრცით ოთხკვანძიან სე-ს, შედგენილს ოთხი სამკუთხედისაგან, სადაც თითოეული შედგება სამი ქვესამკუთხედისაგან. გვერდების შუა კვანძები გამოიყენება შიდა მხარეებზე და შემოისაზღვრება ოთხ შიდა კვანძზე ისეთნაირად, რომ უზრუნველყოს შიდა კვანძების თანამიმდევრული კონდენსაცია; ასეთი რეკონსტრუქცია არსებითად წარმოადგენს რთულ სე-ს. განსხვავებით ჩვეულებრივი სე-სგან, აქ უცნობი აპროქსიმირდება არა ფორმის გლუვი ფუნქციებით, არამედ უბან-უბან გლუვი ფუნქციების ნაკრებით. ამას მივყავართ რამდენამდე უარეს აპროქსიმაციაზე, სამაგიეროდ იძლევა უფლებას შევამციროთ დრო და მოსახერხებელია რთული ამოცანების ამოხსნის შემთხვევაში, განსაკუთრებით მაშინ, როცა განსახილველი არე არის რეგულარული. ასეთი მიდგომა შემოთავაზებული იყო გრინის მიერ [41]. სავარაუდოა, რომ უწყვეტი მრუდწირული ზედაპირის ყოფაქცევა საკმარისად ზუსტად აღიწერება მეორე ბრტყელი ფირფიტებით შედგენილი ზედაპირის ყოფაქცევით. ფიზიკური მოსაზრებიდან აშკარაა, რომ ფირფიტების ზომების შემცირებასთან ერთად ამონახსნები უნდა იყვნენ კრებადნი და როგორც რიცხვითმა ანალიზმა გვიჩვენა ასეთი კრებადობა შესამჩნევია. ცნობილია, რომ რთული სე-ის გამოყენება, რომლებიც სამკუთხედებისაგანაა შედგენილი, მივყავართ უკეთეს შედეგებამდე, ვიდრე უბრალო სამკუთხა ელემენტების ან ოთხკუთხა ელემენტების გამოყენებას და იძლევა საშუალებას მათზე უკეთესად აღწეროს რთული კონსტრუქცია. სე წარმოადგენილია ნახ. 3.9-ზე. სე-ს გლობალური სმ 24-ე რიგისაა. ე.ი. ყოველ კვანძში სე-ს აქვს ექვსი თავისუფლების ხარისხი (სამი გადაადგილება და სამი მობრუნება), გათვალისწინებულია მასალის ანიზოტროპულობა.



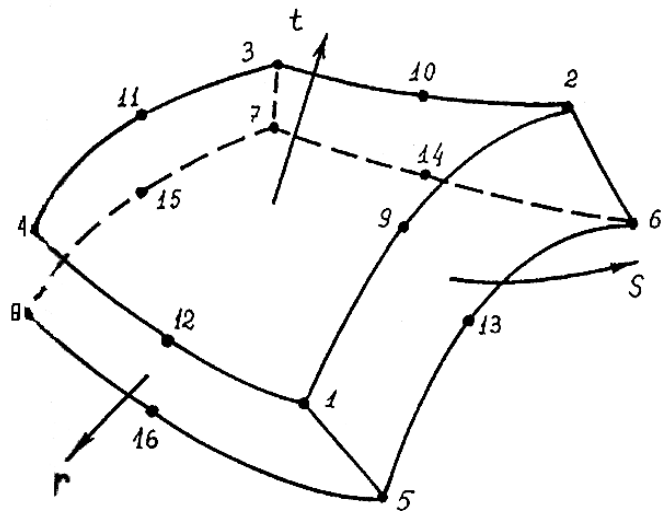
ნახ. 3.8

მიზანშეწონილია ასეთი ტიპის სე-ს გამოყენება თხელკედლიანი ფირფიტოვანი და გარსითი სისტემის ანგარიშისას. ჩაკეტილი სტრუქტურების აღწერისას. წრიული მიმართულებით დაყოფისას სასურველია კონსტრუქცია დაიყოს არა ნაკლები 24 სე რაოდენობისა და სე-ბის ეს რაოდენობა უზრუნველყოფს პრაქტიკულ სიზუსტეს. ჩატარებულ იქნა ტესტური ანგარიშები ხისტად ჩამაგრებული ცილინდრული გარსისათვის) და მას შეუძლია 15 გრადუსიანი ცენტრალური კუთხის მქონე წრიული სექტორის მოდელირება. ამის გარდა მოცემული სე-ბი შეიძლება გამოყენებულ იქნას ფენოვანი კონსტრუქციის მზიდი ფენის აღწერისთვის.

ანალიზის პროცესში სე-ს ცენტრში განისაზღვრება როგორც მემბრანული ძაბვები, ასევე მღუნავი მომენტების განაწილება.

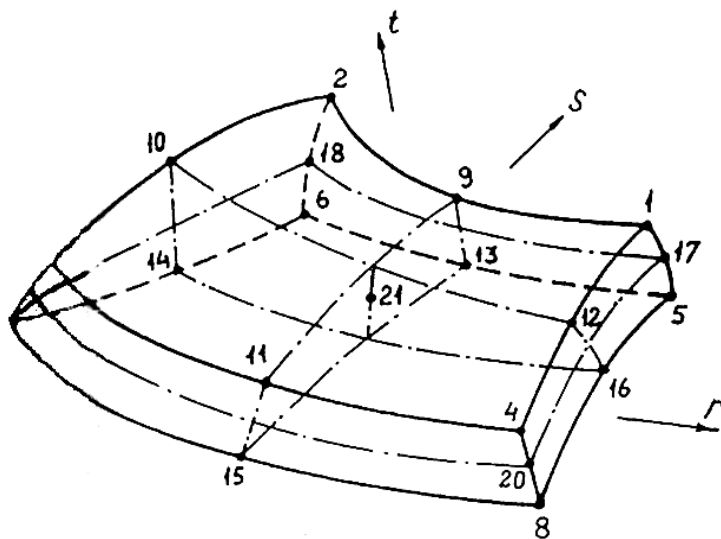
სქელი გარსების დეფორმაციების აღწერისას, რომლებშიც არ შეიძლება ძერის და განივი დეფორმაციების ზეგავლენის უგულებელყოფა (ეს შეიძლება იყოს აგრეთვე ფარდობითად თხელი პოლიმერული შუაშრები სენდვიჩში), გამოყენებულია 16-კვანძიანი იზოპარამეტრული სე თავისუფლების სამი ხარისხით კვანძში (გადაადგილებები) და მასალის იზოტროპული თვისებებით. ყველა

სე-ს ცენტრში გამოითვლება მთავარი და ზედაპირული ძაბვები. სე გამოსახულია ნახ. 3.10-ზე. მოცემული ელემენტი მიღებულია სამგანზომილებიანი იზოპარამეტრული ელემენტების გარდაქმნის შედეგად. ანგარიშის ეკონომიურობის გაზრდის მიზნით შემოიტანება პირდაპირი ნორმალების ჰიპოთეზა. ეს დაშვებანი წარმოადგენენ ჩვეულებრივი დაშვების ნაწილს გარსთა თეორიაში. ასეთი სახით ვლემულობთ შუალედურ მოდელს სამგანზომილებიანსა და ორგანზომილებიანს შორის, რომელიც წარმატებით გამოიყენება სქელი გარსების ანალიზის დროს [37], გაითვალისწინება ერთდროულად ზეგავლენა არა მარტო ძვრის, არამედ ტრანსვერსალური დეფორმაციებისაც. „ჩაკეტვის“ ეფექტის თავიდან აცილების მიზნით და რამდენადმე სიხისტის შემცირებით ნორმალური მიმართულებით აღწერილ სე-ში სიხისტის მატრიცის ფუნქციისა ელემენტს შიგნით დეფორმაციის აღწერისათვის გამოყენებულია ხუთი საინტერპოლაციო ფუნქცია, რომლებიც დებულობენ ნულოვან მნიშვნელობებს კვანძებში და არათავსებადია ელემენტის შიდა საზღვრის გასწვრივ. თავის მხრივ ისინი წარმოადგენენ იმ საჯარიმო წევრებს, რომლებიც უზრუნველყოფენ კირხჰოფ-ლიავის ჰიპოთეზის შესრულებას თხელი სისქეების შემთხვევაში. სქელი გარსის სე-ს შეიძლება ჰქონდეს ცვალებადი სისქე, ხოლო მისი გვერდითი საზღვრები არაა აუცილებელი ურთიერთპერპენდიკულარული იყოს გარსის შუაზედაპირისა. სხვადასხვა ტიპის სე-ის გამოყენების გამოკვლევა, წარმოდგენილია მართკუთხა ფირფიტებისათვის [6, 8, 10, 46, 102], ნაშრომები და ჩატარებული გამოკვლევები ცილინდრული გარსებისათვის ამტკიცებენ, რომ სქელი გარსის 16 კვანძიანი იზოპარამეტრული სე წარმატებით შეიძლება იქნას გამოყენებული ერთი და მრავალფენიანი გარსების მოდელირებისათვის სისქით 0,01 მ და მეტი.



ნახ. 3.9

ბრტყელი მასივების აღწერისათვის გამოიყენება მრუდწირული ორთოტროპული იზოპარამეტრული სასრული ელემენტი, კვანძების ცვლადი რიცხვით (მაგალითად 8-21 კვანძი) და კვანძში სამი თავისუფლების ხარისხით. ასეთი სახის სასრული ელემენტი მოცემულია ნახ. 3.11.



ნახ. 3.10

3.1 ცხრილში მოცემულია გამოყენებული სე-ს სიზუსტის შედარებითი შეფასებისათვის განზოგადებული საკუთარი პრობლემების ამოხსნათა შედეგები, ბოლოებით ხისტად ჩამაგრებული ცილინდრული გარსებისათვის (რადიუსის 0,4მ, მსახველის სიგრძე – 1.0 მ, სისქე 0,1 მ) ოთხკვანძიანი თხელი გარსის

სე და 16 კვანძიანი სქელ გარსიანი სე (f-საკუთარი რხევის სიხშირე, ხც; m-რხევის კვანძური ფორმის ნომერი) მოცემულია სიხშირეები, სათანადო საკუთარი რხევები სიმეტრიული ფორმებისათვის. პირველ შემთხვევაში კონსტრუქცია დანაწევრებულია 600 სე-თი, რაც შეესაბამება სისტემას 6800 თავისუფლების ხარისხით, ხოლო მეორე შემთხვევაში – 36- სე-ად. რაც შეესაბამება სისტემას 6000 თავისუფლების ხარისხით. როგორც ცხრილიდან ჩანს, 16 კვანძიანი სეები იძლევიან სიზუსტის მიხედვით დამაკმაყოფილებელ შედეგებს, უკვე 0.01მ და მეტი სისქისას ე.ი. გარსებისათვის, რომლებიც ყველა პარამეტრებით მიეკუთვნებიან თხელკედლიანებს.

ცხრილი 3.1

სისქე მ.	სე თხელკედლიანი გარსისათვის									
	1		2		3					
	I	მ	I	მ	I	მ				
0.001	524	6	534	7	610	8				
0.003	860	5	907	4	1019	6				
0.006	1150	4	1300	3	1400	5				
0,01	1435	3	1580	4	1970	2				
0.03	2221	2	2570	3	3350	1				
სისქე მ.	სე სქელკედლიანი გარსისათვის									
	1		2		3		4		5	
	I	მ	I	მ	I	მ	I	მ	I	მ
0.001	737	6	1010	5	1218	4	1329	3	1927	2
0.003	1100	6	1240	5	1295	4	1360	3	1940	2
0.006	1440	3	1520	4	1770	5	1845	6	1970	2
0,01	1600	3	1920	4	2010	2	2550	5	2900	6
0.03	2275	2	2690	3	3360	1	4290	5	6390	5
0.006	2836	2	3460	1	4470	3	7345	5	8285	2
0.01	3610	1	3660	2	6400	3	8550	0	9930	1

სიხისტის წიბოებით გამაგრებული მართკუთხა ფირფიტების დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა ბუბნოვ – გალიორკინის

მეთოდის გამოყენებით განხილულია [*] ინტელექტუალი, 2, 2006, გვ. 70-74

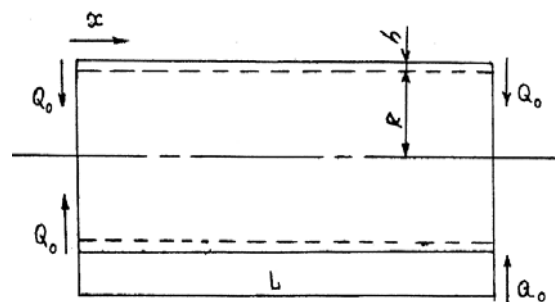
ჩვენს მიერ [3] ნაშრომში განხილულია თერმოდრეკადობის ამოცანის ამოხსნის მეთოდები ფირფიტებისათვის, სადაც დადგენილია, რომ თერმოდრეკადობის ამოცანის ამოხსნა ყოველთვის შეიძლება მიღებულ იქნას რამდენიმე იზოთერმული შესაბამისი ამოცანის ამოხსნათა ჯამის სახით.

3.6. ღერძულსიმეტრიული ცილინდრული გარსის ღუნვა სასრული დატვირთვისას

სასრულ ელემენტთა მეთოდის საფუძველზე ჩვენს მიერ წამოყენებული თეორიის სიზუსტე შევისწავლოთ ცილინდრული გარსებისათვის. პირველი პრობლემა გამოკვლევისას მდგომარეობდა იმაში, რომ ადგილი ჰქონდა იზოტროპული ცილინდრული გარსის ასიმეტრიულ გამრუდებას და დატვირთვებისას – განივ დეფორმაციებს.

გარსის ცენტრალური სიმეტრია იძლევა საშუალებას მოდელად წარმოვადგინოთ ნახევარი გარსი.

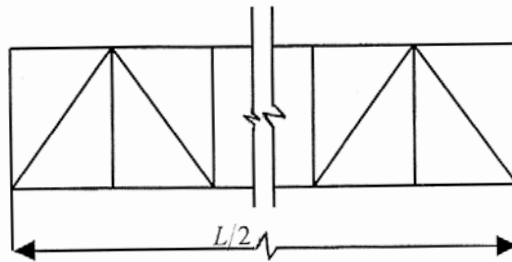
ნახ. 3.12-ზე ნაჩვენებია სე-ის მოდელი ცილინდრული გარსისათვის.



ნახ. 3.11

ამრიგად, გარსების ნაწილი სიგრძით საერთო სიგრძის 1/2-ისა და სიგანით 2,5 სმ იყო დაყოფილი სასრულ ელემენტებად ნახ. 3.13-ის

მიხედვით. კრებადობის დამტკიცების მიზნით ელემენტთა რიცხვი და ზომები იცვლებოდა.



ნახ. 3.12

ზოგიერთ შემთხვევაში ელემენტის ზომები იყო ერთნაირები. სხვა შემთხვევაში ნაწილი გარსებისა, განლაგებული დატვირთვითან ახლოს, დაყოფილ იქნა მცირე ელემენტებად, მაშინ როდესაც დანარჩენი ნაწილი, განლაგებული ცენტრთან ახლოს დაყოფილ იქნა მოზრდილ ელემენტებად. მოცემულ ანგარიშებში განტოლებების მაქსიმალური რაოდენობა შემოიფარგლა – 500-ით. გარსისათვის მასალად აღებული იქნა იზოტროპული 1000-ის ტოლი იუნგის მოდულით და პუასონის კოეფიციენტებით ტოლი 0,3-ის მასალა. განივი ძვრის მოდულად აღებულია 100. გარსის სისქე შეადგენდა 2,5სმ. შიდა რადიუსი კი იცვლებოდა 5-დან 100 სმ-მდე. გარსის სისქე სიგრძესთან იცვლებოდა ისე, რომ გვექონოდა სიდიდე –

$$\sqrt{3(I - V^2)} \cdot \frac{L}{\sqrt{RH}}, \quad \text{ტოლი } 6,5\text{-ის.} \quad \text{ასიმეტრიული გამოთვლები,}$$

გამოწვეული მოთხოვნით, რათა გადაადგილება U_0 ტოლი იყოს ნულის ყველგან, რადგან U_x და W არ უნდა იყვნენ დამოკიდებულნი პერიფერიული მდებარეობისაგან. სიმეტრიის სასაზღვრო პირობებს ცილინდრის ცენტრთან ახლოს ადგილი ჰქონდა, რის შედეგადაც გადაადგილება U_x და განივი გამჭოლი ძალა ტოლია ნულის. დატვირთულ ბოლოზე ღერძული ძალა დაყვანილ იქნა 0-მდე, მაშინ როდესაც რადიალური განივი ძალა შენარუნებული იქნა მუდმივად ყველა გარსებისათვის. უნდა აღინიშნოს, რომ რაც უფრო სქელია

გარსი, მით ნაკლები ელემენტებია საჭირო, რომ მივიღოთ ზუსტი ამოხსნები. ამოხსნები შედარებულია ანალიზურ ამოხსნებთან. სასრული ელემენტების შედეგების ანალიზმა გვიჩვენა, რომ ფარდობითად არართულმა მოდელმა შეიძლება მოგვცეს სასურველი შედეგი.

3.7. მესამე თავის დასკვნები

1. დამუშავებულია ანაკრები კონსტრუქციის წყვეტილი ამოხსნების გამოყენების ვარიანტები. გაანალიზებულია სრული და არასრული სახსრების გავლენა ანაკრები კონსტრუქციის დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობაზე.
2. შესწავლილია ანაკრები კონსტრუქციის ზიდვის უნარის დამოკიდებულება კონსტრუქციის შემადგენელი ელემენტების რიცხვზე.
3. დამუშავებულია კვადრატული და ელიფსური ფილის ღუნვაზე გაანგარიშების პრაქტიკული მეთოდი სხვადასხვა სახის სასაზღვრო პირობებისა და დატვირთვის მრავალსახეობის გათვალისწინებით.

თავი IV. ალგორითმები მანქანა-დანადგარების კორკუსების დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის გამოკვლევისათვის

ამ თავში წარმოდგენილია შედგენილი კონსტრუქციებისა და მისი ცალკეული ელემენტების სიმტკიცის, მდგრადობის და რხევების კვლევის ალგორითმები. ეს ალგორითმები წარმოადგენენ შემდგომ მოდიფიკაციებს ადრე შექმნილი ალგორითმებისა, რომელთა საწყისი მონაცემები განთავსებულია პერსონალური კომპიუტერის ვინჩესტერზე. ალგორითმები შედგენილია MATLAB-6-1 ენაზე. ალგორითმი განსაზღვრავს კონსტრუქციის კვანძთა გადაადგილებებს წრფივ ამოცანაში არადერძულსიმეტრიული დატვირთვის დროს და დერძულსიმეტრიულ ამოცანაში გეომეტრიული არაწრფივობის გათვალისწინებით. ამ ალგორითმთა შედეგებს აქვთ როგორც დამოუკიდებელი მნიშვნელობა, ასევე წარმოადგენენ საწყის ინფორმაციებს სხვა პროცედურებისათვის. კონსტრუქციის ცალკეული ელემენტების სიმტკიცის ანალიზის ალგორითმები შეიძლება იყოს გამოყენებული დამოუკიდებლად და წინამდებარე ალგორითმების კომპლექსში იმავე სიმტკიცის ამოცანებში.

სიმეტრიულად დატვირთული გარსების მდგრადობის და რხევების გამოკვლევისათვის განკუთვნილია ალგორითმები, (დერძულ-სიმეტრიული) რომლებიც იყენებენ დერძულ-სიმეტრიული დატვირთვის დროს კონსტრუქციების კვანძთა გადაადგილების განმსაზღვრელ ალგორითმის შედეგებს და რომელიც გამოიყენება კრიტიკულამდე დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობის აღმწერი ფუნქციის მნიშვნელობის განსაზღვრისათვის, ყველა ჩამოთვლილი ალგორითმები შეიძლება იქნეს გამოყენებული იმ კონსტრუქციებზე, რომელთა ელემენტების თვისებები შეიძლება აღიწეროს geometia-ს და mesh-ის შესატყვისი პროცედურებით.

4.1. სიხისტის მატრიცის გაანგარიშება კონსტრუქციის დაპროექტების ოპტიმიზაციის ვარიანტით

ოპტიმიზაციის რთული ამოცანების ეფექტური ამოხსნისათვის ძალზე მნიშვნელოვანია დასამუშავებელი პროექტებისა და პროექტებში კონსტრუქციული ცვლილებების შესახებ არსებული ინფორმაციის გაცნობა. ასევე სათანადო მნიშვნელობა ენიჭება ინფორმაციის არასრულყოფილი დამზადებისა და სხვა ფაქტორებისაგან გამომწვეული შინაგანი ზემოქმედების შესახებ, რომელთაც დეტერმინირებული ხასიათი აქვთ, თუმცა რეალური კონსტრუქციებისათვის ამგვარი ინფორმაციის მიღება ეფექტური მეთოდების გამოყენებასთან არის დაკავშირებული.

ერთ-ერთი ასეთი მიდგომის ფორმაა დაპროექტების მგრძნობიარობის ანალიზი. ეს მეთოდი წარმოადგენს იმ მეთოდების საფუძველს, რომლებიც ემყარება კონსტრუქციის ოპტიმალურობასა და იტერაციული მეთოდების პირობებს. კონსტრუქციის დაპროექტების ყველაზე ზოგადი მეთოდი მოიცავს იმ გადაწყვეტილებებს, რომლებსაც დამპროექტებელი იღებს დაპროექტების პროცესში. ეს საზოგადოდ მიღებული მეთოდი შესაძლებელია არსებითად გაუმჯობესდეს, თუ დამპროექტებელი ფლობს ინფორმაციას პროექტის მგრძნობიარობის შესახებ.

ამ შემთხვევაში მას საშუალება ეძლევა სისტემატურად ჩაატაროს კონსტრუქციის ანალიზი და გააუმჯობესოს თავისი პროექტი. ეს ინფორმაცია მან შესაძლებელია მიიღოს იმ მეთოდების დახმარებით, რომლებიც სასრულ ელემენტთა ფორმულირებაზეა დამყარებული. დაპროექტებაში მგრძნობიარობის ანალიზის გამოტვლითი ეფექტიანობა დამოკიდებულია ელემენტთა წარმოდგენაზე (ჩვენს შემთხვევაში „შპანგაუტები“ და მბრუნავი გარსები). ამასთან, დიალოგური გრაფიკული მეთოდებისა და ოპერაციული სისტემების არსებობა იმის საშუალებას იძლევა, რომ დაპროექტება განხორციელდეს დიალოგუ-

რი კომპიუტერების დახმარებით. დაპროექტების მგრძნობიარობის შესახებ ინფორმაციისა და რომელიმე დიდ რიცხვთა ოპტიმიზაციის თანამედროვე მეთოდების გამოყენებით.

ჩვეულებრივ, დაპროექტების ცვლადებად მიიღება ღერძული ელემენტების განივი კვეთის მახასიათებლები, გარსიანი ელემენტების გეომეტრიული პარამეტრები და მათი მექანიკური და დრეკადი თვისებები. ამიტომ სიხისტის გლობალური მატრიცა K და ზემოქმედების განზოგადებული ვექტორი F წარმოადგენენ დაპროექტების ცვლადების ფუნქციებს, ე.ი.

$$K=K(b), \quad F=F(b), \quad (4.1)$$

სადაც $b=[b_1 \dots b_n]^T$ პროექტის ცვლადების ვექტორია, რომელიც დამახასიათებელია კონსტრუქციის ელემენტების ზომებისა და მექანიკური თვისებებისათვის, აგრეთვე იმ ცვლადებისათვის, რომლებიც ელემენტების ცალკეულ კვანძებს განსაზღვრავენ. აქ განიხილება ის შემთხვევა, როცა სასაზღვრო პირობები აშკარად არაა დამოკიდებული დაპროექტების ცვლადებზე. საკითხის ამგვარი დასმის შემთხვევაში შესაძლებელია იმ მეთოდების გამოყენება, სადაც ოპტიმიზაციის პროცესი აგებულია კონსტრუქციის მგრძნობიარობის ანალიზზე.

მეთოდის არსი ითვალისწინებს შემდეგს: რადგან სიხისტის გლობალური მატრიცა და დატვირთვის ვექტორი დამოკიდებულია დაპროექტების ცვლადებზე, ამიტომ ხაზოვანი და ბიხაზოვანი ფორმებიც დამოკიდებულია დაპროექტების ცვლადებზე:

$$\begin{aligned} a_b(z, \vec{z}) &= \vec{z}^T k(b)z \\ b_b(z) &= \vec{z}^T F(b). \end{aligned} \quad (4.2)$$

რადგან (4.2) განტოლება აშკარად დაპროექტების ცვლადებზეა დამოკიდებული, ცხადია, z -იც მათზე იქნება დამოკიდებული:

$$z=z(b). \quad (4.3)$$

კონსტრუქციის ოპტიმალური დაპროექტების ამოცანაში უნდა მოხდეს ან ფუნქციის მინიმიზაცია, ან მიზნის ფუნქციის მაქსიმიზაცია. ამავდროულად ანდა დაკმაყოფილდეს ზღვრული დაძაბულობა, გადაადგილება და დაპროექტების ცვლადები, რაც შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$\Psi = \Psi(b, z(b)). \quad (4.4)$$

ეს ფუნქცია შესაძლებელია წარმოადგენდეს კონსტრუქციის ოპტიმალური დაპროექტების ნებისმიერ კრიტერიუმს. z მდგომარეობის განტოლების ამოხსნის შემდეგ ფუნქციის დამოკიდებულება დაპროექტების ცვლადებზე შეიძლება იყოს ცხადი ან არაცხადი. დაპროექტების დროს მგრძობიარობის ანალიზის მიზანი განსაზღვრავს სწორედ ასეთი ფუნქციების სრულ დამოკიდებულებას დაპროექტების ცვლადებზე, ე.ი. $d\Psi/db$.

დამოკიდებული ცვლადები აღირიცხება შემდეგი სასაზღვრო პირობების დახმარებით:

$$K=b(z)=F(b), \quad (4.5)$$

სადაც $K(b)$ სიხისტის გლობალური მატრიცაა, ხოლო $F(b)$ – დატვირთვა. თუკი $K(b)$ მატრიცა, როგორც მისი აგებულებიდან ჩანს, დადებითადაა განსაზღვრული, მაშინ შეიძლება ვივარაუდოთ, რომ ყველა სიდიდე, რომლებიც შედის $K(b)$ -სა და $F(b)$ -ში, S დაპროექტების ცვლადებით ერთხელ უწყვეტად დიფერენცირებადია, ე.ი. ამ შემთხვევაში $z=z(b)$, (4.5) განტოლება და S ერთხელ უწყვეტად დიფერენცირდება.

თუ გამოვიყენებთ რთული ფუნქციის დიფერენცირების წესსა და მატრიცული გაანგარიშების აღწერას, შესაძლებელია გამოვითვალოთ Ψ წარმოებული:

$$\frac{d\Psi}{db} = \frac{\partial \Psi}{\partial b} + \frac{\partial \Psi}{\partial z} \cdot \frac{dz}{db}. \quad (4.6)$$

(4.5) განტოლების ორივე მხარე დიფერენცირდება, ხოლო შემდეგ განტოლებაში:

$$K(b) \frac{dz}{db} = - \frac{\partial}{\partial b} (K(b)z) + \frac{\partial E(b)}{\partial b}. \quad (4.7)$$

სადაც z აღნიშნავს ცვლადს და ნაწილობრივი დიფერენცირების პროცესში მუდმივი უნდა დარჩეს. ვინაიდან $K(b)$ მატრიცა არაგად-გვარებადია, (4.7) განტოლება გამოიანგარიშება dz/db -ის მიმართ:

$$\frac{dz}{db} = K^{-1}(b) \left[\frac{\partial F(b)}{\partial b} - \frac{\partial}{\partial b} (K(b)z) \right]. \quad (4.8)$$

თუ ამ შედეგს ჩავსვამთ (4.6) განტოლებაში, მივიღებთ:

$$\frac{d\Psi}{db} = \frac{\partial \Psi}{\partial b} + \frac{\partial \Psi}{\partial z} K^{-1}(b) \frac{\partial}{\partial b} \frac{dz}{db} = K^{-1}(b) [\partial F(b) - (K(b)z)]. \quad (4.9)$$

K სისტის გლობალური მატრიცის აგებიდან და მოყვანილი F ვექტორიდან ჩანს, რომ ისინი დამოკიდებული არიან კონსტრუქციის ელემენტთა გეომეტრიულ და მექანიკურ პარამეტრებზე, რაც საშუალებას იძლევა უფრო მეტი ეფექტურობით გამოვიყენოთ ზემოთ მოყვანილი წრფივი დიფერენცირების მეთოდი და მასთან ერთად ოპტიმალური დაპროექტების მეთოდი.

აქ არ განვიხილავთ ამ მეთოდის გამოყენებას კონსტრუქციის ოპტიმიზაციის კონკრეტული მეთოდის ამოხსნისას, ვინაიდან ეს სცილდება ჩვენს სამუშაო თემას.

კომპიუტერზე ორგანიზებული ყოველი გამოთვლითი პროცესი სრულად განსაზღვრული ისეთი პარამეტრებით ხასიათდება, როგორცაა ოპერატიული და დინამიკური მეხსიერება. ჩვენს შემთხვევაში შედარებას ექვემდებარება არა მარტო კონსტრუქციის გაანგარიშების მთელი პროცესი, არამედ მისი ის ნაწილი, რომელიც ეხება გარსული ელემენტის სისტის მატრიცის განსაზღვრას. ვინაიდან ოპტიმალური დაპროექტებისას, სადაც ალგორითმს საფუძვლად უნდა დაედოს მთელი კონსტრუქციის სისტის გლობალური K მატრიცისა და F ვექტორის გამოთვლა, ძირითადი დრო დაეთმობა კონსტრუქციის შედგენილობაში შემავალი ბრუნვადი გარსის შემადგენლობაში სისტის მატრიცის გამოთვლას. ზუსტ ამონახსნში სისტის მატრი-

ცის განსაზღვრა აგებულია პირველი რიგის დიფერენციალური განტოლების რიცხვითი ინტეგრირების სისტემაზე, ხოლო მიახლოებითი მეთოდი ელემენტარული ფუნქციებით სიხისტის მატრიცის კოეფიციენტების ცხად ჩანაწერს იძლევა. პირველ შემთხვევაში სტატისტიკური მეხსიერების გარდა, საჭიროა დინამიკურიც, რომელიც ორთოგონალიზაციის აუცილებელ წერტილებზეა დამოკიდებული გარსის მთელ სიგრძეზე, ხოლო მიახლოებითი მეთოდებისათვის მხოლოდ სტატისტიკურია საჭირო. აღნიშნულმა შედარებებმა ცხადყო, რომ საჭირო მეხსიერების თანაფარდობას უნდა ჰქონდეს შემდეგი მნიშვნელობა:

$$W_T/W_n = 1,07.m.0,035 \quad (4.10)$$

სადაც W_T არის ჯამური მეხსიერება რიცხვითი ინტეგრირების დროს, W_n - მეხსიერება, რომელიც საჭიროა მიახლოებითი მეთოდებისათვის, ხოლო m - ორთოგონალიზაციის წერტილთა რაოდენობა.

(4.10) დამოკიდებულებით ცხადია, რომ, როცა გარსები საშუალო სიგრძისაა, მაშინ გამოყენებული მეთოდის მიუხედავად, საჭირო მეხსიერება პრაქტიკულად არ იცვლება. გარსების სიგრძისათვის ($m \geq 40$) საჭირო მოცულობა ზუსტი მეთოდებისათვის მიახლოებითთან შედარებით 2,5 - ჯერ მატულობს და უდრის 2,5 კბაიტს. ცხადია, ეს მოცულობა არც თუ ისე მნიშვნელოვანია იმ ეგმებისთვის, რომელთა მეხსიერება რიგით $1 \div 5$ ბაიტია; თუმცა ხანდახან ასეთი მოცულობები სხვა პროგრამულ პროდუქტებთან კომპლექსში საეჭვოს ხდიან დასმული ამოცანის ამოხსნას.

ზუსტი და მიახლოებითი მეთოდების გამოყენებით ბრუნვის გარსების სიხისტის მატრიცის გამოთვლისას მანქანური დროის დანახარჯების ანალიზი ტარდება პარამეტრების ფართო დიაპაზონში. შედეგად მიიღება შემდეგი თანაფარდობა:

$$\left(\frac{t}{t_m}\right) = 25.m \left(\frac{t}{t_{kon}}\right) = 13.m \left(\frac{t}{t_m}\right)_{cf} = 4m, \quad (4.11)$$

სადაც t არის დრო, რომელიც საჭიროა ზუსტი მეთოდის გამოყენებისას და პრაქტიკულად დამოკიდებული არაა გარსის ტიპზე. t_m არის დრო, რომელიც საჭიროა მიახლოებითი მეთოდების გამოყენებისას, ხოლო m – ზუსტი მეთოდის გამოყენების დროს რიცხვითი ინტეგრებისას ორთოგონალიზაციის წერტილთა რაოდენობა.

(4.11) – ში მიღებული თანაფარდობები აღნიშნავს მიახლოებითი მეთოდის გამოყენებისას დროის მნიშვნელოვან მოგებას (მიახლოებით 100-ჯერ გარსის საჭირო სიგრძისა, როცა $m > 20$), რასაც კონსტრუქციის მრავალვარიანტული დაპროექტებისას დიდი მნიშვნელობა ენიჭება.

ამრიგად, შეიძლება ითქვას, რომ მიახლოებითი მეთოდების გამოყენება ბრუნვის გარსის სიხისტის მატრიცის გამოთვლის დამაკმაყოფილებელ სიზუსტეს იძლევა და ბევრად უფრო ეფექტურია ზუსტ მეთოდთან შედარებით როგორც სიხისტის მატრიცის ცხადი ჩანაწერისას ოპერატიული მესხიერების მოცულობით, ასევე გამოთვლების ჩატარების სისწრაფით. ეს გარემოება ნათლად ცხადყოფს მიახლოებითი მეთოდის უპირატესობას.

4.2. შედგენილი კონსტრუქციების კვანძების წრფივი არაღერძულსიმეტრიული დეფორმაციების განსაზღვრის ალგორითმი

შედგენილი კონსტრუქციის დეფორმირებული მდგომარეობის გამოკვლევისას ელემენტებზე ზედაპირული და დატვირთვის არაღერძულსიმეტრიული კომპონენტების მოქმედების დროს და რგოლური დატვირთვის დროს, რომელიც მოქმედებს რგოლის სიმძიმის ცენტრის წრფეებზე, განიხილება მხოლოდ წრფივი ამოცანა.

ალგორითმთა შედგენისათვის გამოყენებული იქნა მეორე თავში წარმოდგენილი თანაფარდობები. წრფივ შემთხვევაში,

გამოსახულების განცალკეობადი ცვლადების მეთოდის გამოყენებით მიიყვანება ერთ დამოუკიდებელ ცვლადამდე α_1 და n ჰარმონიკის ნომრამდე.

ზოგადად დატვირთვის ზოგად შემთხვევაში ყველა ფუნქცია, რომელიც აღწერს კონსტრუქციის დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობას, გარეგანი დატვირთვები წარმოდგენილია ფურიეს მწკრივის სახით α_2 რგოლური კოორდინატის მიმართ, ღერძულსიმეტრიული კონსტრუქციების შემთხვევაში. მოცემული სიდიდეები დაკავშირებულია თანაფარდობებთან

$$x = \{(U, W, \varphi, \varepsilon, x_k, x_r, T, M_x, M_y), i(U, W, \theta_1, M_{11}, M_{22}, T_{11}, T_{22}, E_{11}, E_{22}, k_{11}, k_{22}, Q_{11})_{ijs}\}, \quad (4.12)$$

$$y = \{v, x, M, Q_x, Q_r\}_i, \{v, \theta_2, S, H, Q_{22}, E_{12}, k_{12}\}_{ijs}$$

მთლიანი ამონახსნი ამოცანებისა იქნება სასრული ფურიეს მწკრივების შეჯამების სახით.

ალგორითმთა საწყის მონაცემებს მრავლადბმული კონსტრუქციის კვანძთა გადაადგილებების განსაზღვრისათვის წარმოადგენენ პარამეტრები:

$$\begin{aligned} &nsk, msh, ha, hk, eps, mx, my, \\ &mz, mh. \end{aligned} \quad (4.13)$$

და მასივები

$$bn, nq, qm, qn, xnk, ynk, znk, xxk, xyk, xzk, xnk, nnk, cn, \quad (4.14)$$

რომლებიც ნაწილობრივ წარმოადგენენ ალგორითმის ფორმალურ პარამეტრებს, ხოლო დანარჩენები ჩაწერილია შესაბამის დისკურ მესსიერებაზე.

მრავლადბმული კონსტრუქციის კვანძთა გადაადგილების განსაზღვრის ალგორითმი არაღერდულსიმეტრიული დატვირთვის დროს წრფივ დასმაში რეალიზებულია პროცედურების სახით linear de formation

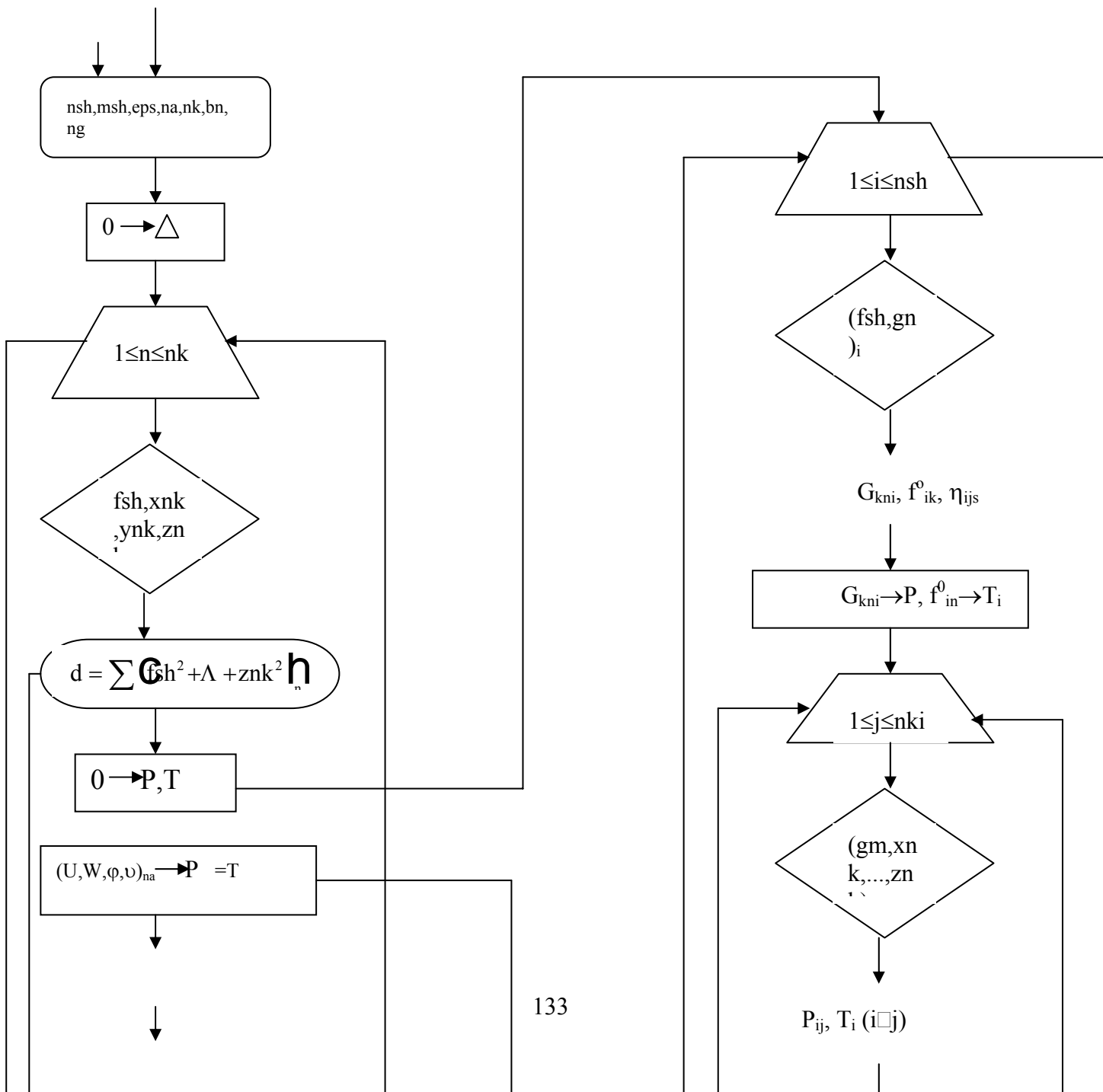
პროცედურასთან მუშაობის დროს აუცილებელია მთელი კონსტრუქციის და მისი ცალკეული ელემენტების მთლიანი

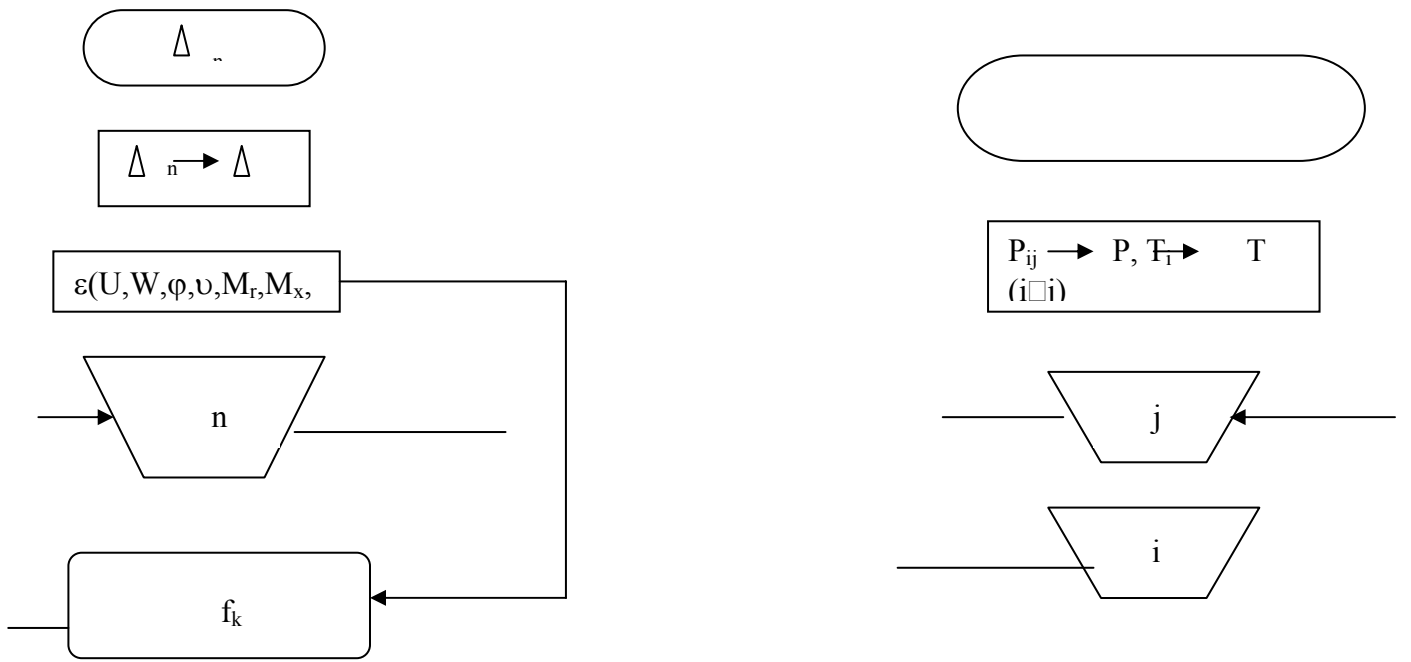
გეომეტრიის ცოდნა, თანახმად საჭირო საწყისი მონაცემებისა და ყველა დატვირთვების ჰარმონიკის მოცემული სპექტრის ამპლიტუდათა მნიშვნელობა, რომლებიც მოქმედებენ კონსტრუქციის ელემენტებზე.

პროცედურების მუშაობის შედეგები ჩაიწერება $lk [1:4*nsh, 1:nk]$ მასივში. ამ მასივის ელემენტები განსაზღვრავენ კონსტრუქციის კვანძთა გადაადგილებების კომპონენტებს.

კონკრეტული ჰარმონიკისათვის $ng[i]$ -ური რგოლის შესაბამისი გადაადგილება იქნება.

$$U_i = f_k[4x_i - 3, i], \quad W_i = f_k[4x_i - 2, i], \quad \varphi_i = f_k[4x_i - 1, i], \quad v_i = f_k[4x_i, j] \quad (4.15).$$





ნახ. 4.1

პროცედურის არეში შესვლისას ხდება ნულების მინიჭება ამოხსნის ვექტორის F_k ყველა ელემენტებთან. შემდეგ იწყება ციკლი ჰარმონიკაზე. ყოველი ჰარმონიკისათვის გამოძახებულია ინფორმაცია დატვირთვებზე მესხიერებიდან, რომელიც მოქმედებს კონსტრუქციის ელემენტებზე და მოწმდება ტრივიალური შემთხვევა. თუ განსახილველი ჰარმონიკის დატვირთვის ყველა ამპლიტუდები ნულის ტოლია, მაშინ ხდება სხვა ჰარმონიკაზე გადასვლა. ასეთი შემთხვევის არარსებობის შემთხვევაში ალგორითმი გადის P მატრიცის და T ვექტორის განულებაზე, ამის შემდეგ წარმოიქმნება განსაზღვრა კვანძთა სიხისტის პარამეტრებსა და მასთან შეკავშირებულ შეერთებებზე (G_{kni} , k_{ijs}), ფორმირება ქვემატრიცისა P_{ij} და T_i ($i \square j$) ვექტორისა, რომლებიც შემდეგ გადაიგზავნება PT მატრიცის შესატყვის ადგილებში. როგორც კი განისაზღვრება ამოსახსნელი განტოლების კომპონენტები. ალგორითმის მოქმედება გადადის ამ განტოლების გარდაქმნაზე, გეომეტრიული შეზღუდვების გათვალისწინებით, მოცემული n_a პარამეტრითა და n_b მასივით.

გარდაქმნილი განტოლების ამონახსნი განსაზღვრავს Δ -ას განსახილველი ჰარმონიკისათვის, რომლის მნიშვნელობებიც გადაიგზავნება F_k მასივის შესატყვის ადგილებში. რადგან ფურიეს მწკრივის ფუნქციები, რომლებიც განსაზღვრავენ დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობას, მნიშვნელოვნად სწრაფად კრებადია, ვიდრე დატვირთვების აღმწერი ფუნქციის მწკრივები. სანამ გადავიდოდეთ მომდევნო ჰარმონიკის განხილვაზე ხდება დატვირთვებზე ფუნქციის საბოლოო მნიშვნელობის ბოლო ჰარმონიკის შეფასება, რომელიც განსაზღვრავს რგოლის დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობას.

4.3. შედგენილი კონსტრუქციის კვანძის გეომეტრიულად არაწრფივი დერძულსიმეტრიული დეფორმაცია

შედგენილი კონსტრუქციის დრეკადი ქმედების გამოკვლევის დროს ცალკეულ ფაქტორთა დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის გეომეტრიული არაწრფივობის გათვალისწინებით განიხილება მხოლოდ დერძულსიმეტრიული ამოცანა. ამ შემთხვევაში ყველა გარეგანი დატვირთვები, შინაგანი ძალები და კონსტრუქციის ელემენტთა დეფორმაციები დამოკიდებულნი არიან α_2 კოორდინატაზე და წარმოადგენენ მხოლოდ α_2 კოორდინატის ფუნქციებს.

ალგორითმის ასაგებად გამოიყენებოდა ნივოჟილოვის [57] არაწრფივი თეორიის ყველაზე მარტივი ვარიანტი კონსტრუქციის გარკვეულ კვანძებში გადაადგილების შეზღუდვის გარდა შეიძლება დაგადოთ გეომეტრიული შეზღუდვები ამ ფორმის მატრიცას ადარებენ na და nb მასივს.

არაწრფივი ამოცანის ამოხსნა ხდება ნიუტონ-კანტოროვიჩის იტერაციული მეთოდით, როცა იტერაციის ყოველ ბიჯზე იხსნება წრფივი ამოცანა. ამასთან ნებისმიერი ორი მეზობელი მიახლოება დაკავშირებულია რეკურენტული თანაფარდობებით.

წინამდებარე მიახლოების ამონახსნი შედის არა მარტო თავისუფალ წევრებში (ფიქტიური დატვირთვა), არამედ ერთგვაროვან ნაწილშიც რაც არაცხადლივ მოქმედებს კონსტრუქციის ელემენტთა ხისტ მახასიათებლებზე. თანდათანობის მიახლოების პროცესი გრძელდება მანამ, სანამ შედგენილი კონსტრუქციის ყველა კვანძზე, გადაადგილების ვექტორის ყველა კომპონენტზე ორი მომდევნო მიახლოების შედეგის მაქსიმალური შეფარდებითი დაშორება აღმოჩნდება მოცემულ სიდიდეზე ϵ ნაკლები. როგორც სამუშაოს შედეგებმა გვიჩვენა [93, 105], ამორჩეული პროცესი რიცხვითი ამონახსნისა, ნებას გვაძლევს მივიღოთ მაღალი რიგის სიზუსტის ამონახსნი რომელსაც აქვს კარგი კრებადობა.

რადგან განიხილება მხოლოდ ღერძულსიმეტრიული ამოცანა, ამ შემთხვევაში დატვირთვები, რომლებიც მოქმედებს გარსისებრ ელემენტებზე, მოცემულია ორგანზომილებიანი მასივების სახით, რაც საშუალებას გვაძლევს მნიშვნელოვნად შევამციროთ პერსონალურ კომპიუტერზე გამოთვლის დრო. დატვირთვის მასივობის გარდაქმნა $[nk=I$ ამ შემთხვევაში] შეიძლება წარმოვადგინოთ ამ სახით:

$$\begin{aligned} xnk[1:mx; 1:1] &\rightarrow xnk[1:mx;], \\ ynk[1:my; 1:1] &\rightarrow ynk[1:my;], \\ znk[1:mz; 1:1] &\rightarrow znk[1:mz;]. \end{aligned} \tag{4.16}$$

დატვირთვებისთვის, რომლებიც მოქმედებენ კონსტრუქციის კვანძებზე, საწყის მონაცემთა მასივი Fsh გარდაიქმნება სამგანზომილებიანიდან ორგანზომილებიანში.

$$Fsh [1:6, 1:1, 1:hsh] \rightarrow Fsh [1:6, 1:hsh] \tag{4.17}$$

ამგვარად განსახილველი ალგორითმების საწყის მონაცემებად (2.1) და (2.2)–ის გათვალისწინებით განიხილება პარამეტრები

$$(msh, msn, ha, hl, eps, mx, my, mz, mh) \quad (4.18)$$

და მასივები

$$bn, gm, gn, xxk, xyk, xzk, xhk, hhk, cn. \quad (4.19).$$

რომელთა ნაწილიც წარმოადგენს ალგორითმის ნორმალურ პარამეტრებს, ხოლო დანარჩენები ჩაწერილია შესაბამის ხისტ დისკზე (ვინჩესტერზე).

შედგენილი კონსტრუქციის კვანძთა გადაადგილების განსახდერის ალგორითმი ღერძულსიმეტრიული დატვირთვის დროს, გეომეტრიული არაწრფივობის გათვალისწინებით, რეალიზებულია პროცედურების სახით. NonLinear defonmation. პროცედურების სამუშაოების შედეგები ჩაიწერება მასივებში $Fk[1:4xnsh]$, $hor[1:5,1:m]$ და fzk და ხასიათდება cor პარამეტრით. გადაადგილების ვექტორთა კომპონენტებისათვის Δ მიღებულია შემდეგი შესაბამისობანი.

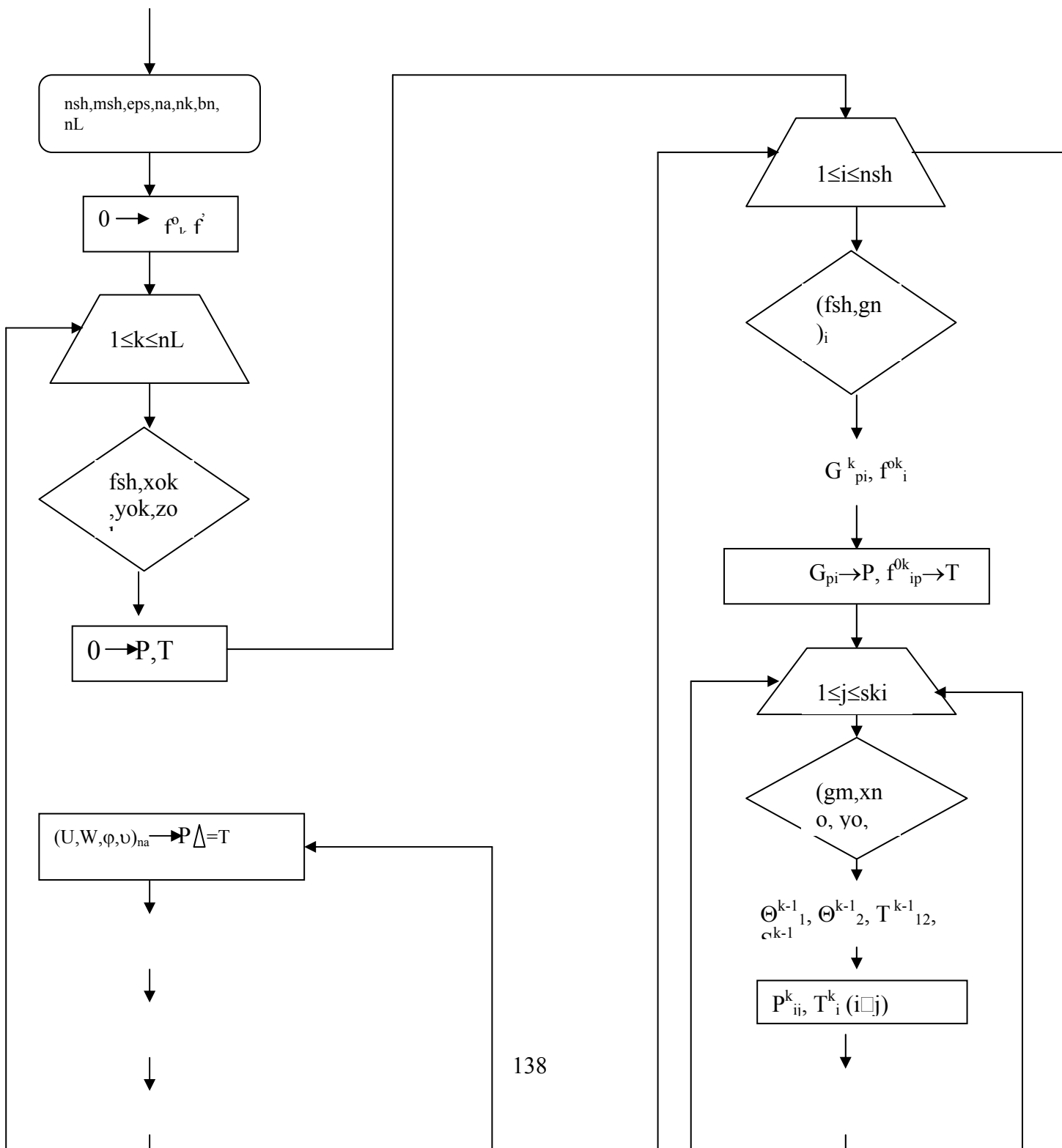
$$\begin{aligned} U_i &\rightarrow F_k[4_{xi}-3]; & W_i &\rightarrow F_k[4_{xi}-2]; \\ \phi_i &\rightarrow f_k[4_{xi}-1] & \psi_i &\rightarrow f_k[4_{xi}]; \end{aligned} \quad (4.20)$$

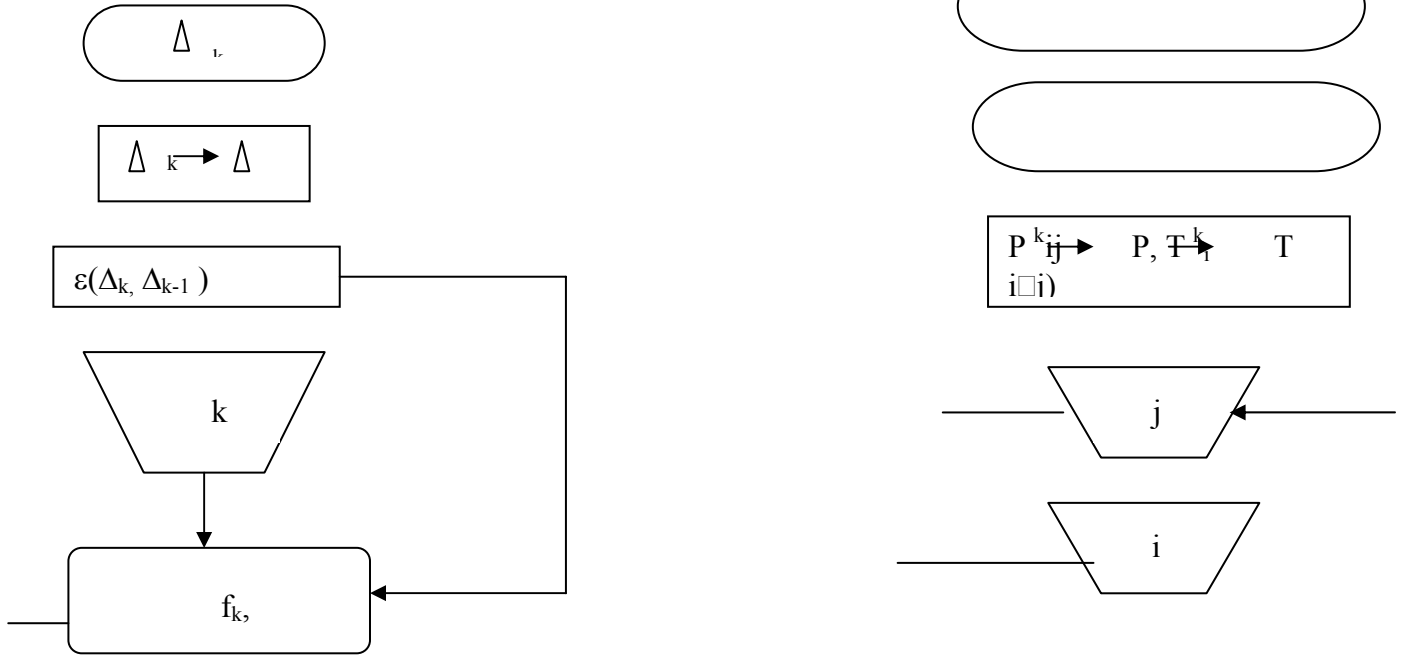
noF მასივში თავმოყრილია ფუნქციების მნიშვნელობები θ_1 , θ_2 , T_{11} , T_{22} და S იტერაციის უკანასკნელ ბიჯზე ორთოგონალიზაციის ორთოგონალურ მართკუთხა წერტილებში კონსტრუქციის ყველა გარსისებრი ელემენტისათვის t_{2k} მასივი შეიცავს რგოლურ ძალთა მნიშვნელობებს, კონსტრუქციის T კვანძებში, იტერაციის უკანასკნელ ბიჯზეც. პარამეტრი cor მიიღებს ჭეშმარიტ მნიშვნელობას, თუ პროცედურის დამთავრებისას მიღწეული იქნა მოცემული ფარდობითი სიზუსტე, წინააღმდეგ შემთხვევაში მცდარს.

ამას გარდა ამ პროცედურის შედეგები წარმოადგენენ საწყის მონაცემებს კონსტრუქციის ცალკეულ ელემენტთა სიმტკიცის ანალიზისათვის და კონსტრუქციის მდგრადობისა და რხევების გამოკვლებისათვის.

ნახაზზე 4.2. მოთავსებულია ალგორითმის ბლოკ-სქემა. პროცედურის არეში შესვლის დროს ხდება გადაადგილების ვექტორთან განულება Δ ნულოვან პირველ მიახლოებაში (f_k^0, f_k').

შემდეგ ხდება გადასვლა მიახლოება ციკლთან. მიახლოებათა ყოველ ბიჯზე პირველ რიგში ხდება ვინჩესტერიდან გამოძახება დატვირთვებისა, შემდეგ იქმნება p მატრიცა T ვექტორი. შემდგომში განისაზღვრება კონსტრუქციის ელემენტთა სიხისტის პარამეტრები [q_{pi}^k, K_{ijs}^k და ა.შ.]. წინამდებარე იტერაციის შედეგის





ნახ. 4.2

შემდეგ ხდება გადასვლა მიახლოების ციკლთან. მიახლოებათა ყოველ ბიჯზე პირველ რიგში ხდება ვინჩესტერიდან გამოძახება დატვირთვებისა, შემდეგ იქმნება p მატრიცა და T ვექტორი. შემდგომში განისაზღვრება კონსტრუქციის ელემენტთა სიხისტის პარამეტრები $[q_{pi}^k, K_{ijs}^k$ და ა.შ.]. წინამდებარე იტერაციის შედეგის გათვალისწინებით, რომლისთვისაც გამოანგარიშებულია ზოგიერთი ფუნქციები, რომლებიც განსაზღვრავენ დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობას $[O_1^{k-1}, O_2^{k-1}, T_2^{k-1}, S^{k-1}]$ ყველა გარსისებრი ელემენტებისათვის და კონსტრუქციის ყველა კვანძთა რგოლური T ძალებისათვის. განსაზღვრული სიხისტის პარამეტრები გამოიყენება ქვემატრიცის P_{ij}^k ვექტორ $T_i^k (i \in j)$ -ის განსაზღვრისათვის, რომლებიც ფორმირებას უკეთებენ ამოსახსნელ განტოლებას k -ური იტერაციით. ამოსახსნელი განტოლება როგორც კი ფორმირდება ალგორითმში, ხდება მისი გარდაქმნა მოცემული შეზღუდვის გათვალისწინებით, განმსაზღვრელი პარამეტრების n_a და n_b მასივების ზოგიერთ კვანძთა გადდაგილების ვექტორი იტერაციის k -ურ ბიჯზე.

ციკლს ასრულებს ორი მეზობელი მიახლოების შედარება. თუ ამ მიახლოებების ფარდობითი ცოთმილება კონსტრუქციის კვანძთა

გადაადგილებისათვის ნაკლებია ϵ_{ps} -ზე, მაშინ ციკლი დამთავრებულია. თუ არა და მოხდება გადასვლა მომდევნო მიახლოებაზე. ეს პროცესი გაგრძელდება მოცემული ფარდობითი სიზუსტის მიღწევამდე ანდა მიახლოების nI მინიმალური რიცხვის ამოწურვამდე.

4.4. შედგენილი კონსტრუქციის მდგრადობა და რხევები.

სიმეტრიულად დატვირთული მრავლადბმული კონსტრუქციის მდგრადობისა და რხევების გამოკვლევა იგება [4,5] შრომების წინამძღვრებითა და თანაფარდობით. ამ თანაფარდობებში იგულისხმება, რომ კონსტრუქციის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა დატვირთვითა განსაზღვრული მნიშვნელობებისათვის ცნობილია. მდგრადობისა და რხევების ალგორითმები იგებოდა იმ პირობით, რომ ეს ინფორმაცია ალგორითმის სამუშაოს შემდეგ მიღებული Nonlinear deformation ვინჩესტერიდან გაცვლის გზით მიღებული განლაგდება ოპერატიული მეხსიერების განსაზღვრულ ადგილში. ფუნქციების მნიშვნელობა $Q_1, Q_2, T_{11}, T_{22}, S$. ყველა გარსისებრი ელემენტისთვის ორთოგონალიზაციის წერტილები განლაგებიან მასივებში $\text{nof} [1:5, 1:m]$, სადაც m განისაზღვრება, ხოლო რგოლური ელემენტების ძალთა მნიშვნელობა $t_{2k} [1:nsh]$ მასივში. ეს მასივები გამოიყენება ფუნქციის კრიტიკულ მნიშვნელობამდე განსაზღვრისათვის, რომელიც აღწერს დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობას, კონსტრუქციის დაძაბული მდგომარეობისა და მდგრადობის გამოკვლევის დროს, საკუთარი სიხშირეების გამოკვლევისას.

ამ ფუნქციის მნიშვნელობის განმსაზღვრელად შედგენილია პროცედურა `prebuckI`, რომელშიც შემოთავაზებულია, რომ საძიებელი ფუნქციები წრფივად და მოკიდებული დატვირთვის პარამეტრის სიდიდეზე.

პრინციპში სირთულეს არ წარმოადგენს ალგორითმის შექმნა, რომელიც ითვალისწინებს ყოფაქცევის არაწრფივობას ანდა დატვირთვების მრავალპარამეტრულ დამოკიდებულებას ძალების მიმართ. პროცედურის ტექსტი prebuck, რომელშიც q-ს აქვს დატვირთვის პარამეტრის მნიშვნელობა, მიიღებს შემდეგ სახეს:

```

procedure prebuck (q)
  read (k,1,1,0,14);
  read (a, 2, 3, 1, 0), read (f, 2, 3, 0, 0 );
  For i:=1,2,3,4,5 do
  For j:=1step 1antiI k do a[i,j]:=a[i,j]xg;
  For i:=1step 1antiI nsh do t[i]=t[i]xg;
  wraite (a,1,3,1,0); wraite (t,1,3,0,0)
  end
  end prebuckI:

```

მდგრადობისა და რხევის გამოკვლევების ალგორითმებს ერთმანეთთან ბევრი საერთო აქვთ. ორივე ალგორითმში დატვირთვის პარამეტრის ყოველი მნიშვნელობისათვის X ან W სისშირისათვის საჭიროა შედგეს მთელი კონსტრუქციის სიხისტის მატრიცა.

მატრიცის ელემენტთა განსაზღვრა არ არის დამოკიდებული იმაზე, თუ როგორი ამოცანა განიხილება, ამიტომ მატრიცული განტოლების გამონგარიშების ბლოკი გამოყოფილია ცალკეული პროცედურების სახით detpolgcons. განტოლების საკუთარი მნიშვნელობის ძიება ხდება ბიჯის მეთოდით. მდგრადობის ამოცანაში შესაძლებელია ორი მიმართულება, რომელთაგან თითოეულს აქვს თავისი ინდექსი ($I_p=1$ ან $I_p=2$). საკუთარი რხევები განიხილება ერთი მეთოდით, რომელიც შეესაბამება მდგრადობის ამოცანაში ($I_p=1$) I მეთოდის ზოგიერთი ცვლილებებით. ამ ალგორითმული სამუშაოების ერთ-ერთ ძირითად შედეგს

წარმოადგენს კონსტრუქციის მდგრადობის დაკარგვის ფორმების და საკუთარი რხევების ფორმათა განსაზღვრა.

საერთო ფორმების ძიების პროცესი ამ ამოცანებისათვის აღწერილია შემდეგი გამოსახულებით:

$$y' = F(\alpha_1, \bar{n}, y) + F_\lambda(\alpha_1, \bar{n}, \lambda, y) + F_\omega(\alpha_1, \omega^*, y)$$

ამიტომ შექმნილი იყო სპეციალურად ამ პროცედურისათვის Form. ეს დამხმარე პროცედურები უდევს საფუძვლად კონსტრუქციის მდგრადობისა და საკუთარი რხევების ალგორითმულ გამოკვლევებს, რომლის ტექსტსაც აღწერს ესა თუ ის ბიჯის მეთოდი საკუთარი მნიშვნელობის ძიებისას.

საწყისი მონაცემები ამ ალგორითმებისათვის არის შემდეგი პარამეტრები,

$$ha, hsh, msh, ml, \tag{4.21}$$

და მასივები

$$a_n, b_n, gm, gn, xnk, hnk, not, t2k, \tag{4.22}$$

რომელთა ნაწილიც შედის ალგორითმთა ფორმალურ პარამეტრებში, ხოლო დანარჩენები ჩაიწერება ვინჩესტერზე. cn მასივის ელემენტებიდან მხოლოდ მდგრადობის ამოცანებს მიეკუთვნება პარამეტრები

$$q1, q2, dq, n2, \text{ და } n3. \tag{4.23}$$

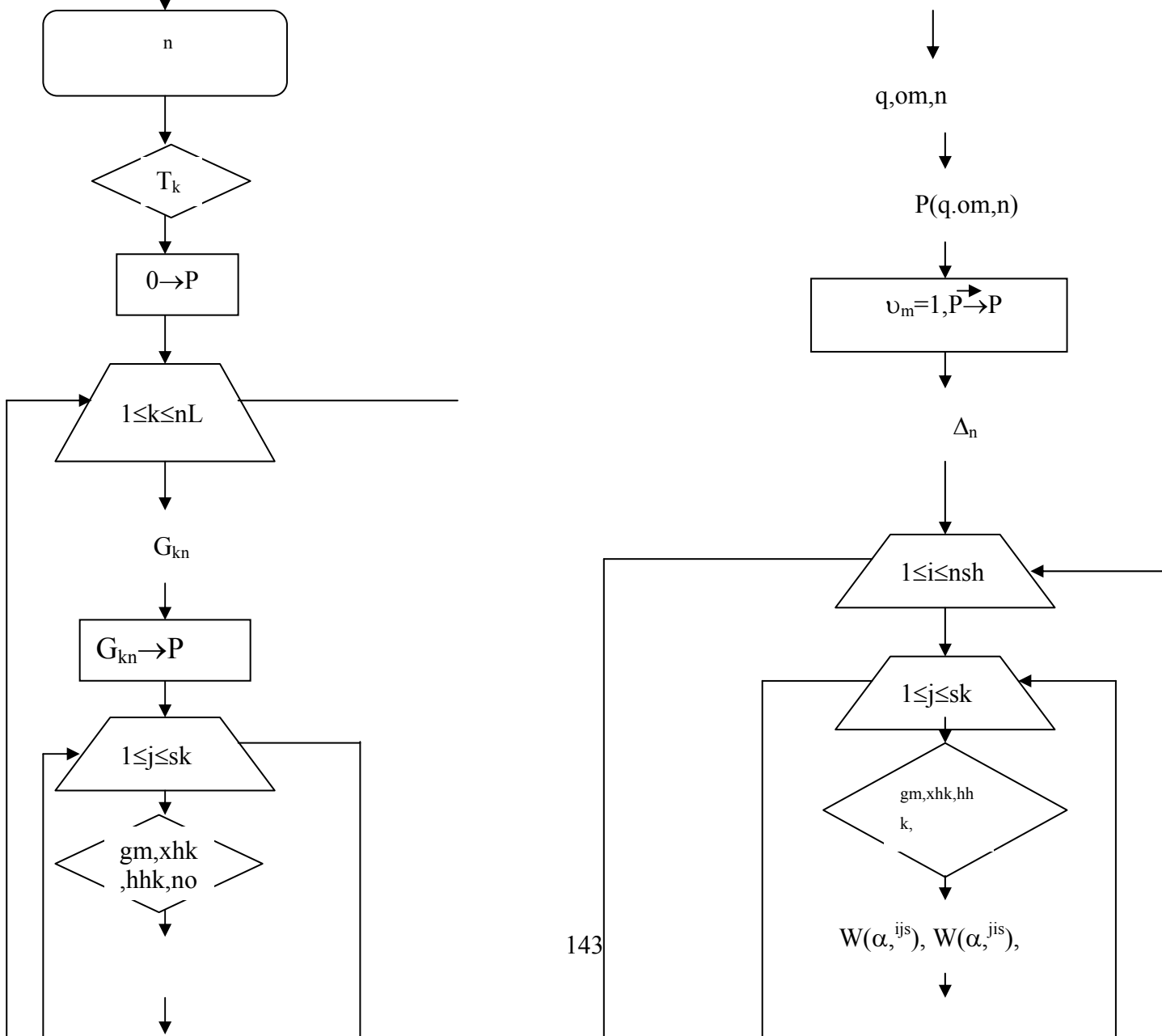
ხოლო საკუთარი რხევების ამოცანებს მიეკუთვნება პარამეტრები

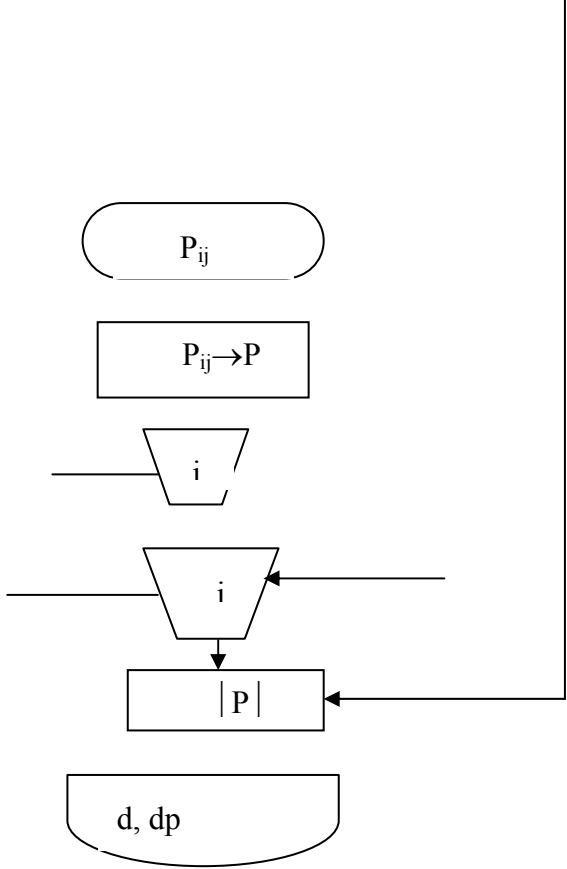
$$om1, om2, dom, nom, q. \tag{4.24}$$

მდგრადობისა და საკუთარი რხევების ალგორითმების გამოკვლევები რეალიზებულია MATLAB 6.5-ის ენაზე bucking holyconstrucfur და oscillation პროცედურების სახით. პირველი პროცედურის სამუშაოს შედეგები განისაზღვრება ორი პარამეტრითა mm, gm და $F_k [1:4, 1:m]$ მასივით. F_k მასივის ელემენტები, როგორც ზემოთ უკვე ითქვა, განსაზღვრავენ მდგრადობის ფორმის დაკარგვას

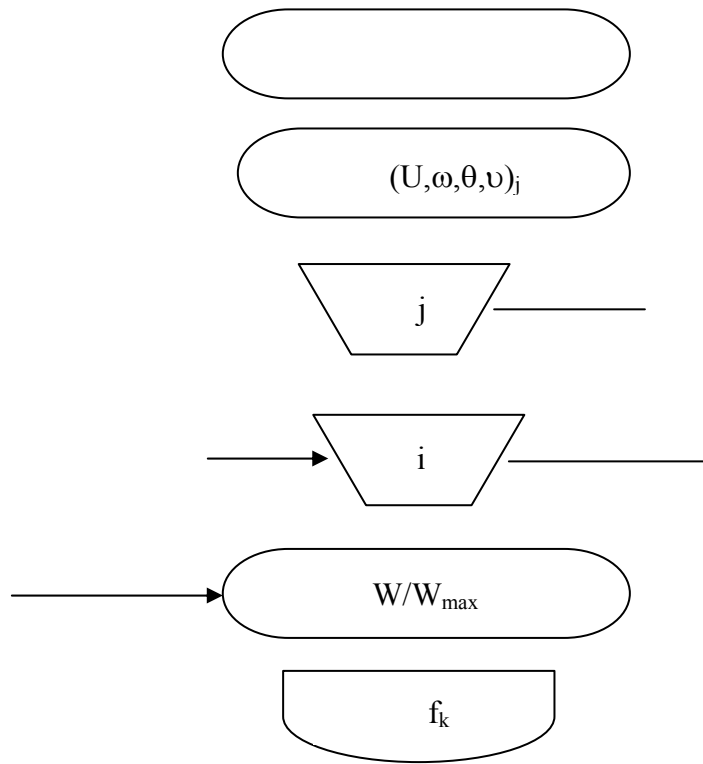
ან კონსტრუქციის საკუთარ რხევებს. nm პარამეტრი მდგრადობის ამოცანაში განსაზღვრავს ტალღების რიცხვის მნიშვნელობას რგოლური მიმართულებით, დატვირთვის კრიტიკული მნიშვნელობის დროს, რომელიც განისაზღვრება gm სიდიდით. სიდიდე om განსაზღვრავს კონსტრუქციის საკუთარი რხევების სიდიდეს.

მდგრადობისა და საკუთარი რხევების ალგორითმების გამოკვლევების ბლოკ-სქემები წარმოდგენილია ნახ. 4.3 და 4.4-ზე, მაგრამ, სანამ დაწვრილებით განვიხილავთ მას, აღვწეროთ საერთო მოქმედება ამ ალგორითმთა პროცედურებისათვის $detpoycons$ და $Form$, ამ პროცედურებიდან პირველის ბლოკ-სქემა მოცემულია ნახ.4.3. პროცედურათა შესავალში მოცემულია ჰარმონიკის ნომერი რგოლური მიმართულებით, დატვირთვის პარამეტრი q , რომლის





ნახ. 4.3



ნახ. 4.4

დროსაც განისაზღვრება ამოსახსნელი მატრიცის დეტერმინანტი, გლობალურ პროცედურასთან მიმართებაში. პროცედურის მოქმედება იწყება რგოლებში ძალთა ინფორმაციის დაანგარიშებით და საძიებელი p მატრიცის ელემენტებისათვის ნულოვანი მნიშვნელობების მინიჭებით. შემდგომში ორგანიზდება ციკლი კონსტრუქციის კვანძებზე ($1 \leq i \leq nsh$). ამ ციკლში პირველ რიგში გაანიხილება G_{kn} რგოლის სიხისტის ქვემატრიცის ელემენტები. ამის შემდეგ იწყება გარსით ელემენტთა განხილვა, ამისთვის ორგანიზდება შიგა ციკლი ($1 \leq j \leq ski$). რომელიც იწყება გეომეტრიაზე მექანიკურ თვისებებზე და დაძაბულ-დეფორმაციულ მდგომარეობაზე ინფორმაციის გაამოძახებით. ეს ინფორმაცია გამოიყენება გარსის სიხისტის მატრიცის რიცხვითი ინტეგრირებით განსასაზღვრავად.

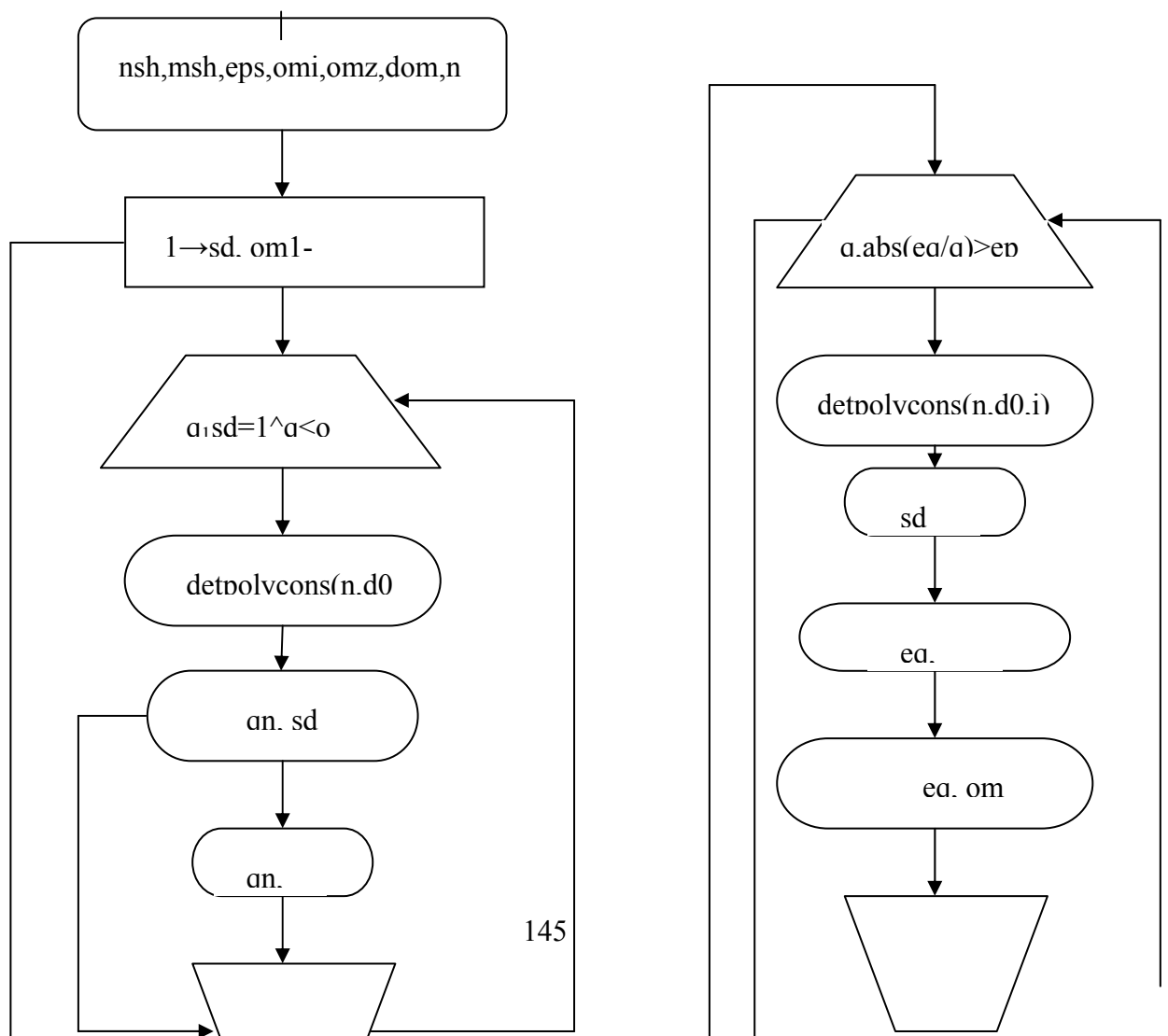
მიღებული შედეგები გადაიზავენება ქვემატრიცაში p_{ij} -ში, რომელიც ნაწილობრივ აფორმირებს p მატრიცას.

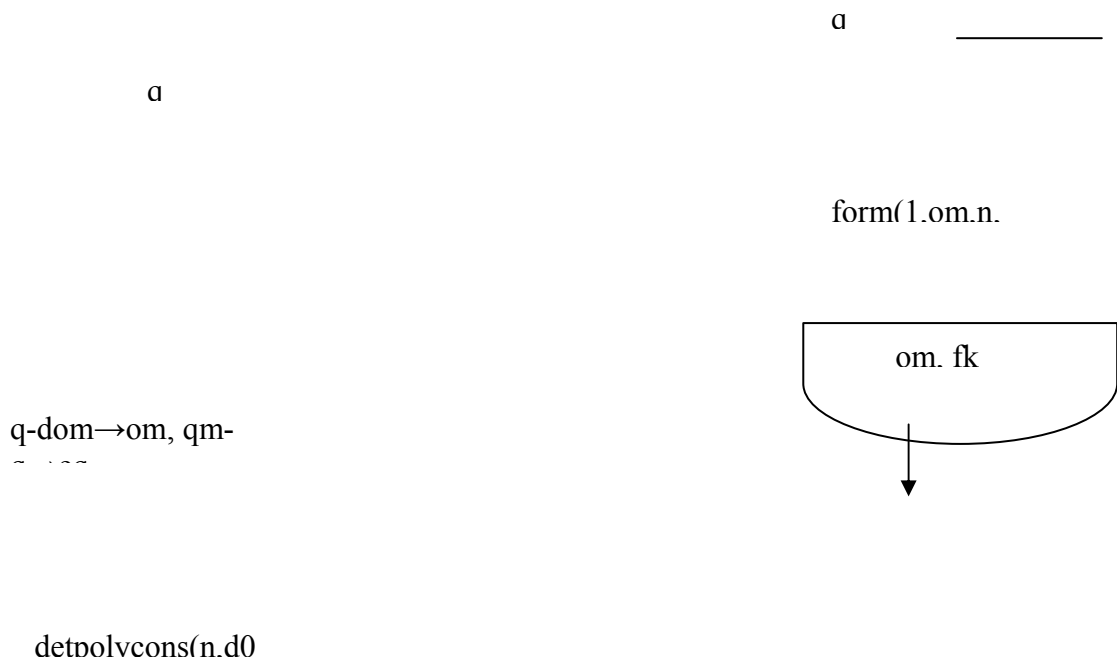
გარსებსა და კონსტრუქციის კვანძებზე შესრულებული სამუშაოს ციკლის დამთავრებით სრულდება P მატრიცის ფორმირება. ამ მატრიცის განსაზღვრა ხდება detop პროცედურის დახმარებით. სამუშაოს detpolycons შედეგი გამოიხატება ორი რიცხვის სახით, რომლებიც განსაზღვრავენ P მატრიცის დეტერმინანტის მნიშვნელობას ფორმულით.

$$|P| = d_x 10^{dp} \quad (4.25)$$

რადგან კონსტრუქციის სიმტკიცის ამოცანებში dp პარამეტრი ჩვეულებრივ წარმოადგენს ერთზე ბევრად დიდ სიდიდეს, ამიტომ განსახილველ ალგორითმებში სამუშაოს შედეგი ნორმალიზდება.

Form პროცედურის ბლოკ-სქემა მოყვანილია ნახაზზე 4.4. აქ შესასვლელში მოცემულია კრიტიკული პარამეტრები q ან om და ჰარმონიკის ნომერი n . იმისთვის, რომ განვსაზღვროთ კონსტრუქციის კრიტიკული ფორმა, აუცილებელია ვიცოდეთ P





ნახ. 4.5

მატრიცა. ეს მატრიცა შეიძლება განსაზღვროთ \detpolycons პროცედურის დახმარებით. მოცემულ შემთხვევაში ეს ორგანიზებულია ვინჩესტერის დახმარებით. შემდეგ რომელიმე კვანძის გადაადგილების ვექტორის ზოგიერთ კომპონენტს უტოლებენ 1-ს და შემოდის გარდაქმნის მატრიცა. იმ შემთხვევაში თუ გარდაქმნის მატრიცის ამონახსნი არ იძლევა დამაკმაყოფილებელ შედეგს, მაშინ ერთიანის მნიშვნელობა მიენიჭება გადაადგილების სხვა კომპონენტს და გადაადგილების პროცესი მეორდება. როგორც სხვა ალგორითმებში ფორმის განსაზღვრა იწყება გარსებიდან, რომლებიც მიერთებულია პირველ შპანგოუტთან. ფორმის აგების პროცესი იწყება გეომეტრიის ინფორმაციის მექანიკური თვისებების და დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის აღმწერი ფუნქციის მნიშვნელობათა გამოძახებით და გარსთან სასაზღვრო გადაადგილების განსაზღვრით.

სასაზღვრო ამოცანის ამონახსნით განისაზღვრება გარსის გადაადგილების ყველა ფუნქცია. ეს ინფორმაცია ჩაიწერება F_k მასივის განსაზღვრულ ადგილში განსახილველი გარსისთვის. მას შემდეგ, რაც ფუნქციები, რომლებიც აღწერენ გარსისებრი ელემენტების გადაადგილებას იქნება განსაზღვრული, განხორციელდება მათი ნორმალიზაცია მაქსიმალურ გადაადგილებასთან შედარებით. ამ სახით შედეგები მოიცემა ალგორითმებში `detpolycons` და `Form`.

$$W_{ijs} = \eta_{ijs}^T A_1(i \text{ B } j), \quad (4.26)$$

სასაზღვრო პირობები:

$$\begin{Bmatrix} y_1(\alpha_i^{ijs}) \\ y_2(\alpha_i^{ijs}) \\ y_3(\alpha_i^{ijs}) \\ y_4(\alpha_i^{ijs}) \end{Bmatrix} = W_{ijs} \begin{Bmatrix} y_1(\alpha_{ijs}^{jis}) \\ y_2(\alpha_{ijs}^{jis}) \\ y_3(\alpha_{ijs}^{jis}) \\ y_4(\alpha_{ijs}^{jis}) \end{Bmatrix} = W_{jis}, \quad (4.27)$$

ალგორითმის სამუშაო buckling შეიძლება აღვწეროთ ბლოკ-სქემით, რომელიც მოცემულია ნახაზზე 4.5. მოცემული საწყისი მონაცემით, რომელიც შედის ალგორითმის ფორმალურ პარამეტრში და მოთავსებულია ვინჩესტერზე. წარმოებს კონსტრუქციის კრიტიკული პარამეტრების ძიება (nm, gm, Fk). ძიება მიმდინარეობს იმ მიმართულებით რომელიც განისაზღვრება I_p პარამეტრის მნიშვნელობით.

როცა $I_p=1$ კრიტიკული დატვირთვის ძიება მიდის ციკლში $n(n^2 \leq n \leq n^3)$ n -ის ყოველი მნიშვნელობისათვის მოიძებნება დატვირთვის პარამეტრის კრიტიკული მნიშვნელობა $q^2 \leq q \leq q^3$ დიაპაზონში `prebusk` და `detpolycons` პროცედურის გამოყენებით. როგორც კი იქნება განსაზღვრული პარამეტრის კრიტიკული მნიშვნელობა. ხდება n -ის ახალ მნიშვნელობაზე გადასვლა. კრიტიკული პარამეტრის მიღებული ყოველი ახალი მნიშვნელობა შეედარება წინამდებარეს და ყველაზე მცირე მათ შორის ტალღების რიცხვის შესატყვის მნიშვნელობით

დამახსოვრება qm , nm პარამეტრებით. ამ სახით, ციკლის სამუშაოს შემდეგ n -ის მიხედვით. qm , nm პარამეტრები განსაზღვრავენ კრიტიკული დატვირთვის პარამეტრთა ყველაზე მცირე კრიტიკულ მნიშვნელობას და ტალღების რიცხვის მასთან შესატყვის მნიშვნელობას nm რგოლურ მიმართულებაში. იმ შემთხვევაში თუ მინიმუმი არ იქნება მიღწეული, ხდება საზღვრების გაფართოება n -ზე (ზედა საზღვარი n^3 იზრდება ერთით) მანამ, სანამ არ იქნება ნაპოვნი ეს მინიმუმი, თუ ის საერთოდ არსებობს მოცემული დატვირთვის პარამეტრის დიაპაზონზე. ამით სამუშაო პირველი მიმართულებით დამთავრებულია. გამოკვლევა მეორე მიმართულებით ($1p=2$) მიდის ციკლში დატვირთვის პარამეტრით (q^1, q^2) დიაპაზონში. q -ს კონკრეტული მნიშვნელობით განისაზღვრება კრიტიკულობამდე დაძაბული მდგომარეობის ფუნქციები (მასივი nif), შემდგომში ყველა n -ისთვის ($n^2 \leq n \leq n^3$) განისაზღვრება ამოხსნადი განტოლების მარტივი დეტერმინანტის მნიშვნელობა, რომელთა დამახსოვრება ხდება მასივებში d_0 და d_2 [$n^2:n^3$] ციკლიდან გამოსვლისას n -ით მასივების d და d_2 ელემენტთა მნიშვნელობა გადაადგილება d_1 და d_3 მასივში. იმავე განზომილებით შეიძლება თვალთვალი, თუ როგორც იცვლება ეს ინფორმაცია დატვირთვის მომდევნო მნიშვნელობებზე. კრიტიკული დატვირთვა განისაზღვრება შედარების დროს p მატრიცის დეტერმინანტის მნიშვნელობის ნიშნის შეცვლით დატვირთვის მეზობელი მნიშვნელობების დროს. როგორც კი წარმოიქმნება ასეთი სიტუაცია, ხდება ამ დატვირთვისა და ჰარმონიის შესატყვისი ნომრის qm და nm პარამეტრებში დამახსოვრება. კრიტიკული დატვირთვების განსაზღვრა ორივე არხზე მიდის ბიჯის მეთოდით, რაც გვაძლევს კრიტიკული დატვირთვების საკმაოდ მიახლოებულ მნიშვნელობას, ამიტომ, როგორც კი დამთავრდება რომელიმე არჩეული არხის სამუშაო, მართვა გადაიცემა შედეგის დასაზუსტებლად ქორდის მეთოდით. ამისთვის

ფორმირდება დატვირთვის პარამეტრების ახალი ზღვრული მნიშვნელობები და ბიჯები, ხოლო ტალღების რიცხვი რგოლურ მიმართულებაში nm -ის ტოლია. დაზუსტების პროცესი, რომლის სქემაც დაწვრილებითაა მოცემული 4.5 ნახაზის შუა ნაწილში. გრძელდება მანამ, სანამ არ იქნება მიღწეული მოცემული ფარდობითი სიზუსტე ϵ_{ps} ალგორითმის.

სამუშაოს ამთავრებს კონსტრუქციის ფორმათა ძიება, რომელიც მიმდინარეობს კრიტიკულ მდგომარეობაში Form პროცედურების მეშვეობით, qm , nm -ისთვის. კონსტრუქციის მდგომარეობის გამოკვლევის ალგორითმის გამოსავალზე შედეგი არის კრიტიკული დატვირთვა q და მისი შესატყვისი ტალღების რიცხვი nm რგოლურ მიმართულებაში და F_k გარსით ელემენტების მდგრადობის დაკარგვის ფორმა.

კონსტრუქციის საკუთარი რხევების განსაზღვრის ალგორითმი ბევრად მარტივია. მის მუშაობას შეიძლება თვალყური ვადევნოთ ბლოკ-სქემით, რომელიც წარმოდგენილია ნახ. 4.6. საწყისი მონაცემით, რომელიც შეყვანილია ფორმალური პარამეტრებით და ვინჩესტერზე იწყება ფორმირება ალგორითმის საწყისი პირობის და ორგანიზდება ციკლი om ($om1$, $om2$) დიაპაზონით. ყოველი რხევისათვის, რომელიც მეზობლისაგან განსხვავდება dom ბიჯით, აიგება ამოსახსნელი განტოლების P მატრიცა და იძებნება მისი $\det polycons$ პროცედურის დახმარებით.

საკუთარი სიხშირის რომელიმე მოცემული ფარდობითი სიზუსტით განსაზღვრისთვის, როგორც კონსტრუქციის მდგრადობის გამოკვლევის ალგორითმში, არსებობს სიზუსტის ბლოკი. სანამ მას მივმართავთ ფორმირება საწყისი მონაცემები და გამოითვლება მათთვის P მატრიცა. სიხშირის უბნები om და eq განსაზღვრული პარამეტრებია, სადაც მოხდა P მატრიცის ნიშნის შეცვლა, იყოფა ქორდის მეთოდით მანამ, სანამ კრიტიკული პარამეტრის om

მნიშვნელობა არ იქნება განსაზღვრული მოცემული ფარდობითი სიზუსტით. საკუთარი სიხშირის დაზუსტების შემდეგ მართვაში გადაეცემა კონსტრუქციაში გარსირებრი ელემენტები, საკუთარი რხევის ფორმის განსაზღვრაზე, რომელიც დატვირთულია ღერძულსიმეტრიული დატვირთვებით რგოლურ მიმართულებაში მოცემული რხევათა რიცხვის დროს. რხევის ფორმა იძებნება Form პროცედურის დახმარებით ნაპოვნი საკუთარი სიხშირით, რგოლურ მიმართულებაში მოცემული ტალღების რიცხვით და დატვირთვის პარამეტრით, რომელიც ერთის ტოლია და აუცილებელია გავითვალისწინოთ ალგორითმთან მუშაობის დროს. პროცედურიდან გამოსვლისას ვიღებთ ω_m -ს საკუთარი სიხშირის მნიშვნელობის და რხევის ფორმას რომელიც განისაზღვრება F_k მასივით.

აუცილებლობის შემთხვევაში ძიების ბლოკის, როგორც ძალთა დატვირთვის კრიტიკული მნიშვნელობების, ასევე საკუთარი სიხშირის მნიშვნელობების შეცვლა ადვილია ალგორითმის MATLAB 6.5 -ის დახმარებით ჩაწერის გამო.

4.5. კონსტრუქციის ელემენტების დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა

ზემოთმოყვანილი პროცედურები არ გვაძლევენ სრულ ინფორმაციას მთლიანი კონსტრუქციის, მისი ცალკეული ელემენტების დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის შესახებ. კონსტრუქციის ცალკეული ელემენტების კვლევისათვის შედგენილია nonlinear deFormation და Linear deFormation პროცედურები. მიღებული გამოსახულებების თანახმად ეს შედეგები ადგენენ სასაზღვრო პირობებს სასაზღვრო ამოცანებისათვის გარსირებრი ელემენტების ანალიზის დროს. ამ თანაფარდობების გათვალისწინებით გარსირებრი ელემენტების გამოკვლევას საფუძვლად უდევს სასაზღვრო ამოცანის ამოხსნის რიცხვითი მეთოდი,

განზოგადებისთვის მოსახერხებელია ერთ ალგორითმში მოვათავსოთ გეომეტრიული არაწრფივი ამოცანის ანალიზი ლერძულსიმეტრიული დატვირთვის დროს და წრფივი ამოცანა ჰარმონიკისთვის ნულისგან განსხვავებული ნომრებით. წრფივი ამოცანის ამოხსნისთვის გამოიყენება ნიუტონ-კანტოროვიჩის მეთოდი. მიახლოების პროცესი მთავრდება მაშინ როცა მიღწეულია eps ფარდობითი სიზუსტე ან nl მიახლოების მოცემული მაქსიმალური რიცხვი. ამასთან ალგორითმში პირველ მიახლოებაზე გამოიყენება ბოლო იტერაციის Nonlinear deFormation ფუნქციის მიღებული მნიშვნელობები Q_1 , Q_2 , T_{11} , T_{22} , S . ალგორითმის სამუშაოს შედეგით განისაზღვრება (I-I)-ის ყველა ფუნქცია რომელიც ეხება გარსებს. ამ ფუნქციებს აქვთ კონკრეტული ინფორმაცია გარსის ყოფაქცევაზე, რომელიც შეიძლება იყოს გამოყენებული შემდგომ გამოკვლევებში და რგოლების სიმკვრივის ანალიზისთვის, რადგან სასაზღვრო ფუნქციების მნიშვნელობები გამოიყენება საწყისი მონაცემების სახით:

კონსტრუქციის კვანძთა გამოკვლევების დროს ძირითად საწყის მონაცემებად ითვლება სამუშაოები Nonlinear deFormation ან linear deFormation და ფუნქციის სასაზღვრო მნიშვნელობები, რომლითაც ვსაზღვრავთ ძალთა ზუსტ მნიშვნელობებს, რომელიც მოდის რგოლზე შიდა ძალებს და დეფორმაციებს.

გარსისებრი ელემენტების სიმტკიცის ალგორითმის ანალიზი მოცემულია sleell element პროცედურის სახით, რომელიც განკუთვნილია განსაზღვრული ჰარმონიკის n-ური ზედაპირის მოქმედების ქვეშ მყოფი, დაძაბულ-დეფორმაციული გარსის მდგომარეობის განმსაზღვრელი ფუნქციის განსაზღვრისათვის ან სასაზღვრო დატვირთვისათვის, რომლებიც გაშლილია ფურიეს მწკრივად, ტრიგონომეტრიული ფუნქციებით ანალიზი მიმდინარეობს განსაზღვრული სასაზღვრო პირობებით, რომლებიც შეიძლება მოცემული იყოს n ჰარმონიკის ამპლიტუდებით, როგორც

გადაადგილებები ისე ძალები. როცა $n=0$, $n_1>0$, სადაც n_1 არის იტერაციის რიცხვი, ამოიხსნება არაწრფივი გეომეტრიული ამოცანა, ამ პარამეტრთა სხვა მნიშვნელობებისათვის განიხილება წრფივი ამოცანა. ამოხსნის პროცესში საჭიროა ფარდობითი სიზუსტის მიღწევა. დატვირთვის ჰარმონიკები, სიხისტის პარამეტრები და სასაზღვრო გადაადგილებები მოცემულია $xx, xy, xz, xh, hh, xn, yx, zh, gm, fk$ მასივებით და მნიშვნელობით ემთხვევა მხოლოდ იმ ნაწილში, რომელიც მიეკუთვნება ცალკეული გარსს და განსაზღვრულ ჰარმონიკს, ანუ ამ მასივების საზღვრების ფარგლები განისაზღვრება gm მასივის ელემენტებით.

$$\begin{aligned} mx &= gm [27], & mg &= gm [28]. \\ mz &= gm [29], & mh &= gm [30]. \end{aligned} \tag{4.28}$$

$mf[1:5.1+gm[i]]$ მასივში რომელშიც ჩაიწერება ფუნქციის მნიშვნელობები $Q_1, \theta_2, T_{11}, T_{22}, S$ ალგორითმში შესვლისას და იტერაციის ყოველ ბიჯზე მოიცემა მხოლოდ არაწრფივი ამოცანის ამონახსნი. კომბინაციაში Nonlinear defor mafion მასივში ჩაიწერება ამ ფუნქციების მნიშვნელობები იტერაციის ბოლო ბიჯზე, კონსტრუქციის კვანძთა გადაადგილებების განსაზღვრის დროს.

მასივები bn, bc [1:8]-სასაზღვრო პირობების ფორმირების სვეტებია. bn, bc მასივები პირველი ოთხი ელემენტი მიეკუთვნება $gm[3]$ საწყისი კოორდინანტის საზღვარს, დანარჩენები კი მიეკუთვნება $gm[4]$. ამასთან ელემენტები bn მასივის მეოთხედებში, რომელიც ფორმირდება მთელი რიცხვით, განლაგებულია ზრდიანობის მიხედვით, ხოლო bc მასივის ელემენტები იღებენ შესაბამისი ფუნქციის მნიშვნელობას. მთელი რიცხვების სასაზღვრო ფუნქციებთან თანაფარდობა წარმოდგენილია ასე

$$\begin{aligned} Y\Pi1, \quad \Omega\Pi2, \quad \theta_1\Pi3, \quad V\Pi4, \\ T_{11}\Pi5, \quad Q_{11} \overset{n}{\underset{A_2}{\curvearrowright}} H \rightarrow 6, \quad M_{11}\Pi7, \quad S+2k_2H\Pi8. \end{aligned} \tag{4.29}$$

კონსტრუქციის გარსისებრი ელემენტების ანალიზის დროს სასაზღვრო პირობები (მასივები bn, bc) ფორმირდება ალგორითმის შედეგში shell element პროცედურიდან გამოსვლისას მასივში ys[0:m, 1:8] (m=gm[i]) იქნება Y, Ω, θ, V, T₁, ძირითადი ფუნქციების n-ური ჰარმონიკის ამპლიტუდის მნიშვნელობები, $\theta_{11} \pm \frac{n}{A_2} H, M_{11}, S+2k_2 H$ ორთოგონალიზაციის წერტილებში F [1:6,0:m] მასივი შეიცავს T₂₂, M₂₂, θ₁₁, Q₂₂, S, H ფუნქციების მნიშვნელობებს, ხოლო diF 1:6, 0:m მასივი შეიცავს E₁₁, E₂₂, K₁₁, K₂₂, E₁₂, K₁₂ დეფორმაციის მნიშვნელობას. პარამეტრი rep წრფივი ანალიზის დროს მიიღებს true მნიშვნელობას, ხოლო არა წრფივის დროს ჭეშმარიტ მნიშვნელობას მხოლოდ მაშინ მიიღებს, როცა არ შეირჩევა ფარდობითი სიზუსტე.

ფუნქციის ჰარმონიკის ამპლიტუდის განსაზღვრული ალგორითმები, რომლებიც განსაზღვრავენ რგოლის დაძაბულ-დეფორმირებულ მდგომარეობას რეალიზებული პროცედურის სახით ring element. საწყის მონაცემად ითვლება sin, nk პარამეტრები და ng[1:nk] მასივები და gn[1:10]. sig პროცედურის მნიშვნელობაზე დამოკიდებულებით პროცედურამ შეიძლება სხვადასხვანაირად იმუშაოს.

როცა sig=1 ითვლება, რომ ყველა ცნობილ რგოლზე მოქმედი ძალები რომლებიც არის განმსაზღვრელი ყველა შიდა ფაქტორებისა წარმოებს გადაადგილების განსაზღვრის ხარჯზე. თუ ცნობილია რგოლის გადაადგილებები, sig=2 და ფუნქციები, განმსაზღვრელი დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა, განისაზღვრება მოქმედი ძალების დაზუსტებით (ამ შემთხვევაში პროცედურაში შესვლისთვის საჭიროა მხოლოდ mx და mr მნიშვნელობის განსაზღვრა). პარამეტრი nk და მასივი ng განსაზღვრავენ ჰარმონიკის რიცხვის და მათ შესატყვის მნიშვნელობებს, რომელთათვისაც ტარდება ანალიზი, მხოლოდ არაწრფივი ამოცანის დერძულსიმეტრიული დატვირთვის ამოხსნის დროს (nk=1, ng[i]=0) hl მოცემულია 0-ისაგან

განსხვავებული რიცხვით. რგოლის გეომეტრიული და მექანიკური პარამეტრები მოცემულია gm მართვით პროცედურის საწყის მონაცემებს მიეკუთვნება ასევე მასივები $w[1:4, 1:nk]$ და $F[1:6; 1:nk]$, რომლებიც შეიცავს რგოლის გადაადგილებისა და ძალის ჰარმონიკის ამპლიტუდის მნიშვნელობებს მასზე მოქმედებენ ძალები ან ნული, sig პარამეტრის მნიშვნელობის მიხედვით.

კონსტრუქციის კვანძთა სიმტკიცის ანალიზის დროს $sig=2$ ერთად W მასივები ელემენტების განსაზღვრა წარმოებს F_k მასივის შესატყვისი ელემენტების ხარჯზე, კონსტრუქციის კვანძთა გადაადგილების განმსაზღვრელი რომელიმე პროცედურის შედეგით. ამის გარდა გარსისებრ ელემენტთა წინამდებარე ანალიზით განისაზღვრება M_x და M_r შიგა მომენტების მნიშვნელობები პროცედურის შედეგით. როცა $Sig=2$ ზუსტდება ძალები, რომლებიც მოქმედებს რგოლზე, როცა $Sig=1$ განისაზღვრება რგოლის გადაადგილებები, რომელთა მნიშვნელობებიც ჩაიწერება W მასივებში.

Sig პარამეტრის მნიშვნელობისაგან დამოუკიდებლად პროცედურის შედეგით განსაზღვრული იქნება $X_x, X_r, \varepsilon, X, M_x, M_r, T, M, Q_x, \theta_r$, ფუნქციის ჰარმონიკის ამპლიტუდის მნიშვნელობები, რომლებიც ფორმირდება dF მასივში, $mF[1:4, 1:nk]$ და $gn[1:2, 1:nk]$ თანაფარდობით.

Shell element და Sing element პროცედურები იმდენად მარტივია, რომ არ არის მოყვანილი ბლოკ-სქემა. ალგორითმის მუშაობას შეიძლება თვალყური გავადევნოთ ტექსტის მიხედვით.

4.6. კონსტრუქციის ცალკეული ელემენტების დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის სიმტკიცის ანალიზის პროგრამები

კონსტრუქციის ელემენტების დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის ფუნქციის განმსაზღვრელი პროგრამები შედგენილია მათემატიკური უზრუნველყოფის პროცედურების მთლიანი კრებულის ან მისი ნაწილის გამოყენებით, რომლებიც გამოიყენება მომდევნო

პროგრამებში და სამ დამატებით ალგორითმში deFequorto, და ring element.

გარსების ელემენტების დაძაბულ-დეფორმირებული მდგრადობის გამოკვლევის პროგრამებში ლოგიკა შედგენილია კონსტრუქციის გადაადგილების განსაზღვრის ალგორითმებით, ამოსხნადი განტოლების მაგალითის მიხედვით. ანუ ჯერ განიხილება გარსები, პირველ შპანგოუტთან საწყისი კოორდინატის კოდით შეერთებული, შემდეგ ისინი, როლებიც მიერთებულია მეორესთან და ა.შ. ასეთი მიდგომა განპირობებულია საწყისი ინფორმაციის განლაგებით და ალგორითმების მუშაობის შედეგით linear deFequorto ან Nonlinear deFequorto.

ცალკეული გარსების შეერთების გამოკვლევა იწყება მატრიცების ნაწილების განსაზღვრით. η_{ijs} და η_{jis} ინფორმაციის ამორჩევა კოორდინანტულ წერტილებზე სადაც მოცემულია დატვირთვები q_1 , q_2 და q_z და გარსის სისქე და ამ წერტილებში სისქის მნიშვნელობა. ეს ამორჩეული ინფორმაცია ჩაიწერება მასივში

$$\begin{aligned} &xx [1:mx], xy[1:my], z[1:mz], \\ &xh, hh[1:mh] \end{aligned} \tag{4.30}$$

სადაც mx , my , mz , mh განისაზღვრებიან gm მასივის ელემენტებით, რომლებიც ფორმირებულია საერთო მარაგიდან ყველა გარსისთვის (3.13, 3.14.). იმ შემთხვევაში თუ განიხილება გეომეტრიული არაწრფივი ამოცანა გამოიძახება მასივი

$$nof [1:5, 1:ni). \tag{4.31}$$

O_1 , O_2 , T_{11} , T_{22} და S მნიშვნელობის განსაზღვრისათვის ორთოგონალიზაციის წერტილებში გარსის მერიდიანზე.

საწყისი მონაცემები გარსებზე და მასივი gm არ იცვლებიან ერთი ჰარმონიკიდან სხვა ჰარმონიკამდე, ამიტომ ისინი გამოყოფილია ბლოკების წინ ჰარმონიკებად. ციკლი ჰარმონიკებზე იწყება ვინჩესტერიდან ინფორმაციის გამოძახებით ზედაპირული

დატვირთვის კომპონენტებზე და ტორსული კვანძების გადაადგილებაზე Δ_i და Δ_j –განსახილველი გარსის კიდეზე.

$$\begin{aligned} & \text{ეს ინფორმაცია ჩაიწერება მასივში } xnk[1:hx], yhk[1:my], >hk[1:mz] \\ & b_1[1:4], b_2[1:4]. \end{aligned} \quad (4.32)$$

η_{ijs} , η_{jis} განსაზღვრამდე, რომლის ზოგიერთი ელემენტები დამოკიდებულია ჰარმონიკის ნომერზე, ფორმირდება სასაზღვრო პირობები, რომლებიც ჩაიწერება bn და bc მასივებში: როგორც კი იქნება განსაზღვრული სასაზღვრო პირობები, მუშაობას იწყებს shell element პროცედურა, რომლის საფუძველში ჩადებულია სასაზღვრო ამოცანის რიცხვითი ამოხსნა დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობისას.

$$\begin{aligned} & U, W, \theta_1, V, T_{11}, Q_{11+n}/A_2 H_1 M_{11}, S+2K_2 H, T_{22}, M_{22}, \\ & Q_{11}, Q_{22}, S, H, E_{11}, E_{22}, K_{11}, K_{22}, E_{12}, K_{12}, \end{aligned} \quad (4.33)$$

იგი გამოიყენება ყველა ჰარმონიკაზე საერთო ამონახსნის შეკრების განსაზღვრის დროს და აზუსტებს დატვირთვებს, რომლებიც მოქმედებენ კონსტრუქციის კვანძებზე. მოცემული სიზუსტის მიღწევის შემდეგ ხდება მიღებული შედეგების შეჯამება ზოგადი ამონახსნის სახით, ზედაპირის ცალკეულ წერტილებზე (α_1 , α_2). ამასთან გამოიყენება გაცვლა ვინჩესტერის ინფორმაციასთან. ამ ბლოკით მთავრდება გამოყოფილი ჰარმონიკის განხილვა და ხდება გადასვლა ახალ ჰარმონიკაზე. ციკლი ჰარმონიკებზე მთავრდება ადრე ამოხსნის კრებადობის მიხედვით. ამით გარსის სიმტკიცის ანალიზი პროგრამის მოცემული რედაქციით მთავრდება.

აქ შეიძლება დამატებითი ბლოკების შემოტანა. კერძოდ შედეგის მონაცემის ბლოკის. ძაბვის განმსაზღვრელი ბლოკის, სიმტკიცის მარაგის კოეფიციენტის ბლოკის და ა. შ.

ზემოთაღწერილი სქემის მიხედვით ყველა დარჩენილი გარსების ელემენტის აღწერით მთავრდება გარსების ელემენტების დაძაბულ-დეფორმაციული მდგომარეობის ანალიზის პროგრამების მუშაობა.

კონსტრუქციის კვანძების ანალიზის პროგრამაში გამოიყენება მხოლოდ სამი პროცედურა `crout`, `scalar` და `rihg element`, ბოლო მათ შორის განკუთვნილია როგორც დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის ფუნქციის ჰარმონიკის ამპლიტუდის განსაზღვრისთვის. კონსტრუქციის კვანძებთან დაკავშირებული ინფორმაციის ამორჩევის შემდეგ, ხდება გადასვლა კონკრეტული რგოლების ანალიზზე, რომელიც იწყება პირველიდან. ინფორმაცია რომელიც ეხება მხოლოდ განსახილველ რგოლს, ამორჩევა და ჩაიწერება მასივში `W[1:4, 1:hk]`, `gn[1:10]`, `Fh[1:6, 1:hk]`.

ამ ინფორმაციის გამოყენებით და `gn[1:hk]`-ს მნიშვნელობით, პროცედურა `rihg element` განსაზღვრავს ფუნქციის ჰარმონიკის ამპლიტუდებს.

$$X_x, X_p, \varepsilon, X, M_x, M_r, T, M, Q_x, Q_r, \quad (4.34)$$

რომლებიც შემდეგ გამოიყენება ამ ფუნქციის მნიშვნელობების განსაზღვრის დროს, ინტერვალის კონკრეტულ წერტილებში α_2 (`psi1`, `psi2`, `npsi`). ფუნქციის მნიშვნელობები რგოლური კოორდინატის წერტილებში შეიძლება დაიბეჭდოს და იყოს გამოყენებული როგორც კვეთის ცალკეულ წერტილში ძაბვის განსაზღვრისთვის და ა. შ. ამ პროგრამის მოცემულ რედაქციაში ასეთი ბლოკები არსებობს. გამოყოფილი რგოლის გამოკვლევის პროცესი ამით მთავრდება და ხდება გადასვლა კონსტრუქციის მომდევნო კვანძის ანალიზზე. როგორც კი იქნება განსაზღვრული ფუნქციები ბოლო რგოლისთვის, კონსტრუქციის კვანძების სიმტკიცის ანალიზის პროგრამა ამთავრებს თავის მუშაობას.

მოცემული პროგრამებიდან ნებისმიერი შეიძლება შეიცვალოს, გაჩნდეს დამატებითი ბლოკები, ასეთი დიდი დროის დანახარჯით, რაც მარტივადაა შესაძლებელი საპროგრამო ენა `MATLAB. 6.5`-ის გამოყენებით.

4.7. მეოთხე თავის დასკვნები

1. შექმნილია მანქანა-დანადგარების კორპუსების ანალიზისათვის პროგრამები: საწყისი ინფორმაციის დამუსავებისა და დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის.

2. მოცემულია მანქანა-დანადგარების კორპუსების, ანუ შედგენილ კონსტრუქციაზე ინფორმაცია, რომელიც საჭიროა სტატიკურ სიმტკიცეზე კვლევისათვის. ეს ინფორმაცია საწყისი მონაცემების დამუშავების პროგრამების დახმარებით დაიყვანება სტანდარტულ სახეებამდე, რომელიც გამოიყენება მოცემულ ალგორითმში.

3. განხილულია გაანგარიშების მაგალითები და გაკეთებულია მიღებული შედეგების ანალიზი.

ძირითადი დასკვნები

ჩატარებული კვლევათა შედეგები საშუალებას იძლევა გავაკეთოთ შემდეგი დასკვნები:

1. გაანალიზებულია ბზარიანი ფირფიტები ბრტყელი დაძაბული მდგომარეობისას.
2. გაანალიზებულია ფირფიტის დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობა სასაზღვრო ბზარის, სხვადასხვა კონფიგურაციის შიგა ბზარებზე, სასაზღვრო ამონაჭერზე, ხვრელებით და ჭრილებით.
3. განხილულია ერთგვაროვანი ფირფიტები მაქსიმალური ხანგამძლეობით. მიღებულია ფირფიტის ხანგამძლეობის ოპტიმიზაცია მოცემული ციკლური დატვირთვით მუშაობისას

და ერთჯერადი გადატვირთვისას. დასაბუთებულია მიღებული შედეგების გამოყენების გზები დაპროექტებაში.

4. პირველად მიღებულია ახალი მიდგომა მრავალშრიანი ფირფიტის ოპტიმალური დაპროექტებისათვის.
5. შექმნილია მანქანა-დანადგარების კორპუსების დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის საწყისი ინფორმაციის დამუშავების პროგრამები.
6. მოცემულია მანქანა-დანადგარების კორპუსების ანუ შედგენილ კონსტრუქციაზე ინფორმაცია, რომელიც საჭიროა სტატიკურ სიმტკიცეზე კვლევისათვის. ეს ინფორმაცია საწყისი მონაცემების დამუშავების პროგრამების დახმარებით დაიყვანება სტანდარტულ სახეებამდე, რომელიც გამოიყენება მოცემულ ალგორითმში.
7. განხილულია გაანგარიშების მაგალითები და გაკეთებულია მიღებული შედეგების ანალიზი.

ლიტერატურა

1. ლაღუნდარიძე გ., ხართიშვილი ი., ბალავაძე ვ., „რთული კონსტრუქციების დაძაბულ-დეფორმირებული მდგომარეობის გაანგარიშების ავტომატიზაციის სისტემა“. რესპუბლიკური ღია სამეცნიერო კონფერენცია „მშენებლობა და ოცდამეერთე საუკუნე“. მოხსენებათა თეზისები. 24-25 მაისი, თბილისი, 2005წ. 71-72 გვ.
2. ლაღუნდარიძე გ., ბალავაძე ვ. და სხვ. „მრავლადბმული კონსტრუქციების საანგარიშო მეთოდის ფორმულირება“. რესპუბლიკური ღია სამეცნიერო კონფერენცია „მშენებლობა და ოცდამეერთე საუკუნე“. მოხსენებათა თეზისები. 24-25 მაისი, თბილისი, 2005წ. 81-82 გვ.
3. კომახიძე ი., კაჭკაჭიშვილი ნ., გარდაფხაძე მ. თერმოდრეკადობის ამოცანის ამოხსნის მეთოდები ფირფიტისათვის // მეცნიერება და ტექნოლოგიები №1-3. თბილისი, მეცნიერება. 2003. გვ.30-32.
4. თოდუა მ., კაჭკაჭიშვილი ნ., შიოშვილი ი. სიხისტის მატრიცის გაანგარიშება. კონსტრუქციის დაპროექტების ოპტიმიზაციის ვარიანტი //მეცნიერება და ტექნოლოგიები №4-6 თბილისი, მეცნიერება 2002, გვ. 53-55.
5. ბლიაძე ს., კაჭკაჭიშვილი ნ. სამკუთხა სასრული ელემენტის სიხისტის მატრიცის შედგენა განივი ძვრის გათვალისწინებით // საქართველოს საავტომობილო-საგზაო ინსტიტუტის შრომების კრებული №2, თბილისი 2005, გვ. 138-141.
6. კაჭკაჭიშვილი ნ, ყიფიანი გ, მაღრაძე თ. კომპოზიციური მასალების დაპროექტება რღვევის მექანიკის საფუძველზე რთული კონსტრუქციების შესაქმნელად. სამეცნიერო-ტექნიკური ჟურნალი „მშენებლობა“, №2, 2006. გვ. 30-34.

7. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных оболочек. 1961, М., Физматгиз. с.31-34.
8. Бичиашвили Д. В. Жестостные характеристики ортотропной осесимметричной оболочки средней толщины // Изв. ВУЗ: Строительство и архитектура, №1, 1979. с. 41-45.
9. Бичиашвили Д. В. Осесимметричная задача определения нормальных напряжений в анизотропных оболочках средней толщины / / Сообщ. АН. ГССР, т. 98, №3 1980.
10. Бичиашвили Д. В. Расчет конструктивно ортотропных оболочек методом начальных параметров / / Изв. ВЗУ : Строительство и архитектура, №1, 1984. с. 40-44.
11. Биркган А. Ю., Больмир А. С. Исследование динамической устойчивости пластинок с помощью ЭЦВМ. ДАН СССР, 1960, вып. 135, №5
12. Вайнберг Д. В. Машинная математика в теории сооружений. В сб. «Применение ЭЦВМ УИ Всесоюзной коэф. по теории оболочек и пластинок. 1966», 1966, М., «Наука».
13. Валишвили Н. В. Неосесимметричное деформирование и устойчивость пологих оболочек вращения. В сб. «Теория пластин и оболочек». 1971, изд. «Наука», М.
14. Валишвили Н. В. Об одном алгоритме решения нелинейных краевых задач. ПММ, 1968, т. 32, №6.
15. Валишвили Н. В. Об устойчивости пологих сферических оболочек. Труды УП Всесоюзн. конф. по теории оболочек и пластинок. 1970, изд. «Наука».
16. Варвак П. М. Развитие и приложение метода сеток к расчету пластинок. Некоторые задачи прикладной теории упругости в конечных разностях, ч. I и 2. Киев, Изд.-во АН СССР, 1949, 1952.
17. Власов В. З. Общая теория оболочек и её приложение в технике. 1949, Гостехиздат, М.
18. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. 1967, Физматгиз. М.

19. Вольмир А. С. Биркган А. Ю. Применение цифровых электронных машин для решения некоторых задач теории гибких пластин. Юбилейный сборник трудов ВВ и А им. Жуковского, 1957, т. I, ВВ и А.
20. Вольмир А. С. Биркган А. Ю. Применение ЭЦВМ для решения задач теории пластинок и оболочек. В сб. «ЭЦВМ в строительной механике», 1966, Л. – М. Стройиздат
21. Геккелер И. Статистика упругого тела. 1934, ОНТИ.
22. Гольденвейзер А. Л. Теория упругих тонких оболочек. 1953, Гостехиздат, М.
23. Годунов С. К. О численном решении краевых задач для систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений. Успехи математических наук, 1961, т. ЧУІ выш. 3(99).
24. Годунов С.К., Рябенский В. С. Введение в теорию разностных схем. 1962, Физматгиз, М.
25. Гонтаровский П. П., Миткевич В. М. Расчёт оболочек вращения с разветвленным меридианом на осесимметричную нагрузку. Динамика и прочность машин. Респ. темат. науч. техн. сб. 1972, вып. 16.
26. Григолюк Э. И. Кабанов В. В. Устойчивость круговых цилиндрических оболочек. Ежегодник «Итоги науки. Механика твердых деформируемых тел. 1967», 1969, ВИНТИ, М.
27. Григолюк Э. И. Мальцев В. П., Мяченков В. И., Фролов А. Н. Об одном методе решения задач устойчивости и колебаний оболочек вращения. Изв. АН. СССРю МТТ, 1971, №1
28. Григоренко Я. М. Изотропные и анизотропные слоистые оболочки вращения переменной жесткости. 1973. Изд-во «Наукова думка». Киев.
29. Григорьев И. В. Теорические основы анализа неосесимметричного напряженно-деформируемого состояния многосвязных конструкций. Выш. 12», Б. м. , 1975.

30. Григорьев И. В. Формулировка задачи устойчивости для многосвязной оболочечной конструкции. В сб. «Некоторые вопросы прочности конструкций. Вып. 12», 1975, Б. м.
31. Григорьев И. В., Ерофеев М. Б., Матвеев В.В., Родителов К. А., Спицына М. Ф., Теренин С. И. Методы расчёта и проектирования силовых узлов и отсеков конструкций. Прочность конструкций. Том 4, книга 2, 1973, Б. м.
32. Григорьев И. В., Кошелева Т. И. Устойчивость торидальной оболочки при соврестном действии внешнего давления и радиального усилия. В сб. «Прикладные проблемы прочности и пластичности», 1975, вып. 2, изд-во ГТУ, Горький.
33. Григорьев И. В., Мяченков В. И. Колебания многосвязных конструкций. В сб. «Прикладные проблемы прочности и пластичности», 1975, вып. изд-во ГТУ, Горький.
34. Григорьев И. В., Мяченков В. И. Устойчивость многосвязных (многоконтурных) конструкций. Труды X Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин, 1975, Тбилиси, «Мецниереба».
35. Григорьев И. В., Мяченков В. И., Фролов А. Н. Методические основы алгоритмом расчёта на прочность. Прочность конструкций. Том 13, книга I, 1973, Б. м.
36. Григорьев И. В., Твердый Ю. В., Фролов А. Н. Напряженно-деформированное состояние многосвязных оболочечных конструкций.
37. Гудушаури И.И. Теория упругости в обыкновенных дифференциальных уравнениях. Тбилиси «Мецниереба», 1990, 447с.
38. Длугач М. И. Расчётная модель метода сеток. Прикл. механика, 1962, т. 3, изд-во АН УССР.
39. Другач М. И., Шинкарь А. И. Применение ЭВМ к расчёту прямоугольных областей и оболочек с отверстиями. В сб. «Теория пластин и оболочек». 1962, изд-во АН УССР.

40. Егоров М. И., Корягин В. С., Федоров В. И., Коротихин В. П. Расчёт осесимметричного напряженного состояния разветвленных составных оболочек вращения. Проблемы прочности, 1974, №5.
41. Кармишин А. В., Лясковец В. А., Мячников В. И., Флоров А. Н., Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций. «Машиностроение», 1975.
42. Кипиани Г. О, Качкачишвили Н.О. Напряженно-деформированное состояние прямоугольных пластинок, подкрепленных ребрами. // Тбилиси, интеллектуаль, № 2, 2006, с. 70-74
43. Кипиани Г. О. и др. Некоторые задачи геометрически нелинейного деформирования пологих оболочек с разрывами параметрами. Тбилиси 1993, 139 с.
44. Кильчевский Н. А. Основы аналитической механики оболочек, 1963, изд-во АН УССР, Киев.
45. Коллатц П. Численные методы решения дифференциальных уравнений. 1953, ИЛ М.
46. Корнишин М. С., Касимов Л. А. Об одном способе решения систем нелинейных конечно-разностных уравнений изгиба пластин. Труды конференции по теории пластин и оболочек, 1960, 1961, Казан.
47. Лурье А. И. Статика тонкостенных упругих оболочек, 1947, Гостехиздат, М. – Л.
48. Лясковец В. А., Мячников В. И., Фролов А. Н. Численное решение кривых задач для составных оболочечных конструкций. 1973, Б. м.
49. Мальцев В. Л., Мячников В. И. Пакет программ расчёта на ЕС ЭВМ многосвязных подкреплённых оболочечных конструкций. Тезисы докладов VI Всесоюзного семинара по комплексам программ математической физики. г. Новосибирск, 1979.
50. Медведев В. И., Мячников В. И. Несимметричные колебания оболочек вращения. Изд. АН СССР, МТТ, 1971, №2.

51. Михлин С. Г., Смолицкий Х. Л. Приближенные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. 1965, «Наука», М.
52. Мяченков В. И. Исследование статической устойчивости деформированного состояния оболочек вращения. Диссертация на соискание учёной степени доктора технических наук. 1968.
53. Мяченков В. И., Репин А. А. Влияние граничных условий на собственные частоты колебаний цилиндрических оболочек. Прикладная механика, 1971, т. 7, вып. 6.
54. Мяченков В. И., Репин А. А. Несимметричные колебания оболочек вращения. Алгоритмы расчёта на прочность. 1970, вып. 3, Б. м.
55. Мяченков В. И., Супонев Ю. Л. Устойчивость многосвязных оболочечных конструкций из нелинейно-упругого материала. В сб. «Прикладные проблемы прочности и пластичности», 1977, вып. 7, изд-во ГГУ, Горький.
56. Новожилов В.В. Основы нелинейной теории упругости. 1984, Гостехиздат, М.Л.
57. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. 1962, Л., изд-во „Судостроение“.
58. Ониашвили О.Д. Некоторые динамические задачи теории оболочек. 1957, М., изд-во АН СССР.
59. Ониашвили О.Д. Расчёт оболочек и других тонкостенных пространственных конструкций. В сб. „Строительная механика в СССР. 1917-1967“, . 1969, Стройиздат, М.
60. Павлова Т.А. , Фролов А.Н. , Ходцева Т.И. Прочность, устойчивость и колебания составных ортотропных конструкций при осесимметричном нагружении. Алгоритмы расчёта на прочность. Вып. 18, 1972, Б.м.
61. Пахамова Л.А., Санников В.М., Фролов А.Н. Устойчивость составных оболочек вращения из нелинейно-упругого материала. Алгоритмы расчёта на прочность. Вып. 13, 1972, Б.м.
62. Пахамова Л.А., Фролов А.Н. Нелинейная симметричная деформация

- составных оболочек вращения. Алгоритмы расчёта на прочность. Вып. 12, 1972, Б.м.
63. Рабинович И.М. Применение методы конечных разностей к исследованию неразрезных балок, 1921, Изд. ВТК НКПС.
64. Саносне Дж. Обыкновенные дифференциальные уравнения. 1954, т. I, II, ИЛ, М.
65. Смирнов И.В. Метод прогонки для расчёта конструкций, состоящих из оболочек. В кн. „Теория пластин и оболочек,, , 1971, М., „Наука,,.
66. Смирнов А.Ф. Применение ЭЦВМ в строительная механика В сб. „Стрительная механика в СССР 1917-1967,, , 1969, Стройиздат, М.
67. Толко В.А. , Шурин В.А. Модифицированный метод подконструкций и его алгоритмизация. В сб. „Прикладные проблемы прочности и пластичности,, , 1979, выш, 10, изд-во ГГУ, Горький.
68. Феодосьев В.И. Об одном способе решения нелинейных задач устойчивости деформируемых систем. ПММ, 1963, т. 27, выш. 2.
69. Чувиковский В.С., Палий О.М., Спиро В.Е. Оболочки судовых конструкций. 1966, Судостроение.
70. Шаповало Л.А. Об одном простейшем варианте уравнений геометрически нелинейной теории тонких оболочек. Инж. журнал, МТТ, 1968, №1.
71. Adelman H.M., Catherines D.S. and Walton W.C. Accuracy of Modal Stress Calculations by Finite Element Method. _AJAA Jonrnal, 1970, vol.8, no. 3.
72. Adelman H.M., Catherines D.S. and Walton W.C. A Method for Computation of Vibration Modes and Frequencies of Orthotropis Thin Shells of Revolution Having General Meridional Curvature. NAASA, TN-D-4972, Jan., 1969.
73. Almroth B.O. and Bushnell D. Computer Analysis of Various Shells of Revolution.-ALAA Journal, 1968, vol. 6,No.10.
74. Almroth B.O., Bushnell D. and Sobel Z.H. Buckling of Shells of Revolution with Various wall Constructions. Vol. 1, Numerical Results, NASA CR-1049; Vol. 2, Basic Equations, NASA CR-1050; Vol. 3, User s Manual for BOSOR, NASA CR-1051, 1968.

75. Anderson M., Fulton R.E., Walter L.H. and Walz F.E. Stress, Buckling and Vibration Analysis of Shells of Revolution Press. at Conf. on Computer Orient. Anal., of Shell Struct., Aug. 10-14, 1970, Palo Alto, Calif.
76. Argyris F.H. Continua and Discontinua. Matrix Methods in Structural Mechanics. Proc. of the Conference held at Wright-Patterson Air Force Base. Ohio 26-28, October 1965, Ohio, 1966, p. 11-189, ill. Bibl. 36 NN (Air Force flight Dynamic Lab, AFFDL-TR-66-80).
77. Argyris J.M. Matrix Displacement Analysis of Plates and Shells. Prolegomena to a General Theori. Ing.-Archiv, 1966, v. 35, n 2.
78. Argyris J.H., Buck K.E., Grieger J., Mareczek G. Application of the Matrix Displacement Method to the Analysis of Pressure Vessels. Paper Amer. soc. Mech. Eng., 1969. NWA-PVP-3, 16 pp.
79. Ball R.E. and Bodeen G.A A Digital Computer for the Geometrically Nonlinear Analysis of Axisymmetrically Loaded Thin Shells of Revolution. NASA CR-63703, 1965, March, 22.
80. Bernstein A.J., Blumrich J.F. Concepts for More Efficient Bulkhead Designs for Launch and Space Vehicles. J.Spacecraft, 1968, vol. No. 12.
81. Budianski B. and Radkowski P.P. Numerical Analysis of Unsymmetrical Bending of Shells of Revolution.-AIAA Journal, 1963, vol. 1.
82. Bushnell D. Analysis of Complex Shells of Revolution Under Combined Thermal and Mechanical Loading. AIAA 11 Th Struct., Structural. Dynamics and Materials Conf., 1970, Apr.
83. Bushnell D. Buckling and Vibration of Ring-stiffened, Segmented Shells of Revolution. Pt. 2, Numer. Results pres. at First, Int., Piping and Pressure Vessel Technol. Conf., Delft., Holland 1969.
84. Bushnell D. Computer Analysis of Complex Shell Structures. Pres. at AIAA Eight Aerospace Sci. Meet. N.Y., AIAA Paper No. 70-138, 1970, Jan 19-21.
85. Bushnell D. Stress Stability and Vibration of Complex Branched Shells of Revolution. Computer and Structure. 1974, vol. 4, No. 2.

86. Bushell D. Stress, Stability and Vibration of Complex Shells of Revolution. Analysis and User's Manual for BOSOR 3, Lockheed Missiles and Space Company, Rep., N-51-59-1, 1969, Sept.
87. Capelli A.P. and Furuike S.C. Study of Apollo Water Impact. Vol. 10, User's Manual for Modification of Shell of revolution Analysis, NASA CR-65862, 1967, May.
88. Cohen G.A. Computer Analysis of Asymmetrical Deformation of Orthotropic Shells of Revolution.- AIAA Journal, 1964, vol. 2, No. 5.
89. Cohen G.A. Computer Analysis of Ring-Stiffened Shells of Revolution. Langley Research Center, NASA CR2085, Hampton, Virginia, Sept., 1972.
90. Cohen G. A. Numerical Integration of Shell Equations Using the Field Method. Trans ASME, 1974, E41, N1.
91. Flugge W. Stressen shells. 1967. Berlin- Geidelberg-New-York, Springer.
92. Fulton R.E. Numerical Analysis of Shells of Revolution. Proc. Symposium of International Union of Theoretical and Applied Mechanics, 1970 Liege, France August.
93. Garr I.W. Error Bounds for the Runge-Kutta Single-Step Integration Process.- J. Assos. Comput., 1958, 5, 39.
94. Goldberg J.E. Computer Analysis of Shells, In: Proceedings of Symposium on the Theory of Shells. [Ed.D. Muster] Univ. of Houston, Houston, Texas, 1966, Apr. 4-6.
95. Goldberg J.E. and Bogdanoff J.L. Static and Dinamic Analysis of Conical Shells under Symmetrical and Axysymmetrical Conditions.
96. Goldberg J.E., Bogdanoff J.L. and Alspaugh D.W. On the Calculations of the Modes and Frequencies of Vibration of Pressurized Conical Shells. AIAA Fifth Annual Struct. and Materials Conf., Palm Springs, Apr. 1-3, 1964, AIAA Publicat. CP-8.

97. Goldberg J.E., Bogdanoff J.L. and Marcus L. On the Calculation of the Axisymmetric Modes and Frequencies of Conical Shells.-J. Acoust. Soc. Am., 1960, vol. 32.
98. Grafton P.E. and Strome D.R. Analysis of Axisymmetric Shells by the Direct Stiffness Method.-AIAA journal, 1963, vol. 1, No. 10.
99. Haisler W.E. and Striklin J.A. Rigid Body Displacements of Curved Elements in the Analysis of Shells by the Matrix Displacement Method.- AIAA Journal, 1967, vol. 5, No. 8.
100. Herrmann L.R. and Campbell D.M. A Finite-Element Analysis for Thin Shells.-AIAA Journal, 1968, v. 6, No.10.
101. Hubka R.E., A Generalised Finite-difference Solution of Axisymmetric Elastic stress States in thin shells of revolution. rep. Em-11-19 Space Technol. Labs, 04 (647)-(619), air Force ballistic Missile Divis., Ingelwood, Calif.
102. Jones R.E. and Strome D. R. Direct Stiffness Method analysis of Shells of Revolution Utilizing Curved Element.-AIAA Journal, 1966, vol.4, n0.9.
103. Kalnins A Analysis of Syells of Revolution Subjected to Symmetrical and Nonsymmetrical Loads. Appl. Mech., Trans. ASME, Ser.E, vol. 31 1964.
104. Kalnins A Effect of Bending on vibration of Spherical Shells. Journal of the Acoustical Society of America, 1964, vol. 36, No.1.
105. Kalnins A. Free Vibration of Rotationally Symmetric Shells –J. Accoust. Soc. Am. 1964. vol.36, No.7.
106. Kalnins A. Static, Free Vibration and Stabiliti Analysis of Thin, Elastic Shells of Revolution. Rep. AFFDL-TR-68-144, Air Force Flight Dynamic Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, 1969, Ohio, March.
107. Kalninns A. and Lestingi J.F. on Nonlinear Analysis of Elastic Shells of Revolution. –J. Appl. Mech.

108. Khojasten-Bakht M. Analysis of Elastic-Plastic Shells of Revolution Under Axisymmetric Loading by the Finite Element Method. SESM 67-68. Struct. Eng. Laboratory, Univ. of California, 1967, Apr.
109. Kipiani G, Kipiani D, Bukhsianidze A, Kachkachishvili N. Definition of critical loading on compressed plate with cuts by transition from static problem to stability problem. *Tendencje rozwoju budownictwa miejskiego i przemysłowego*, Czestochowa 2008, 146-151.
110. Kotanchik J.J. Discrete-Element Static Analysis of Bonded Double-Layer, Branched, Thin Shells of Revolution. Dt.2.Aero. and Struct. Laboratory. Rep. No. TR-139-6, Massachusetts Inst. of Technol. Cambridge, Mass., May, 1969.
111. Lestingi J. and Padovan J. Numerical Analysis of Anisotropic Rotational Shells Subjected to Nonsymmetric Loads. National Symposium on Computerized Structural Analysis and Design, George Washington University, Washington, D.C (1972), 27-29, March.
112. Levine H.S., Armen H. , Wither Jr.R. and Pifko A. Nonlinear Behavior of Shells of Revolution under Cyclic Loading. National Symposium on Computerized Structural. Analysis and Design, George Washington University, Washington, D.C. ,(1972), 27-29 March, Grumman Research Department Report RC-426j, Bethpage, (1972), New York, April.
113. Martin H. C. Finite Elements and the Analysis of Geometrically Nonlinear Problems.-Paper Presented at the Japan-US Seminar on Matrix Methods of Structural Analysis and Design, Tokyo, 1960, 25-30 Aug.
114. Mason P. , Rung R. , Rosenbaum J and Ebrus R. Nonlinear Numerical Analysis of Axisymmetrically Loaded Arbitrary Shells of Revolution.- *AIAA Journal*, 1965, vol.3, No 7.
115. Popov E.P. and Yaghmais S Linear and Nonlinear Static Analysis of Axisymmetrically Loaded Thin Shells of Revolution. First Intern. Conf. on press. Vesel. Technology, univ. of Delft, Sept. , 1969.

116. Prince N. , Rung R. end Svalbonas V. Unsymmetric Nonlinear First –Order Analysis of Layered Orthotropic Shells of Revolution. Rep. [ADR2-11-66](#). 2, Grumman Aircraft Eng. Corp., 1966, May.
117. Radkowski P.P. , Davis R,M. and Bolduc M.R. Numerical Anaiysis of Equations of Tin Shells of Revolution.-Amer. Roic. Soc. J., 1962, Jan., vol.32.
118. Reissner E. on Axisymmetrical Deformation of Thin Shells of Revolution, Proceedings of Simposia in Applied Mathe matics, 1950, vol. 111, McYraw-Hill, Mew York.
119. Roth R.S. , Muskat R. and Grady P. J. Unsymmetrical Bending of Shells of Revolution, A digital Computer Program. AVCORAD Rep. KHDR-6, 1965, Feb.
120. Sanders J. and Lyell Jr. Nonlinear Theories for Thin Shells. –Quarterly J. of Applied Mathematics, 1963, vol. 21,No. 1.
121. Shaeffer N.G. Computer Program for Finite –Difference Solution of Shells of Revolution Under Asymmetric Loads. NASA TND-3926, May, 1967.
122. Schwartz R.W. Nonlinear Analysis of Axisymmetrically Loaded Orthotropic Shells of Revolution. Rep. GDC-ERR-AN-776, General Dynamics Covair Divis . , 1965, Dec. 15.
123. Sepetoski W.K. et al. A Digital Computer Program for the General Axially Symmetric Thin Shells Problem. –J. Appl. Mech. , Trans. ASME, 1962, E29, 4.
124. Stricklin J. A. Geometricaly Nonlinear Static and Dynamic Union of Theoretical and Applied Mechanics, (1970), Liege, France, August.
125. Stricklin J.A., Haisler W.E. end Von Riesemann W.A. Geometric Nonlinear Structural Analysis by the Direct Stiffness Method. Rep, 70-16, Aerospace Eng. Dep. , Texas A and M Univ. , College Stat. , Texas, 1970, June.
126. Stricklin J.A. , Haisler W.E. end Riesemann W.E. end Riesemman W.A. Computation and Solution Procedures for Nonlinear by Combined Finite

- Element Difference Methods. Intern. J. Computers and Structures, 1972, XII, v. 2, No. 5/6.
127. Stricklin J.A. , Haisler W.E., Mac Dougall H.R. and Stebhins F.J. Nonlinear Analysis of Revolution by the Matrix Displacement Method. – AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 12.
 128. Stricklin J.A. , Martinez J.E. , Tillerson J.R., Hong J. H., Haisler W.E. Nonlinear Dynamic Analysis of Shells of Revolution by Matrix Displacement Method, - AIAA Journal, 1971, vol.9, No. 4.
 129. Stricklin J.A., Navaratna D.R. and Pian T.H.H. Improvements on the Analysis of Shells of Revolution by the Matrix Displacement Method.- AIAA Journal, 1966, vol.4, No.11.
 130. Svalbones V. and Angrisano N. Numerical Analysis of Shells. vol.2, User's Manual for STAR-11, Shell Theory Automated for Rotational Structures-11, Digital Computer Program, NASA CR-61300, 1969, Sept.
 131. Svalbones V., Koy J. Stability and Dynamic Analysis of Shells of Revolution by Numerical Integration-a Comparison. Nucl. Eng. and Design, 1974, 27, No.1.
 132. Svalbones V. and Shulman M. User's Manual for STARS-Shell Theory Automated for Rotational Structures. IBM 360/75 Digital Computer Program, NASA CR-98146, 1968, Feb.1.
 133. Thurston G.A. Asymmetrical Buckling of Shells of Revolution with Axisymmetric Initial Imperfections. Rep., R62FRD426, Flight Propuls. Laboratory Department, General Electric Co., Cincinnati, Ohio, 1962, Dec.18.
 134. Thurston G.A. Axisymmetric Bending and Buckling of Thin Shells of Revolution. Rep. SR-0530-64-2, Martin Marietta Comp., 1964, Apr.
 135. Tillerson J.R. and Haiser W.E. DYNASORII-A Finite Element Program for the Dynamic Nonlinear Analysis of Shells of Revolution. Rep. 70-19, Aerospace Eng., Dep., Texas A. and M.Univ., College Stat., Texas.

136. Turner M.J., Clough R.W. , Martin H. C. and Topp L.J. Stiffness and Defiection Analisis of Complex Structures, J. Aero. Sci., 1956, vol.23.
137. Turner M.J., Dill E.H., Martin H.C. and Melosh R.J.Large Deflections Analysis of Complex Structures Subjected tto Heating and External Loads. J. Aero. Sci., vol.27.
138. Underwood P. Transient Response of Inelastic Shells of Revolution. National Symposium on Computerized Structural Analysis end Design. George Washington University, Washington, D.C., (1972), 27-29 March, Lockheed Missiles and Space Company. Inc. Report, IMSC-D244589 Synnyvale, California, 1971, Nov.