საქართველოს განათლებისა და მეცნიერების სამინისტრო
აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

ხელნაწერის უფლებით

ნანა ონიანი-საღინაძე

კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკური თავისებურებანი დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში

13.00.02 - სწავლების და აღზრდის თეორია

დისერტაცია

განათლების დოქტორის აკადემიური ხარისხის მოსაპოვებლად

სამეცნიერო ხელმძღვანელი
განათლების აკადემიური დოქტორი, აკაკი წერეთლის სახელმწიფო
უნივერსიტეტის სრული პროფესორი გიორგი ბერძულიშვილი

ქუთაისი

2010

სარჩევი

შესავალი---6

I თავი

დაწყებით კლასებში მათემატიკის სწავლების თეორიული საფუძვლები

§1. დაწყებით კლასებში მათემატიკის სწავლების ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიური საფუძვლები--19

§2. დაწყებით კლასებში მათემატიკის სწავლების მეთოდიკური საფუძვლები--39

§3. დაწყებით კლასებში ალბათობის თეორიის პროპედევტიკული კურსის შემოტანის ზოგიერთი მეთოდიკური ასპექტის შესახებ---------------------------------51

§4. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების მნიშვნელობა მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების პრაქტიკაში--------------------------------58

I თავის დასკვნები--70

II თავი

კომბინატორიკისა და ალბათობის თეორიის საწყისი ცნებების გამოყენება დაწყებითი მათემატიკის კურსში

§1. კომბინატორულ-ალბათური მიმართულება და მისი კავშირი სხვა ძირითად თეორიულ-მეთოდურ მიმართულებებთან დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში---73

§2. ალბათობის თეორიისა და კომბინატორიკის ცნებების გამოყენება გეომეტრიული მასალის შესწავლის დროს დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში---79

§3. გეომეტრიული ალბათობის სწავლება დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში ---83

§4. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის ეტაპები-91

§5. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების კლასიფიკაცია და მათი ადგილი დაწყებითი მათემატიკის კურსში---98

§6. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანათა სისტემები და მათი ამოხსნის სწავლების მეთოდიკური თავისებურებები დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში---100

6.1. სიმრავლიდან ყველა შესაძლო წყვილთა რაოდენობის გამოყოფა-----------100

6.2. გადანაცვლება--104

6.3. წყობა--106

6.4. ჯუფთება--108

6.5. ორი სიმრავლის ელემენტებისაგან ყველა შესაძლო წყვილების შედგენა---111

6.6. ცდა, ცდათა რიცხვი, ცდის შედეგი, ცდის გამოსავალი, თანაბრად შესაძლებელი შედეგი, აუცილებელი და შეუძლებელი შედეგი------------------------114

6.7. შემთხვევითი მოვლენა, ალალბედზე შერჩევა, ხელშემწყობი და ყველა შესაძლო შემთხვევები და მათი მოძებნა--120

6.8. ალბათობა და მისი გამოთვლა---122

§7. პედაგოგიური ექსპერიმენტი---130

ზოგადი დასკვნები--145

გამოყენებული ლიტერატურა---148

დანართი-დაწყებითი კლასებისათვის კომბინატორული და ალბათური შინაარსის სავარჯიშოები და ამოცანები ---155

შესავალი

თანამედროვე სამეცნიერო და ტექნიკურმა პროგრესმა დღის წესრიგში დააყენა საკითხი, რომელიც მოითხოვს პიროვნების ფორმირების პროცესში ადრე, მყარად დადგენილ შეხედულებათა გადახედვას, ღირებულებათა გადაფასებას, რაც დაფუძნებული უნდა იქნეს სამეცნიერო პროგნოსტიკაზე-როგორი იქნება ახლო მომავალში სამეცნიერო და ტექნიკური განვითარების ძირითადი ორიენტირები.

ოცდამეერთე საუკუნეში უპრეცენდენტო ცვლილებათა ზეგავლენა მძაფრად იგრძნობა ყველგან და განსაკუთრებით შესამჩნევია სკოლაში. მოსწავლე-ახალგაზრდობა საზოგადოების თვალწინ თანდათან ყალიბდება როგორც სოციალურად ყველაზე მეტად დაუცველი ფენა. ეს გვიბიძგებს საიმისოდ, რომ უკვე დაწყებითი კლასებიდანვე წარვმართოთ მიზანმიმართული მუშაობა მოსწავლეთა შესაძლებლობების მაქსიმალურად წარმოსაჩენად, რამაც უნდა განსაზღვროს მომავალი თაობების შემდგომი კეთილდღეობა.

თუ უწინ მოსწავლე-ახალგაზრდობის ძირითადი მიზანი სკოლაში ცოდნის შეძენა გახლდათ, ამჟამად ცოდნათა დაუფლება აღარ წარმოადგენს სწავლების თვითმიზანს. ადამიანებს ძალაუნებურად უხდებათ ერთბაშად გაითავისონ, სისტემაში მოიყვანონ და გამოიყენონ კიდეც უზარმაზარი ინფორმაცია, ამიტომ თანამედროვე სწავლების მიზანია არა მხოლოდ ცალკეულ ცოდნათა ათვისება, არამედ ამ ზღვა ინფორმაციის მიღების, მისი კრიტიკულად გააზრებისა და გამოყენების უნარ-ჩვევათა გამომუშავება.

სწორედ ამიტომ სკოლაში ერთ-ერთ პრიორიტეტულ პოზიციას იკავებს განმავითარებელი სწავლება, რომელიც მიმართულია მოსწავლეებში აზროვნების ხერხების ფორმირებისა და შემეცნებითი მოქმედიანობის გააქტიურებისაკენ.

სასწავლო სისტემის ძირეულ ამოცანად ცხადდება მოსწავლეთა ზოგადი განვითარება, რომელიც გულისხმობს გონების, ნებისყოფის, გრძნობების სრულყოფას. ეს კი, თავის მხრივ, საფუძველია მოსწავლეთა ცოდნის, უნარებისა და ჩვევების ათვისებისა. აღნიშნული სისტემისათვის დამახასიათებელია

თეორიულ ცოდნათა მეტად წარმოჩენა და სწავლება სწრაფი ტემპით, მაღალ დონეზე.

დღეს უდიდეს მნიშვნელობას იძენს სასწავლო მასალისადმი ისეთი დამოკიდებულება, როცა ეს უკანასკნელი მოიაზრება როგორც მოსწავლეთა გონებრივი და ინტელექტუალური განვითარების საშუალება. ამ პრობლემის გადაწყვეტის ერთ-ერთ პრიორიტეტს წარმოადგენს ამოცანებით სწავლება დაწყებით კლასებში.

ზოგადად პიროვნების განვითარება ერთი იმ პრობლემათაგანია, რომლის გადასაჭრელად კაცობრიობა საუკუნეების განმავლობაში იღწვის. ამჟამად, როცა საქართველოში ხდება პროგრესული ცვლილებები დამოუკიდებელი სახელმწიფოს აღმშენებლობის საქმეში, მომავალი თაობის სწავლებასა და განვითარებას განსაკუთრებულად აქტუალური და ახლებური მნიშვნელობა ენიჭება.

თანამედროვე სკოლა ორიენტირებულია ჰუმანისტური საგანმანათლებლო პირობების შექმნაზე, რომელიც მნიშვნელოვნად უწყობს ხელს მოსწავლეთა მზადყოფნას თვითგანვითარებისა და სრულყოფისათვის. დაწყებითი სასკოლო განათლების ამჟამინდელ სისტემას რიგი ნაკლოვანებები გააჩნია. ერთ-ერთ მათგანს წარმოადგენს ის, რომ ცოდნა, უნარი და ჩვევები, რომლებსაც დაწყებითი სკოლის მოსწავლეები იძენენ, ვერ იძლევა იმის გარანტიას, რომელიც საჭიროა თანამედროვე ადამიანის მოთხოვნილებების დასაკმაყოფილებლად და ცხოვრებისეული პირობების გასაუმჯობესებლად.

მოსწავლეთა ფორმირება და განვითარება სწავლების პროცესში ხორციელდება. სწავლისადმი მოთხოვნილების გაჩენა მის სურვილს წარმოშობს, ხოლო სასწავლო მოქმედებათა დაუფლება სწავლის უნარს აყალიბებს. მოსწავლისათვის სწავლის უნარის მაქსიმალური რეალიზება და შესასწავლი მასალისადმი მოსწავლის სურვილის აღძვრა სასწავლო პროცესის დამახასიათებელი კომპონენტია. მათი გადაწყვეტა დამოკიდებულია იმ საშუალებების შერჩევაზე, რომლებიც უზრუნველყოფს:

-მოსწავლეთა ზოგადინტელექტუალურ განვითარებას;

- აზროვნებისა და შემეცნებითი საქმიანობის წესების ათვისებას;

- კონკრეტული სასწავლო საგნისადმი ინტერესის აღძვრას.

სწავლების გაუმჯობესების ერთ-ერთ ფაქტორად შეიძლება განვიხილოთ საგნის შინაარსობრივი განახლება და მათემატიკის კურსის პროგრამაში ისეთი კომპონენტის ჩართვა, რომლებიც ტრადიციული კურსის ფარგლებს გარეთ გადის და მოსწავლეთა შესაძლებლობებს აფართოებს ცოდნის ათვისების, სხავადასხვა მათემატიკური იდეის ილუსტრირებისა თუ მათემატიკური მეთოდების სილამაზის ჩვენების საქმეში.

სასკოლო განათლების სპეციალისტთა ყურადღება მიმართულია საამოცანო მასალის მოდერნიზებისაკენ. დაწყებითი კლასების მათემატიკის თანამედროვე სასწავლო სახელმძღვანელოებში წარმოდგენილი საამოცანო მასალა, როგორც წესი, ნაკლებად შეიცავს პრაქტიკული ხასიათის შემცველ ამოცანებს და გათვლილია ამოხსნის ალგორითმულ ხერხებზე, რაც მნიშვნელოვნად ამცირებს მოსწავლეთა საქმიანობის ინფორმაციულ და ოპერაციულ არეებს. გაზრდილია მეთოდისტების, პრაქტიკოსი მასწავლებლების, სახელმძღვანელოთა ავტორების ინტერესი განსაზღვრული ჟანრის ამოცანებისადმი, რომლებიც განსახილველ კონკრეტულ სასწავლო თემებს ამდიდრებს ისეთი შინაარსის ამოცანებით, რომლებიც რეალურ ცხოვრებისეულ სიტუაციებთან არის დაკავშირებული და განმავითარებელი ფუნქცია გააჩნია.

პედაგოგიური გამოცდილებით დასტურდება, რომ ასეთი ტიპის ამოცანების სასწავლო პროცესში ჩართვა მეტად ეფექტურია და მოსწავლეთა მათემატიკური კულტურის ფორმირების მნიშვნელოვან საშუალებას წარმოადგენს. მათ შორის შეიძლება გამოვყოთ მათემატიკური აზროვნების ისეთი თვისებები, როგორიცაა: მოქნილობა, კრიტიკულობა, ლოგიკურობა, რაციონალურობა. მათი ორგანული შერწყმა ადამიანის განსაკუთრებულ შესაძლებლობებში ვლინდება, რომლებიც მას შემოქმედებითი საქმიანობის წარმატებით განხორციელების საშუალებას აძლევს.

დადასტურებულია, რომ კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ჩართვა დაწყებითი კლასების მათემატიკის სწავლების პროცესში ხელს უწყობს ფსიქიკური პროცესების მააქტივიზებელი შინაგანი მოტივაციის

განვითარებას, რის ხარჯზეც სწრაფად და ხარისხიანად ყალიბდება მოსწავლეთა სააზროვნო ოპერაციები, ლოგიკური ხერხები და შემეცნებითი უნარები.

კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანები, როგორც მათემატიკური სავარჯიშოების ერთ-ერთი სპეციფიკური სახეობა ქართველი და საზღვარგარეთელი მეცნიერების კვლევის თემატიკას წარმოადგენს. ალბათობის თეორიის სწრაფმა განვითარებამ, მისმა შეჭრამ მეცნიერების მრავალ დარგში დღის წესრიგში დააყენა საკითხი, რომ მოზარდისათვის აუცილებელია ალბათობისა და მათემატიკური სტატისტიკის ზოგიერთი მარტივი ელემენტების ცოდნა. ამიტომ მეცნიერების მიერ გამოთქმული იქნა აზრი საშუალო სკოლაში ალბათობისა და მათემატიკური სტატისტიკის ელემენტების შეტანის შესახებ ძირითად კურსთან ერთად გარკვეული დოზით. ეს იდეები ჯერ კიდევ მეცხამეტე საუკუნის ბოლოს და მეოცე საუკუნის დასაწყისში ჩაისახა-საშუალო სკოლის პროგრამებში შეეტანათ ალბათობის თეორიისა და კომბინატორიკის ელემენტები. მეცხრამეტე საუკუნის ალგებრის რუსულ სახელმძღვანელოებში მცირე რაოდენობით შეტანილი იყო ალბათობის თეორია. 1915 წელს რუსეთში გამოიცა ალბათობის თეორიის სახელმძღვანელოები კომერციული სასწავლებლებისათვის.

საბჭოთა ხელისუფლების დამყარების შემდეგ რუსეთში 1919 წელს იყო პირველი ცდები ალბათობის თეორიის ელემენტების საშუალო სკოლაში ჩართვის შესახებ, რომელსაც რაიმე რეალური შედეგი არ მოყოლია.

მეოცე საუკუნის სამოციანი წლებიდან ბევრი დაიწერა (პ.ალექსანდროვი, ა.კოლმოგოროვი, ი. იაგლომი, ი.ზელდოვიჩი, ა.მიშინი, ბ.გნედენკო, ვ.ფირსოვი, ტ.ვარგა, გ.მანია, ვ.შონია, ა.ფარჯანაძე, ა.დოგრაშვილი და სხვ.) კომბინატორიკისა და ალბათობის თეორიის ელემენტების შეტანაზე საშუალო სკოლაში. ავტორები ეყრდნობოდნენ საზღვარგარეთულ გამოცდილებას და სურდათ მისი დანერგვა მომხდარიყო საბჭოთა სკოლაში.

მეოცე საუკუნის ბოლოდან ქართველი მათემატიკოსები და მეთოდისტები დიდ ყურადღებას უთმობენ ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის საკითხების შეტანას საშუალო სკოლაში (გ.ნოზაძე, მ.ფაცაცია, ნ.ნახუცრიშვილი, მ.ოჩხიკიძე, გ.ბერძულიშვილი, ზ.ბაკურაძე, ქ.მანჯგალაძე,

შ.ებრალიძე, მ.ტყებუჩავა, ზ.ხარაძე და სხვ.). ქვეყნდება სამეცნიერო შრომები, მუშავდება ალბათობის თეორიის სწავლების მეთოდიკის საკითხები, რომლებშიც ძირითადად გაშუქებულია მაღალ კლასებში ალბათობის თეორიის საკითხების სწავლება. საქართველოში მიმდინარე განათლების სისტემის რეფორმის შედეგად ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლებში მოხდა მონაცემთა დამუშავებისა და ალბათობის თეორიის ელემენტების საკითხების შეტანა. ამ საკითხების სწავლება მეორე კლასიდან იწყება. ისტორიულად ასეთი პრაქტიკა საქართველოს დაწყებით კლასებში არასოდეს არ ყოფილა. მეოცე საუკუნის 60-იანი წლების ბოლოს და 70-იან წლების დასაწყისში ალბათობის თეორიის ელემენტები ისწავლებოდა ჯერ ფაკულტატიური კურსის სახით, ხოლო შემდეგ მაღალ კლასებში, მაგრამ ეს დროის თვალსაზრისით მცირე პერიოდი იყო და მაღალ კლასებშიც კი ამ საკითხების სწავლების მეთოდიკური მიდგომები ნაკლებ დამუშავებულია, ხოლო დაწყებით კლასებში სრულიად დაუმუშავებელია. პედაგოგიური ფაკულტეტების მათემატიკის სასწავლო კურსიც კი არ ითვალისწინებდა ალბათობის თეორიის ელემენტების გაცნობას, რომ აღარაფერი ვთქვათ მათი სწავლების მეთოდიკაზე. დაწყებითი კლასების მათემატიკის მასწავლებელთა უმრავლესობისათვის კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის მეთოდური თავისებურებები სრულიად დაუმუშავებულია, რაც გარკვეულ პრობლემებს უქმნის პრაქტიკოს მასწავლებლებს პედაგოგიურ საქმიანობაში. ჩვენ მიზნად დავისახეთ ნაწილობრივ შეგვევსო ეს ხარვეზი წარმოდგენილი სადისერტაციო ნაშრომით. დისერტაციაში განხილულია კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების კლასიფიკაციის, სასწავლო პროცესში მათი ჩართვის, კონკრეტული სასწავლო თემებისათვის ასეთი ტიპის ამოცანების ამოხსნის ხერხების მეთოდიკური თავისებურებების კვლევა, შედგენილია დაწყებითი კლასებისათვის მათემატიკის კურსში განხილული კონკრეტული თემებისათვის კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანათა სისტემა.

კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანათა ამოხსნის მეთოდიკური საფუძვლების გამოკვლევის აუცილებლობა განპირობებულია იმ წინააღმდეგობებით, რომლებიც სწავლების თანამედროვე პროცესისთვისაა

დამახასიათებელი. დაწყებითი კლასების მათემატიკის სახელმძღვანელოების ანალიზიდან აშკარად ჩანს, რომ კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანები ძირითადად უნდა განიხილონ სხვადასხვა სახის კლასგარეშე მუშაობაში, სასკოლო მათემატიკურ ოლიმპიადებზე. უნდა ითქვას, რომ არა მარტო მოსწავლეები, არამედ მასწავლებლებიც გარკვეულ სიძნელეებს აწყდებიან ისეთი ამოცანების განხილვის დროს, რომლის პირობაც ოდნავ სახეცვლილია დაწყებითი კლასების მათემატიკის ტრადიციული სასკოლო ამოცანისაგან და არის კომბინატორული და ალბათური შინაარსის.

პირველი სიძნელე გამოიხატება კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების დაწყებითი კლასების სასწავლო პროცესში გამოყენების აუცილებლობაში, მოსწავლეთათვის მათემატიკის სასწავლო უნარ-ჩვევების ეფექტურად ჩამოყალიბებისა და ამ მიმართულებით გაწეული უმნიშვნელო პრაქტიკული მუშაობის თვალსაზრისით.

ნაწილობრივ ეს აისახება დაწყებით კლასებში მათემატიკის შესწავლისა და მასწავლებელთა პედაგოგიური საქმიანობის პროცესში ასეთი კატეგორიის ამოცანების მუშაობის გამოცდილების არქონით. მხედველობაშია მისაღები, აგრეთვე, იმ ობიექტური სიძნელეების არსებობა, რომლებიც მათ გამოყენებას თან ახლავს: დაწყებითი კლასების მათემატიკის სასკოლო სახელმძღვანელოებში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე საამოცანო მასალის არატექნოლოგიურობა, მისი რაოდენობრივი და თვისობრივი სინაკლულე დაწყებითი სკოლის რეალურ მოთხოვნებთან და შესაძლებლობებთან შედარებით, ასეთი სახის ამოცანათა ამოხსნის მეთოდიკური თავისებურებები, რაც დამყარებულია ცნებების არაცხად გამოყენებაზე და სხვ.

მეორე სიძნელე წარმოიშობა როგორც მასწავლებლების, ისე მოსწავლეების მხრივ ობიექტური ხასიათის სიძნელეების გამო. დაწყებითი კლასების მათემატიკის სასწავლო პროცესში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების სწავლების პრაქტიკაში გამოყენებასა და მათი ამოხსნისათვის საჭირო მეთოდიკური ბაზის არასრულყოფილების (შეიძლება ითქვას არარსებობის) გამო.

მეთოდურ ლიტერატურაში გამოთქმულია მოსაზრება, რომ კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანებს არსებითი გავლენის მოხდენა შეუძლია მოსწავლეთა ლოგიკური აზროვნების განვითარებასა და საგნისადმი ინტერესის გაღვივებაზე. პრაქტიკულად არ არის შესწავლილი მათი გამოყენება სასწავლო პროცესში და გონებრივი საქმიანობის ზოგადი ხერხების ფორმირებასთან დაკავშირებით-ოპერაციულ და ინფორმაციულ ფაქტორთა ერთობლიობები, რომლებიც ამოცანის პირობის აღქმასა და გადამუშავებას უზრუნველყოფენ. არ არსებობს კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანებისა შედგენისა და გამოყენების მეთოდიკის აღწერა დაწყებით სკოლაში. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების თვისებათა შეფასების მეთოდიკური კრიტერიუმების ერთიანი სისტემა, რომლებიც დაწყებითი კლასების მოსწავლეთა ასაკის სპეციფიკურობით არის განპირობებული. შექმნილი პედაგოგიური სიტუაციის მესამე სიძნელე წარმოიშობა პრაქტიკაში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების გამოყენების აშკარა მოთხოვნილებასა და სასწავლო პროცესის სუსტ მეთოდიკურ უზრუნველყოფას შორის.

ცხადი ხდება გამოსაკვლევი პრობლემის აქტუალობა - დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანათა სისტემების ჩართვა განმავითარებელი ეფექტის გაძლიერების მიზნით.

საკვლევი პრობლემის მეცნიერულმა აქტუალობამ, მისმა პრაქტიკულმა მნიშვნელობამ და შეუსწავლელობამ განსაზღვრა სადისერტაციო გამოკვლევის თემა: „კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკური თავისებურებანი დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში“.

გამოკვლევის ობიექტია დაწყებითი კლასების მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობა მათემატიკის შესწავლის პროცესში, ხოლო საგანი - დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკური თავისებურებების დადგენა და მათი პრაქტიკული გამოყენება დაწყებითი კლასების მათემატიკის სასწავლო პროცესში.

გამოკვლევას საფუძვლად უდევს ჰიპოთეზა: თუ კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მათემატიკური ამოცანების სავარჯიშოთა სისტემები აგებულია თანამედროვე ზოგადპედაგოგიური და მეთოდიკური მოთხოვნების გათვალისწინებით, რაც განპირობებულია დაწყებითი კლასების მოსწავლეთა ფსიქო-ფიზიოლოგიური თავისებურებებითა და სპეციფიკით, მაშინ ის დაწყებითი კლასების მოსწავლეთათვის მათემატიკური კულტურის ფორმირების ეფექტური საშუალება უნდა გახდეს.

გამოკვლევის მიზანს წარმოადგენს დაწყებითი კლასების მოსწავლეთათვის კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანათა სისტემების სწავლების შესაძლებლობების მეცნიერული დასაბუთება და სწავლების ეფექტურობის ამაღლების შემოწმება ექსპერიმენტული შემოწმებით.

დასახული მიზნის მისაღწევად აუცილებელია გადავწყვიტოთ შემდეგი ამოცანები:

1. დაწყებითი კლასების მათემატიკის სასკოლო სახელმძღვანელოების შედგენის მეცნიერული ანალიზი, მათში განხილული კონკრეტული თემების სწავლების მიზნის, შინაარსის, ფორმების და მეთოდების აღწერა. იმ კონკრეტული თემების გამოყოფა, რომელთა გავლის დროს შესაძლებელია კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების განხილვა.

2. დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების ჩართვის მეთოდიკური მიზანშეწონილობისა და პრაქტიკული გამოყენების შესაძლებლობის დასაბუთება.

3. დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში სასწავლო ამოცანის ცნების განზოგადება, მისთვის კომბინატორული და ალბათური შინაარსის სასწავლო ამოცანების დამატება.

4. დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების ისეთი სახით ფორმულირება, რომლებიც ითვალისწინებს დაწყებითი კლასების მოსწავლეთა ასაკობრივ და ფსიქო-ფიზიოლოგიურ თავისებურებებს.

5. მოსალოდნელი შედეგის თეორიული დასაბუთება, რასაც მივიღებთ დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების შემოტანით.

6. დაწყებითი კლასების მოსწავლეებისათვის კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე მათემატიკის ამოცანათა კრებულის შედგენა და შესაბამისი მეთოდიკური რეკომენდაციების დამუშავება დაწყებითი კლასების მათემატიკის მასწავლებელთათვის, რომლებიც აღნიშნული ტიპის ამოცანების ამოხსნის ხერხების აღწერას მოიცავს.

7. დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის ჩვენ მიერ დამუშავებული მეთოდიკის პრაქტიკული რეალიზება. პედაგოგიური ექსპერიმენტის ჩატარება და მისი სტატისტიკური მეთოდებით შეფასება.

დისერტაციის მეთოდოლოგიურ საფუძველს წარმოადგენს ფილოსოფიური, ფსიქოლოგიური და პედაგოგიური თეორიები, რომლებიც აღნიშნულ პრობლემასთან არიან დაკავშირებული, სახელდობრ:

-დაწყებითი კლასების მოსწავლეთა ასაკობრივ თავისებურებათა თეორია;

-დაწყებით კლასებში მათემატიკის სწავლების ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიური და მეთოდიკური საფუძვლები;

-სასწავლო ამოცანების თეორია.

დასახული ამოცანების გადასაწყვეტად და ამოსავალ დებულებათა შესამოწმებლად თითოეული ეტაპის სპეციფიკის გათვალისწინებით გამოვიყენეთ კომპლექსური მეთოდები:

-პრობლემის ირგვლივ არსებული ფსიქოლოგიური, პედაგოგიური და მეთოდიკური ლიტერატურის ანალიზი;

-ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლების საბაზო და მაღალი კლასების მათემატიკის კურსში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკის არსებული გამოცდილების შესწავლა და განზოგადება;

-დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის მეთოდიკური თავისებურებების გამოკვლევა;

-მიღებული მეცნიერული შედეგების ანალიზი;

-კონსულტაციები კოლეგებთან, პრაქტიკოს მასწავლებლებთან, მოსწავლეთა ზეპირი და წერითი გამოკითხვა, დაკვირვება, მასწავლებელთა და მოსწავლეთა ანკეტირება, მოსწავლეთა ტესტირება, დაწყებითი კლასების მოსწავლეთა საკონტროლო წერების ანალიზი;

-პედაგოგიური ექსპერიმენტის ორგანიზება და ჩატარება;

-პედაგოგიური ექსპერიმენტის შედეგების სტატისტიკური დამუშავება.

ნაშრომის მეცნიერული სიახლე და თეორიული ღირებულება მდგომარეობს იმაში, რომ მასში

-მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის ისტორიაში, საქართველოში პირველად დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსისათვის მეცნიერული კვლევის საფუძველზე დამუშავებულია კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკური თავისებურებები;

-ახსნილია კავშირი კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის მეთოდურ თავისებურებებსა და დაწყებითი კლასების მოსწავლეთა შემეცნების უნარ-ჩვევებს შორის;

-გადმოცემულია დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის სწავლების ზოგადი, კერძო და სპეციალური მეთოდიკის საკვანძო საკითხები დაწყებითი კლასების მოსწავლეთა ასაკობრივი და ფსიქო-ფიზიოლოგიური სპეციფიკის გათვალისწინებით;

-დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანათა სისტემების პრაქტიკაში გამოყენების ჩვენ მიერ შემოთავაზებული მეთოდიკამ ექსპერიმენტული შემოწმება გაიარა ქუთაისის, ზესტაფონის, წყალტუბოს, თერჯოლის და ვანის დაწყებით კლასებში. ექსპერიმენტში მონაწილეობა მიიღო 456 მოსწავლემ. ექსპერიმენტული კვლევის

შედეგები შემოწმებულია χ^2 სტატისტიკური კრიტერიუმით. მიღებული შედეგები სანდოა, რაც ადასტურებს ჩატარებული კვლევის ეფექტურობას.

ნაშრომის პრაქტიკული ღირებულება იმაში მდგომარეობს, რომ დამუშავებულია დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკური თავისებურებანი, დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსისათვის მოსწავლეთა ასაკობრივი და ფსიქო-ფიზიოლოგიური თავისებურებების გათვალისწინებით დამუშავებულია კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანათა სისტემები. მასში წარმოდგენილი დიდაქტიკური მასალა გამოყენებას ჰპოვებს როგორც უმაღლესი სკოლის დაწყებითი განათლების სპეციალობის სტუდენტთა, ისე დაწყებითი კლასების მათემატიკის მასწავლებელთა პროფესიული გადამზადების პროგრამების განხორციელებასა და დაწყებითი კლასების მასწავლებელთა პედაგოგიურ საქმიანობაში.

მეცნიერული კვლევის შედეგების სანდოობა-მიღებული თეორიული დასაკვნებისა და პრაქტიკული რეკომენდაციების სანდოობა დადასტურებულია პედაგოგიური ექსპერიმეტით და განმტკიცებულია ხანგრძლივი პედაგოგიური პრაქტიკით.

დასაცავად გამოგვაქვს შემდეგი დებულებები და დასკვნები:

1. დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების მეთოდური თავისებურებების გამოკვლევა;

2. დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების სასწავლო პროცესში გამოყენების თეორიული კონცეფცია, როგორც მოსწავლეთა გონებრივი და ინტელექტუალური ფორმირების საშუალება;

3. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების კლასიფიკაცია და მათი ადგილი დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში;

4. მათემატიკის დაწყებით კურსის სწავლების ორგანიზაციულ-მეთოდიკური საფუძვლები კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე მათემატიკური ამოცანების სასწავლო პროცესში ჩართვით და სისტემატური გამოყენებით;

5. დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების სისტემების შედგენის მეთოდიკური საფუძვლები;

6. შემუშავებული მეთოდიკის ექსპერიმენტული გამოკვლევა.

ნაშრომის აპრობაცია და პუბლიკაცია. დისერტაციაში განხილულ საკითხებზე მოხსენებებით გამოვდიოდი საუნივერსიტეტო, რესპუბლიკურ და საერთაშორისო სამეცნიერო-პედაგოგიურ კონფერენციებზე, აკაკი წერეთლის ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის ახალგაზრდა მეცნიერთა და ასპირანტთა, ამავე უნივერსიტეტის პროფესორ-მასწავლებელთა სამეცნიერო კონფერენციებზე. გამოკვლევის შედეგები სისტემატურად ცნობილი ხდებოდა აკაკი წერეთლის ქუთაისის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამოთვლითი მეთოდებისა და მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის დეპარტამენტთან არსებულ სამეცნიერო სემინარიისა და პედაგოგიური ფაკულტეტის სწავლების მეთოდიკათა დეპარტამენტთან არსებულ სამეცნიერო სემინარისთვის, ხოლო დისერტაციის ძირითადი შედეგები მოხსენდა სოხუმის სახელმწიფო უნივერსიტეტის განათლების ფაკულტეტის სამეცნიერო სემინარს.

დასრულებული სახით ნაშრომი განხილული და რეცენზირებული იქნა აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის პედაგოგიური ფაკულტეტის სწავლების მეთოდიკათა და პედაგოგიკის დეპარტამენტების გაერთიანებულ სხდომაზე.

დისერტაციის ძირითადი შედეგები გამოქვეყნებულია შემდეგ პუბლიკაციებში:

1. ალბათობის თეორიის პროპედევტიკული კურსის სწავლების მეთოდიკური თავისებურებანი დაწყებით კლასებში. პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“, №3(35), თბილისი, 2009 წელი, გვ. 185-187.

2. კომბინატორულ-ალბათური მიმართულება და მისი კავშირი სხვა ძირითად თეორიულ-მეთოდურ მიმართულებებთან დაწყებითი კლასების მათემატიკის

კურსში. პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი‘‘, №3(35), თბილისი, 2009 წელი, გვ. 188-190.

3. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის ეტაპები მათემატიკის კურსში. საერთაშორისო პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. თბილისი. 2010 წელი. №1(36). გვ. 145-147.

4. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკური თავისებურებები მათემატიკის სასკოლო კურსში (I ნაწილი). საერთაშორისო პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. თბილისი. 2010 წელი. №1(36). გვ. 141-144.

5. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკური თავისებურებები მათემატიკის სასკოლო კურსში (II ნაწილი). საერთაშორისო პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. თბილისი. 2010 წელი. №1(36). გვ. 172-175.

I თავი

დაწყებით კლასებში მათემატიკის სწავლების თეორიული საფუძვლები

§1. დაწყებით კლასებში მათემატიკის სწავლების ფსიქოლოგიურ-პედაგოგიური საფუძვლები

სწავლების პროცესს თავისი ობიექტური კანონზომიერებები აქვს. ისინი მეთოდოლოგიურ, პედაგოგიურ-ფსიქოლოგიურ საფუძვლებს ემყარება. ამიტომ ამ საფუძველთა გარკვევის ნიადაგზე და მათთან კავშირში შეიძლება დავადგინოთ ეს კანონზომიერებები. სწავლების კანონზომიერებათა გახსნა კი სწავლების თეორიის უმნიშვნელოვანესი საკითხია, რომელსაც მარტო თეორიულ-შემეცნებითი მნიშვნელობა როდი აქვს, მისი გათვალისწინება სწავლების ოპტიმალურად რაციონალური წარმართვის ერთ-ერთი აუცილებელი პირობაა.

სწავლების პროცესის არსის, მისი კანონზომიერებების საკითხი, პირველ ყოვლისა, უკავშირდება შემეცნების პროცესის არსს და მის კანონზომიერებებს, რადგან სწავლება შემეცნების სპეციფიკური სახეა და მას საქმე აქვს სინამდვილის ასახვასთან მოსწავლის ცნობიერებაში.

შემეცნების, როგორც სინამდვილის მეცნიერული ასახვის, ისტორიული პროცესისა და სწავლების პროცესის ურთიერთდამოკიდებულების შესახებ ურთიერთისაგან პრინციპულად განსხვავებული სამი შეხედულება ჩამოყალიბდა.

ერთნი აიგივებენ შემეცნებასა და სწავლებას, უფრო სწორად სწავლას და ავითარებენ ე.წ. რეკაპიტულაციის თეორიას, რომლის მიხედვითაც სწავლა უნდა წარმოადგენდეს ისეთ პროცესს, რომელიც ხელახლა იმეორებს იმ გზას და ახდენს იმ გზის რეკაპიტულაციას, რაც ისტორიულად განვლო შემეცნებამ. ეს თეორია მოითხოვს, რომ მოსწავლე თვითონ მივიდეს იმის აღმოჩენამდე, რისთვისაც ადამიანს თავისი ისტორიული განვითარების მანძილზე უკვე მიუღწევია, მოუპოვებია. ხელახლა აღმოაჩინოს ჭეშმარიტებანი, რაც უკვე დიდი ხანია აღმოჩენილია, დადგენილია და პრაქტიკით შემოწმებულია. ეს თეორია მიუღებელია იმიტომ, რომ ამ თეორიის მიღება-უარყოფა, უარის თქმა იქნებოდა იმ ცოდნა-ჩვევების დაუფლებაზე, რაც კაცობრიობამ შეიმუშავა თავისი განვითარების მანძილზე და თაობიდან თაობას გადასცა; ეს იქნებოდა აღმოჩენილის აღმოჩენის დაუსრულებელი პროცესი.

მეორენი თიშავენ სწავლას შემეცნებისაგან და აღიარებენ მას სრულიად დამოუკიდებელ პროცესად, ავითარებენ სწავლებისა და შემეცნების წყაროებისა და გზების სრული განსხვავებულობის თეორიას. ეს თეორია შემეცნებასა და მის შეთვისებას ურთიერთისაგან წყვეტს, ფაქტიურად უსაგნოს, უშინაარსოს ხდის სწავლებას.

მესამენი თვლიან, რომ-რეკაპიტულაციის (ე.ი. სწავლებისა და შემეცნების გაიგივების), ასევე მათი დაპირისპირების, ურთიერთისაგან მოწყვეტის თეორიები არა იგივეობრივი, არა ურთიერთდაპირისპირებული პროცესებია, არამედ ურთიერთისაგან განსხვავებული, მაგრამ ძირითადად ერთიანი გნოსეოლოგიური კანონზომიერებით შეპირობებული პროცესები. მიიჩნევენ, რომ სწავლების ბუნებასა და მის კანონზომიერებებს განაპირობებს შემეცნების საერთო კანონზომიერება.

გნოსეოლოგია ფილოსოფიის ნაწილია, რომელიც შეისწავლის შემეცნების კანონზომიერებს, სუბიექტისა და ობიექტის ურთიერთდამოკიდებულებას შემეცნების პროცესში, ცოდნის მიმართებას სინამდვილესთან და ადამიანის მიერ სამყაროს შემეცნების შესაძლებლობას.

სწავლა, ისე როგორც, შემეცნება, არის ობიექტური რეალობის ასახვა მოსწავლის ცნობიერებაში, თუმცა თავისებური, სპეციფიკური ხაზით. როგორც ერთ, ისე მეორე

შემთხვევაში კავშირს ცნობიერების გარეშე და მისგან დამოუკიდებლად არსებულ ობიექტურ სინამდვილეს შორის შეგრძნება წარმოადგენს. იგი ერთგვარი ხიდია ცნობიერებასა და სინამდვილეს შორის, როგორც შემეცნების, ისე სწავლებისა და სწავლის პროცესშიც. სწავლების პროცესი ცოცხალი ჭვრეტიდან იწყება, მიემართება ზოგადი წარმოდგენების შემუშავებისაკენ. ამ ნიადაგზე მოსწავლეების შემუშავებულ აბსტრაქციებს საზოგადოებრივ პრაქტიკაში ეძლევა დასაბუთება . მაგრამ შემეცნებას და სწავლას შორის არის განსხვავება. შემეცნების პროცესი - ესაა პროცესი ცნობიერების გარეშე არსებული და ადამიანისათვის ჯერ უცნობი ობიექტური სინამდვილის, საგანთა და მოვლენათა შემეცნების პროცესი. ის არის მეცნიერული კვლევა-ძიებითი პროცესი. სწავლის პროცესი კი არის ადამიანის (ამ შემთხვევაში ბავშვისა და მოზარდის, მოსწავლის) ცნობიერებაში მისი ასახვის პროცესი, რაც შემეცნების შედეგად ადამიანის უკვე შემეცნებულ საგნად ქცეულა, პრაქტიკაში უკვე დადასტურებული და შემოწმებულია. სხვაგვარად რომ ვთქვათ, სწავლა არის უკვე შემეცნებულის და პრაქტიკაში დადასტურებულის გაგება-შეთვისების პროცესი. ეს არის სწავლის ერთ-ერთი არსებითი თავისებურება და განსხვავება მეცნიერული შემეცნებისაგან.

სწავლის მეორე თავისებურება და შემეცნებისაგან განსხვავება იმაში მდგომარეობს, რომ, თუ შემეცნების პროცესი მუდმივი ძიების პროცესია, სამაგიეროდ, სწავლა შემოიფარგლება ცოდნა-ჩვევების იმ მოცულობით და შინაარსის შეთვისებით, რაც წინასწარ გათვალისწინებულია სასწავლო პროგრამით და შეესაბამება მოსწავლის ასაკობრივ თავისებურებებს.

სწავლის მესამე თავისებურება იმაში მდგომარეობს, რომ სწავლა, როგორც მოსწავლის მიერ ცოდნა-ჩვევების დაუფლების გეგმაზომიერი, ორგანიზებული, ძირითადად მართვადი პროცესი, აუცილებლად მოითხოვს მასწავლებელს, იმას, ვინც ამ სწავლას ხელმძღვანელობს, მიუხედავად იმისა, რომ სწავლაში ყოველთვის გვეძლევა დამოუკიდებელი შემეცნებითი ელემენტი, მაშინ როდესაც შემეცნების პროცესისათვის ეს ხელმძღვანელობა დამახასიათებელი არ არის და იგი ძირითადად თვითმართვადი პროცესია.

სწავლების თეორიაში ცნობილია ისეთი პედაგოგიური მოძღვრებები, რომლებიც სწავლებას განიხილავს დანაწევრებულ, ურთიერთისაგან იზოლირებულ საფეხუროვან პროცესს. მაგალითად ი. ჰერბარტი სწავლებაში მოითხოვდა ოთხსაფეხურიან სისტემას, რომელიც უნდა განხორციელებულიყო ყოველ გაკვეთილზე მისი შინაარსისა და მოსწავლეთა ასაკის მიუხედავად. პირველ საფეხურზე - „სიცხადე“, უნდა მოხდეს მოსწავლეთათვის ახალი მასალის თავდაპირველი გაცნობა, რომელიც დაფუძნებული იქნება თვალსაჩინოების ფართო სპექტრზე; მეორე საფეხურზე - „ასოციაცია“, უნდა მოხდეს ახალი წარმოდგენების ძველთან შეჯერება თავისუფალი საუბრის პროცესში; მესამე საფეხური - „სისტემა“, ხასიათდება ახალი მასალიდან ძირითადი დასკვნების, წესების ფორმულების და კანონების გადმოცემით; მეოთხე საფეხურზე - „მეთოდი“, მოსწავლეებს გადაცემული ახალი მასალის გამოყენებით ამოხსნილი სავარჯიშოების მეშვეობით უნდა ჩამოუყალიბდეთ მათი პრაქტიკული გამოყენების ჩვევები. ი.ჰერბარტის მიერ ჩამოყალიბებული ოთხსაფეხურიანი სისტემა საკმაო პოპულარობით სარგებლობდა ევროპაში.

თანამედროვე სწავლების თეორია სწავლებას განიხილავს არა როგორც დანაწევრებულ, ურთიერთისაგან გამიჯნულ, იზოლირებულ, საფეხუროვან პროცესს, როგორც ეს წარმოდგენილი ქონდათ ჰერბარტს და მის მიმდევრებს ტ.ცილერს, ო.ვილმანს, ვ.რეინს, კ.სტოის და სხვებს. აგრეთვე, ვ.ლაის (აღქმა, გონებრივი გადამუშავება, გამოხატულება), არამედ როგორც ერთიან პროცესს. ამ პროცესის ისეთი კომპონენტები როგორიცაა გრძნობადი აღქმა-ცოცხალი ჭვრეტა, ლოგიკური გააზრება აბსტრაჰირება, ცოდნის სისტემაში მოყვანა უმთავრესის მეორეხარისხოვნისაგან გამოყოფით და მეცნიერების გარკვეული თანმიმდევრობისა და სისტემის დაცვით, ცოდნის განმტკიცება-ვარჯიში და ა.შ. ორგანულ ერთიანობაში გვეძლევა. ეს ერთიანობა ცხადია, არ ნიშნავს იმას, რომ სწავლების პროცესი რაიმე საფეხურებს, ეტაპებს არ გაივლის. სწავლების ეს კომპონენტი სწავლების გარკვეულ საფეხურსაც წარმოადგენს, მაგრამ ყოველგვარ პირობებში არა უცვლელს, არა ურთიერთისაგან რაღაც გამოყოფილსა და გამიჯნულს, არამედ ყოველ კონკრეტულ შემთხვევაში თავისებურს. მაგალითად, გრძნობადი აღქმა, ცოცხალი ჭვრეტა

სწავლების გასაღებია, მაგრამ მას უმეტეს შემთხვევაში თან ახლავს და არა საფეხურებრივად მისდევს ანალიზი-სინთეზი, ინდუქცია-დედუქცია, აღქმულის გააზრება თვით აღქმის პროცესში, შესაბამისი წარმოდგენების გამომუშავება, უმთავრესის გამოყოფა და მისი განმტკიცება მეხსიერებაში. ეს მომენტები სწავლების დროს ერთმანეთში გადადის, მთლიანობაში გვეძლევა და რაიმე ავტონომიურ, დამოუკიდებელ საფეხურს (ვთქვათ ცალკე აღქმა, აბსტრაქცია და სხვ.) არ წარმოადგენს. ამასთან, ეს პროცესი სხვადასხვა სასწავლო დისციპლინაში, განსხვავებული სასწავლო მასალის დამუშავების და სხვადასხვა ასაკის მოსწავლეებთან მუშაობის პირობებში თავისებურ სახეს ღებულობს.

სწავლების პროცესის ამგვარი ახსნა, რაც დამყარებულია შემეცნების თეორიაზე და პედაგოგიკურ პრაქტიკაზე, განსაზღვრავს სწავლების პედაგოგიკურ- მეთოდიკურ მხარეებს.

დაწყებით კლასებში სწავლების დროს განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიექცეს მოსწავლეთა ასაკობრივი განვითარების თავისებურებებს. ყოველი სწავლება, თუ მას სურს მიაღწიოს დასახული მიზნის განხორციელებას, აუცილებლად ანგარიშს უნდა უწევდეს მოსწავლეთა ფსიქო-ფიზიკური განვითარების დონეს, მათ უნარსა და ძალებს. ამის გარეშე შეუძლებელია განხორციელდეს ზოგადპედაგო-გიური საფუძველი-მისაწვდომობა სწავლებაში. ფსიქოლოგიურმა მეცნიერებამ, აღზრდის თეორიამ და პრაქტიკამ სავსებით დაასაბუთა სწავლებაში მოსწავლის ფსიქო-ფიზიკური განვითარების დონის გათვალისწინება.

ასაკობრივი პერიოდიზაციის პირველი ცდა ეკუთვნის არისტოტელეს. მან ბავშვისა და მოზარდის განვითარება სამ პერიოდად დაყო:

1. დაბადებიდან-7 წლამდე; 2. 7 წლიდან სქესობრივი მომწიფების დაწყებამდე, ანუ ჭაბუკობამდე-14 წლის ასაკამდე; 3. 14 წლის ასაკიდან-21 წლამდე, ანუ სქესობრივი მომწიფების დასრულებამდე.

არისტოტელე ასაბუთებს სამივე პერიოდის ურთიერთკავშირის აუცილებლობას და მათ გათვალისწინებას აღზრდის პროცესში. არისტოტელემ თავის ასაკობრივ პერიოდიზაციას საფუძვლად დაუდო ბუნებრივი განვითარების პრინციპი და დაასაბუთა ყოველი მათგნის მიმართ აუცილებელია შესატყვისი მიდგომა.

ბავშვთა და მოზარდთა ასაკობრივი განვითარების პერიოდიზაცია შეიმუშავა იან ამოს კომენსკიმ. ეს არის პირველი მეცნიერული ცდა პედაგოგიკაში და დღეისათვისაც არ დაუკარგავს თავისი მნიშვნელობა. კომენსკიმ ბავშვობისა და ახალგაზრდობის ხანა ოთხ პერიოდად დაყო:

1. ბავშვობა-დაბადებიდან 6 წლამდე; 2. ყრმობა-6 წლიდან 12 წლამდე; 3. სიჭაბუკე - 12 წლიდან 18 წლამდე; 4. მოწიფულობა-18 წლიდან 24 წლამდე.

კომენსკიმ თავისი პერიოდიზაციას საფუძვლად დაუდო წელიწადის ოთხი დრო, განიხილა იგი პედაგოგიკის ისეთი პრინციპის საფუძველზე, როგორიც არის ბუნებისშესაბამისობა.

ასევე საინტერესოა ჟან ჟაკ რუსოს შედგენილი ასაკობრივი პერიოდიზაცია.

სწალა-აღზრდის პროცესში მოსწავლეთა ასაკობრივი განვითარების თავისებურებათა გათვალისწინების საკითხის დამუშავებაში განსაკუთრებული ადგილი უჭირავს კ. უშინსკის მოღვრებას, რომელსაც თავისი მნიშვნელობა დღეისთვისაც არ დაუკარგავს. კ. უშინსკის ამოსავალი დებულებაა: „თუ გვსურს აღვზარდოთ ადამიანი ყოველმხრივ, ასევე ყოველმხრივ უნდა შევისწავლოთ იგი“ [86]. კ.უშინსკი ბავშვის პიროვნებისადმი ჰუმანური დამოკიდებულების სწორუპოვარ პედაგოგიურ დებულებას იძლევა როცა წერს: „ბავშვი არა მარტო ემზადება ცხოვრებისათვის, არამედ იგი უკვე ცხოვრობს და ამ ცხოვრებას თავისი უფლებები და მოთხოვნილებები აქვს“ [86].

კ.უშინსკის ძირითადი მოთხოვნები სწავლების პროცესში მოსწავლეთა ასაკობრივი განვითარების თავისებურებათა გათვალისწინების თვალსაზრისით შემდეგია:

I. სწავლა უნდა იწყებოდეს სათანადო ასაკში: „თუ ბავშვს სწავლას აწყებინებთ უფრო ადრე, - წერს კ.უშინსკი-ვიდრე ის საამისოდ მომწიფდებოდეს ან ასწავლით ისეთ საგანს, რომლის შინაარსი მის ასაკს არ შეეფერება, მაშინ მის ბუნებაში აუცილებლად წააწყდებით ისეთ დაბრკოლებებს, რომელთა გადალახვა მხოლოდ დროს შეუძლია, და რაც უფრო მეტ სიმტკიცეს გამოიჩენთ ამ დაბრკოლებათა გადალახვისათვის ბრძოლაში, იმდენად უფრო მეტ ზიანს მოუტანთ თქვენს მოსწავლეს.“ [86]. აქედან გამომდინარე, კ.უშინსკის მიაჩნდა აგრეთვე შესაბამისობა

სასწავლო ამოცანის დაძლევის სიძნელესა და თვით მოსწავლის ძალ-ღონესა და შესაძლებლობას შორის. ის საჭიროდ თვლიდა, რომ „მოსწავლეს ეძლეოდეს სწორედ ისეთი მოცულობის მასალა, რომლის დაძლევასაც შეძლებენ მისი ნორჩი ძალები“[86].

II. სწავლა ბავშვისათვის უნდა წარმოადგენდეს სიძნელეს, მაგრამ ისეთ სიძნელეს, რომლის დაძლევის უნარიც მას შესწევს. უშინსკის მოთხოვნაა: „სწავლაში ადგილი არ უნდა ქონდეს არც გადაჭარბებულ დაძაბულობას და არც გადაჭარბებულ სიადვილეს.“ [86].

III. სწავლება უნდა რთულდებოდეს და ფართოვდებოდეს მოსწავლის საერთო განვითარებასთან ერთად იმ საფუძველზე, რომ მოსწავლე, ერთი მხრივ, არ დუნდებოდეს, ხოლო, მეორე მხრივ, არ ვიწვევდეთ მისი ძალების ზედმეტ დაძაბულობას და განვითარების შეფერხებას.

IV. სწავლება უნდა წარიმართოს ისეთი მიმართულებით, რომ იგი ხელს უწყობდეს მოსწავლეში მაღალი ზნეობრივი მხარეების აღზრდას მისი ძალებისა და საერთო განვითარების დონის გათვალისწინებით, მის შესაბამისად. ამ მხრივ კ.უშინსკი ადამიანის ფორმირებისას საპასუხისმგებლო პერიოდად თვლის ასაკს 16-დან 22-23 წლამდე.

კ. უშინსკი სწავლებაში ბუნებისშესაბამისობის განხორციელებისათვის აუცილებლად თვლიდა სწავლების აგებას ფსიქოლოგიისა და ანატომია-ფიზიოლოგიის მეცნიერულ მონაცემთა გათვალისწინებით.

ასაკობრივი განვითარების პერიოდიზაციას საქართველოშიც სათანადო ყურადღება ეთმობოდა. ამ თვალსაზრისით საინტერესოა სულხან-საბა ორბელიანის ასაკობრივი პერიოდიზაციის მოდელი. ბავშვისა და მოზარდის განვითარება მან დაყო ექვს პერიოდად:

1. ჩვილობა-დაბადებიდან 5 წლამდე; 2. უსუარობა-5 წლიდან 10 წლამდე; 3. ნინველობა-10 წლიდან 15 წლამდე; 4. ყრმობა-15 წლიდან 20 წლამდე; 5. ჭაბუკობა-20 წლიდან 30 წლამდე; 6. სრული-30 წლიდან 50 წლამდე, შემდეგ მოხუცებული, ბერი, მხცოვანი.

„სულხან საბა ორბელიანი არ მიუთითებს პრინციპს ან მოსაზრებას, რომლითაც ის ხელმძღვანელობს ასაკობრივი პერიოდიზაციის განსაზღვრის დროს-რატომ ყოფს

თითოეულს ხუთწლიან პერიოდებად. ვარაუდობენ, რომ იგი ხელმძღვანელობდა იმ დროისათვის არსებულ სასწავლო დაწესებულებათა სახეობებით და საფეხურებით: ხუთ წლამდე-სწავლების წინა პერიოდი, ხუთიდან ათამდე-დაბალი განათლება, ათიდან თხუთმეტამდე-საშუალო განათლება, ხოლო თხუთმეტიდან ოც წლამდე-მაღალი განათლება“. [32].

პროფესორ გიორგი თავზიშვილის და პროფესორ შალვა ჩხარტიშვილის მიერ შედგენილ ასაკობრივ პერიოდიზაციას ერთი და იგივე პრინციპი უდევს საფუძვლად-ბიოლოგიურისა და სოციალურის მთლიანობა. ორივე მეცნიერი მთლიანად ეყრდნობა ქართველი ფსიქოლოგის დიმიტრი უზნაძის აზრს იმის შესახებ, რომ „ბავშვის ასაკის დაყოფა განვითარების პერიოდებად შეუძლებელია, თუ იგი მარტო ბიოლოგიურ მომენტზე ან მარტო სოციალურზე იქნება დაფუძნებული. განვითარებას ცალკე ფაქტორების დამოუკიდებელი მოქმედება კი არ განსაზღვრავს, არამედ მათი განუყრელი მთლიანობა, მაშინ უდავოა, რომ ბავშვის ასაკის პერიოდებად დაყოფის ცდას სწორედ ეს მთლიანობის თვალსაზრისი უნდა დაედოს საფუძვლად.“ [56]. მიუხედავად ამისა, ორივე პერიოდიზაცია განსხვავდება ერთმანეთისაგან თავად ასაკის ზღვრის დადგენით. პროფ. გ. თავზიშვილს სკოლამდელი ასაკი განსაზღვრული აქვს დაბადებიდან 7-8 წლის ასაკამდე, ხოლო ჩხარტიშვილს-დაბადებიდან 6 წლამდე. პირველ შემთხვევაში ორი მთავარი პერიოდია აღებული-სკოლამდელი და სასკოლო, ხოლო შემდეგ უკვე მათში არის შესაბამისი დაყოფა, მეორეში კი თავიდანვეა დაყოფილი ბაგის ასაკი, სკოლამდელი და ა.შ. [19].

დასახელებული პრობლემა განსაკუთრებით აქტუალურია დღევანდელი ქართული პედაგოგიკისათვის, რადგან განათლების კანონის მიხედვით ბავშვი სკოლაში 6 წლის ასაკიდან მიიღება. საერთაშორისო საგანმანათლებლო სივრცეში ამჟამად მიღებული ასაკობრივი პერიოდიზაცია განსხვავდება საქართველოში მოქმედისაგან და მიზეზი არის სწავლის დაწყებისა და ზოგადსაგანმანთლებლო სკოლაში სწავლის დამთავრების წლების ცვალებადობა. რიგ ქვეყნებში ათწლიანი სწავლებაა, არის თერთმეტწლიანი და თორმეტწლიანი სწავლებებიც. ალბათ, ამგვარი პრობლემები მეცნიერებასა და პრაქტიკას შორის ყოველთვის იარსებებს და მათი

სწორი რეგულირება შესაძლებელია მხოლოდ მეცნიერული კვლევისა და მისი დროული გამოყენების გზით. [19].

თანამედროვე პედაგოგიკაში ძირითადად მოქმედებს შემდეგი ასაკობრივი პერიოდიზაცია:

1. ჩვილობა-დაბადებიდან 1 წლამდე; 2. სკოლამდელის წინა ასაკი-1 წლიდან 3 წლამდე; 3. სკოლამდელი ასაკი-4 წლიდან 5 წლამდე და უფროსი სკოლამდელი ასაკი-5-დან 6 წლამდე; 4. უმცროსი სასკოლო ასაკი-6-დან 10 წლამდე; 5. საშუალო სასკოლო ასაკი-10-დან 15 წლამდე; 6. უფროსი სასკოლო ასაკი-15-დან 18 წლამდე.

მოცემული პერიოდიზაცია პირობითია და იცვლება საგანმანათლებლო სისტემის შესატყვისად. უცვლელი რჩება თავად პრობლემა-ასაკობრივი თავისებურებების არსებობისა და მათი გათვალისწინების აუცილებლობა, როგორც პედაგოგიკის ერთ-ერთი უმთავრესი პრინციპისა. [19].

სწავლების პროცესი, მისი შინაარსი, ორგანიზაცია და მეთოდები, პირველ ყოვლისა დაკავშირებულია ფსიქიკასთან, მოსწავლის სულიერ ცხოვრებასთან. ამიტომ სავსებით კანონზომიერია მოთხოვნა, რომ სწავლება ითვალისწინებდეს ფსიქიკის განვითარების კანონზომიერებებს, ემყარებოდეს ზოგადი ან პედაგოგიური ფსიქოლოგიის მონაცემებს, როგორც სწავლების აუცილებელ ფსიქოლოგიურ საფუძველს. სწავლების ფსიქოლოგიური საფუძვლების საკითხებს სხვადასხვა დროს და სხვადასხვა ასპექტით ეხებოდნენ და აშუქებდნენ ფილოსოფოსები, პედაგოგები, ფსიქოლოგები.

ადამიანის აქტივობა გამოხატულებას პოულობს მოქმედებაში, რომელიც ყოველთვის მიმართულია ბიოლოგიური და სოციალურ მოთხოვნილებათა დაკმაყოფილებისაკენ. ადამიანის სოციალურ მოქმედებაში, ქცევაში ძირითადად სამი სახე გამოიყოფა: თამაში, სწავლა და შრომა. ჩვენ შევეხებით მხოლოდ ორს: თამაშსა და სწავლას.

ადამიანის ყოველგვარ მოქმედებას თავისი ბიოლოგიურ-ფიზიოლოგიური და ფსიქიკური შინაარსი და მექანიზმები აქვს. თვით ფსიქიკა, როგორც უაღრესად მაღალორგანიზებული მატერიის თვისება, რომლის ძირითად არსს შეადგენს ჩვენგან დამოუკიდებლად არსებული სინამდვილის ასახვა და, მაშასადამე, თამაში და

სწავლა, როგორც ამ ასახვის სპეციფიკური მხარეები, აქტივობის გამოვლენაა. ადამიანს ფსიქიკა და მისი ბიოლოგიურ-ფიზიოლოგიური მექანიზმები უკვე დაბადებისას თან ჰყვება, როგორც არსებობისათვის ბრძოლაში შემუშავებული უნარები, ბუნებით ბოძებული შესაძლებლობანი. ეს უნარები ადამიანის, პიროვნების, როგორც სოციალური არსების ფორმირების აუცილებელი ბიო-ფიზიოლოგიური წანამძღვრებია, რომელთა გაშლა-განვითარება განპირობებულია გარემოთი.

დაწყებითი სწავლების პირველ საფეხურზე ბავშვის წამყვანი მოქმედებაა თამაში. რა არის ქცევის ამ ფორმის არსი? რატომ არის, რომ თამაშის დროს ბავშვი ენერგიის დიდ რაოდენობას ხარჯავს? მიუხედავად იმისა, რომ სერიოზულ პრობლემათა დაკმაყოფილებასთან მას არავითარი კავშირი არა აქვს. [80].

პირველი თეორია თამაშის შესახებ ეკუთვნის პ. სპენსერს [80]. მისი აზრით, ბავშვს გაცილებით მეტი ენერგია აქვს, ვიდრე ცხოვრების ამოცანები მოითხოვენ. აქვს ჭარბი, ზედმეტი ენერგია და ბუნებრივია, ეს ენერგია განტვირთვას მოითხოვს. გარდა ამისა, მას შემოაქვს წამბაძველობის პრინციპი. ის ამბობს, რომ ბავშვი არის მიმბაძველი არსება და თავის თამაშს ქმნის წაბაძვის ნიადაგზე, უყურებს უფროსებს და მათი საქმიანობა გადმოაქვს თავის თამაშში.

მართალია სპენსერის თეორიას გარკვეული სინათლე შემოაქვს თამაშის ბუნების ახსნაში, მაგრამ მისი არსის გასაგებად არ არის საკმარისი არც ჭარბი ენერგიის ცნება და არც წამბაძველობის პრინციპი [79].

თამაშის თეორიის განვითარებაში დიდი წვლილი შეიტანა კარლ გროსმა, რომელსაც თამაშის არსი მომავლის ინტერესებიდან გამოჰყავს [79]. იგი განსაკუთრებით ამახვილებს ყურადღებას იმ საკითხებზე, რომ ბავშვი თამაშის დროს სწორედ იმ ძალებს ამოქმედებს, რომელსაც ადამიანი სერიოზული საქმიანობის დროს მიმართავს ხოლმე. ე.ი. ამ თეორიის მიხედვით ბავშვს თამაში ცხოვრებისათვის ამზადებს.

გროსის თეორია ერთგვარად პასუხს სცემს კითხვას, თუ რისთვის თამაშობს ბავშვი. ამას სპენსერის თეორია ვერ პასუხობს, მაგრამ სრულიად უპასუხოდ რჩება პირველი კითხვა, რომელსაც სპენსერის თეორია უფრო კარგად ითვალისწინებდა- რატომ თამაშობს ბავშვი.

მიუხედავად ამისა, გროსის თეორიის დიდი მნიშვნელობა ისაა, რომ პირველმა მიუთითა ბავშვის ფსიქო-ფიზიკური განვითარებისათვის თამაშის უდიდეს მნიშვნელობაზე.

ჰოლანდიელმა ფსიქოლოგმა ბოინტენდიაკმა [80] თავის წიგნში „ადამიანის და ცხოველთა თამაში" ახალი კონცეფცია ჩამოაყალიბა თამაშის არსის შესახებ. იგი თავის თეორიას აგებს იმ პრინციპზე, რომელიც აბსოლუტურად განსხვავებულია გროსის თეორიისაგან. თუ გროსი თამაშის მნიშვნელობას ხსნის ბავშვობით, ბოტენდაიკისათვის პირიქით, ბავშვობა ხსნის თამაშს: პატარა არსება თამაშობს იმიტომ, რომ ის ჯერ კიდევ პატარაა.

ცნობილი გერმანელი ფსიქოლოგი კ. ბიულერი თვლის, რომ თამაში არის თავისებური სახის სიამოვნება, რომელიც გარკვეული ფუნქციის ამოქმედებასთანაა დაკავშირებული. ამიტომ თამაშის დროს წარმოშობილ სიამოვნებას შეიძლება „ფუნქციური სიამოვნება" ეწოდოს. კ. ბიულერის თეორია თამაშის შესახებ სწორ დაკვირვებებას ეყრდნობა. ბავშვი თამაშის დროს ნამდვილად განიცდის სიამოვნებას, მაგრამ მაინც არ შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ თამაშის არსი სწორედ ფუნქციონალურ სიამოვნებაში უნდა ვეძებოთ.

ავსტრალიელი ფსიქოლოგი ა. ადლერი [79] თვლის, რომ თამაშის დროს ბავშვი ცდილობს ჩაახშოს და დაიკმაყოფილოს თავისი არასრულფასოვნების გრძნობა. იგი არის სუსტი არსება, ჯერ კიდევ არა აქვს იმდენად განვითარებული ძალები, რომ თავისი მოთხოვნილებები დაიკმაყოფილოს. სწორედ ამიტომ, ადლერის აზრით, ბავშვი თავისი სისუსტის საკომპენსაციოდ ქმნის თავისთვის საინტერესო ახალ ფანტასტიკურ სამყაროს, სადაც ის სრულუფლებიანი ადამიანია.

თამაშის არსის ახსნაზე დიდი ზეგავლენა იქონია ზ.ფროიდის ფსიქოანალიტიკურმა თეორიამ [80]. მეცნიერი თვლის, რომ თამაში ისევე, როგორც ფანტაზიის სხვა ფორმები მაგალითად, ოცნება და სიზმარი, „განდევნილი" ზრახვების გამოვლენას წარმოადგენს, მისი აზრით, აქ ისევე, როგორც სხვა შემთხვევაშიც, სქესობრივი ტენდენციების გამოვლენასთან გვაქვს საქმე.

ფროიდის თეორიის არასრულფასოვნება განპირობებულია იმით, რომ იგი ბავშვობას თვლის ისეთ პერიოდად, სადაც განუწყვეტლივ იქმნება ტრავმული

სიტუაციები, შეუწყვეტელი კონფლიქტები, სადაც ბავშვი განიცდის მუდმივ ზეწოლას უფროსების მხრიდან.

მიუხედავად ამისა, ამ თეორიაში არის ერთი აზრი, რომელიც ნამდვილად იმსახურებს ყურადღებას. ეს არის მოსაზრება იმის შესახებ, რომ ბავშვის თამაში ექვემდებარება სურვილს, რომ გახდეს დიდი და ყველაფერი გააკეთოს ისე, როგორც ამას აკეთებენ უფროსები.

საკმაოდ მნიშვნელოვანია ჟან პიაჟეს თეორიული კონცეფცია თამაშის შესახებ, რომელიც ფსიქოლოგიაში შევიდა სახელწოდებით „ორი სამყაროს თეორია“. თამაში პიაჟეს აზრით მიეკუთვნება აუტისტური ოცნებების სამყაროს, რომელშიც კმაყოფილდება რეალურ სამყაროში დაუკმაყოფილებელი სურვილები. ამ სამყაროში ბავშვი თავს უფრო სრულყოფილად გრძნობს, ვიდრე იმ სამყაროში, სადაც არის გამუდმებით ზეწოლა მის პიროვნებაზე, ე.ი. უფროსების სამყაროში. თავის მომდევნო შრომებში ბავშვის თამაშს პიაჟე განიხილავს შედარებით განსხვავებული ფორმით-ეგოცენტრიზმის პრობლემასთან დაკავშირებით. იგი თვლიდა, რომ ბავშვის თამაში არის ერთ-ერთი ნათელი გამოვლინება მისი აზროვნების იმ ფორმისა, რომელიც იდგა აუტისტურ და ლოგიკურ აზროვნებას შორის და რომელიც ვითარდებოდა რეალურ სამყაროსთან შეჯახების შედეგად.

საქართველოში თამაშის პრობლემატიკის დამუშავებას საფუძველი აკადემიკოსმა დ. უზნაძემ ჩაუყარა. მანვე კრიტიკულად განიხილა თამაშის მიზეზის ასახსნელად წამოყენებული თეორიები და ჩამოაყალიბა თავისი მეტად საინტერესო და ორიგინალური თეორია [55].

ამ თეორიის მიხედვით, ბავშვი თამაშობს არა იმიტომ, რომ მას გააჩნია ჭარბი ენერგია ან ემზადება მომავალი ცხოვრებისათვის, არამედ როგორც კი მასში რომელიმე ფუნქცია საბოლოოდ მწიფდება, იგი თავისი შინაგანი ბუნებით მიისწრაფის ამოქმედებისაკენ. თავის თეორიას მეცნიერმა ფუნქციონალური ტენდენციის თეორია უწოდა, რომლის მიხედვითაც, „თამაშის ძირითად არსს, მის შინაგან ბუნებას, ბავშვის ბიოლოგიურად არააქტუალურ შესაძლებლობათა, ფუნქციონალური ტენდენციის იმპულსით გამოწვეული აქტივობა შეადგენს.“ [55].

დაბოლოს არ შეიძლება არ აღვნიშნოთ საერთოდ თამაშის როლი ბავშვის ფსიქოფიზიკური განვითარების საქმეში. თამაშის დროს იქნება განსაკუთრებით სასურველი პირობები ინტელექტის განვითარებისათვის, სწორედ თამაშის პროცესში უვითარდება ბავშვს უნარი შექმნას განზოგადებული ტიპიური სახეების და მოვლენების სისტემები.

თამაში ლ. ვიგოტსკის აზრით, ხელს უწყობს „უახლესი განვითარების ზონის“ წარმოშობას, რომლის შინაარსიც ისაა, რომ გარკვეულ ამოცანას ბავშვი თვითონ ვერ ხსნის, მაგრამ აკეთებს უფროსების დახმარებით. სწორედ „უახლესი განვითარების ზონა“ ადასტურებს უფროსების წამყვან როლს ბავშვის ფსიქიკის განვითარების საქმეში. [80].

სწავლების ფსიქოლოგიური საფუძვლების გარკვევისათვის, პირველ ყოვლისა, ხაზი უნდა გაესვას იმ გარემოებას, რომ სწავლა ერთიანი პიროვნებისეული ფენომენია, მასში ჩართულია ყველა ფსიქიკური პროცესი თუ ფსიქიკური ფუნქცია- აღქმა, ყურადღება, მეხსიერება, აზროვნება, ფანტაზია, ემოციები ნებისყოფა, რომლებიც დამოუკიდებლად არ არსებობს და არც მოქმედებს; მოქმედებს, სწავლობს არა რომელიმე ცალკე აღებული ფუნქციათაგანი, არამედ მთლიანი კონკრეტული პიროვნება, რომელშიც მეტნაკლებად მონაწილეობს ყველა ფსიქიკური ფუნქცია. სწავლის ქცევა, როგორც ერთიანი ფსიქო-ფიზიოლოგიური პროცესი, რომელიც ობიექტივიზებულია იმის მიერ, ვინც ამ ქცევას ახორციელებს, მიმართულია წინასწარ გამიზნული, მიზანდასახული სასწავლო ამოცანის დაძლევისაკენ.

სწავლაში წარმატება დიდადაა დამოკიდებული ინტერესზე, მოსწავლის მიერ იმის წინასწარ ზოგად გააზრებაზე, რაც სწავლის შედეგად განცდილი იქნება, როგორც სათანადო სწავლის მოთხოვნილების დაკმაყოფილების დაკავშირებული სიხარულის, სიამოვნების გრძნობა, ემოცია.

ინტერესის პრობლემას თითქმის ორ საუკუნეზე მეტია რაც იკვლევს ფსიქოლოგია და პედაგოგიკა, მიუხედავად ამისა ინტერესის არსის შესახებ დღემდე არ არსებობს საყოველთაოდ მიღებული, მეცნიერთა აბსოლუტური უმრავლესობის მიერ გაზიარებული შეხედულება. უფრო მეტიც, სადღეისოდ არ მოიპოვება ცნების „ინტერესის“ ყოვლისმომცველი განმარტებაც კი. აღნიშნული მდგომარეობა,

ბუნებრივია, უარყოფითად მოქმედებს ინტერესის ფორმირების პედაგოგიური პროცესის ძირითად თავისებურებათა გააზრების ხასიათზე.

პედაგოგიკის მეცნიერება პიროვნების ინტერესების შესახებ ცოდნას მთლიანად ფსიქოლოგიიდან იღებს. ყველა ფსიქოლოგი, ვისაც კი პიროვნების პრობლემაზე უმუშავია, უსათუოდ ეხება ინტერესის პრობლემას და განმარტებას იძლევა. იმის მიხედვით, თუ რომელი მეთოდოლოგიური სკოლის წარმომადგენელი სწავლობს პიროვნებას და რა მიზნით ახორციელებს კვლევას, გვაქვს ინტერესთა შესწავლის გარკვეულად განსხვავებული მიმართულებები.

ისტორიულად ინტერესის კვლევის პრობლემა ვერ ასცდა ე.წ. „ბიოლოგიზატორული" მიდგომის ტენდენციას. ნატივისტები თავის დროზე ფიქრობდნენ, რომ ადამიანის ფსიქო-ფიზიოლოგიური ფუნქციები თანდაყოლილიაო, რაც ნიშნავს: ახალდაბადებული ბავშვის სრულყოფილ პიროვნებად ჩამოყალიბების პროცესი წინასწარვეა განსაზღვრული მემკვიდრეობით მიღებული თვისებებით. ამ თეორიის მიხედვით ორგანიზმის თანდაყოლილი თვისებები თუ შესაძლებლობანი თავისი განვითარების პროცესში არ განიცდის მნიშვნელოვან თვისებრივ ცვლილებებს, ადამიანი ზრდის პროცესში თავისთავში აერთიანებს წინასწარ არსებულ შესაძლებლობათა ბუნებრივი მომწიფების ტენდენციას იმის მიხედვით, თუ რა ტემპით ხორციელდება ეს უკანასკნელი.

პიროვნების ფორმირების ნატივისტური თეორია, რომელმაც გააფეტიშა მემკვიდრეობითობის როლი და მნიშვნელობა ახალი ძალით განვითარდა მასში ბიოგენეტიკური კანონის ჩართვის შემდეგ. ბიოგენეტიკოსების ერთი ნაწილი მიიჩნევდა, რომ ბავშვი ჩანასახის მდგომარეობაში გაივლის თავისი გვარის ფსიქიკის განვითარების ყველა სტადიასა და საფეხურს, ხოლო დაბადების შემდეგ-ფსიქიკის განვითარების კაცობრიობის მიერ გავლილ სტადიებს. ბავშვის განვითარება იმ სახით მიდის, როგორც ეს ნაგულისხმევი იყო ჩანასახში. ბავშვი, მართალია, იზრდება, იცვლება, მაგრამ მასში არაფერი ახალი არ აღმოცენდება. ამრიგად, ამ თეორიის მიხედვით, განსხვავება ბავშვსა და ზრდასრულებულს შორის მხოლოდ რაოდენობრივია-ერთი დიდია, მეორე კი-პატარა. თუ აღნიშნულ დებულებას გავიაზრებთ, მაშინ უნდა ვაღიაროთ, რომ ჩანასახი უკვე სრული, მაგრამ პატარა

ორგანიზმია, რომელსაც მთელი შემდგომი ცხოვრების მანძილზე გაეზრდება და ჩამოუყალიბდება ყველა ის ორგანო და თვისება, რომელიც მას აქამდეც ქონდა. ზემოთქმული, ბუნებრივია, ვრცელდება ადამიანის ფსიქიკის ცალკეულ მხარეებზე, მის მახასიათებლებზე, ნიჭზე, უნარზე, მიდრეკილებებსა და ინტერესებზე.

სრულიად საწინააღმდეგო თვალსაზრისი განავითარა ჯონ ლოკმა. სწორედ მას ეკუთვნის „სუფთა დაფის“ იდეა, რომლის მიხედვითაც ბავშვის ფსიქიკა თავისუფალია ყოველგვარი წინასწარი განსაზღვრულობისაგან. მას თან არ დაჰყვება არანაირი მემკვიდრეობითი თავისებურებანი. ახალშობილი მზადაა იმისათვის, რომ ეფექტურად აითვისოს პედაგოგიური ზემოქმედება. სწავლების პროცესში მისი სუფთა გონება თანდათან ივსება „წარწერებით“, ეს უკანასკნელი კი ზუსტად შეესაბამება ბავშვის ფსიქიკაზე მოქმედ ობიექტურ სინამდვილეს. ამრიგად, აღზრდა ყოვლისშემძლეა, მას მემკვიდრეობით ბოძებული შესაძლებლობები არ ესაჭიროება და არც ცნობს მათ არსებობას. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ყველა აუცილებელი პიროვნული თვისება, მათ შორის სწავლის, ცოდნის მოპოვებისა თუ პროფესიის დაუფლებისადმი მიდრეკილება, ინტერესი ადამიანში გარედან შედის.

პიროვნების ფორმირების ამ ორი ურთიერთგამომრიცხავი და ურთიერთდაპირისპირებული თეორიის მოსარიგებლად თავის დროზე შტერნის მიერ წამოყენებული იქნა კონვერგენციის თეორია, რომლის მიხედვით პიროვნების განვითარებას განსაზღვრავს გარეგანი და შინაგანი ფაქტორები, შინაგანის გარეგანთან შეთანხმების ანუ მათი კონვერგენციის გზით.

ამ თეორიის მიხედვით, მოზარდის მემკვიდრეობითი თავისებურებები განვითარდება, თუ იგი შესაფერის პირობებში მოხვდება, თუ არა და-არა. გამოდის, რომ ადამიანი მუდამ ისეთი უნდა იყოს, როგორიც არის მისი ცხოვრების პირობები და, საერთოდ, კონკრეტულ ისტორიულ ეტაპზე ყველა ადამიანი ერთნაირი იქნება.

პიროვნების არსის, მისი ფორმების და ფსიქიკური ფუნქციების ჩამოყალიბების შესახებ პრინციპულად სხვა თვალსაზრისი შეიმუშავა მარქსისტულმა პედაგოგიკამ. მარქსისტული მოძღვრების მიხედვით, პიროვნება საზოგადოებრივ-ისტორიული განვითარების უშუალო პროდუქტია. ამასთან, იგი გარემოს პასიური მჭვრეტელი კი

არ არის, არამედ აქტიური არსებაა, მოღვაწეა, რომელიც შრომობს და ამ პროცესში გარემოს გარდაქმნასთან ერთად საკუთარ ბუნებასაც იცვლის.

მარქსისტული პედაგოგიკის მიხედვით, პიროვნების ჩამოყალიბებისათვის აუცილებელია აღზრდის, გარემოს და მემკვიდრეობითი გარემოს გათვალისწინება, მათი თავმოყრა, ურთიერთშეთანხმება. ამ თვალსაზრისის მიხედვით, ბავშვს დაბადებიდანვე მოჰყვება გარკვეული შესაძლებლობანი, მიდრეკილებები, ნიჭი, უნარი, ინტერესები, მაგრამ განვითარდებიან თუ არა ისინი, ეს მთლიანად აღზრდასა და გარემოზეა დამოკიდებული. საგულისხმოა, რომ პირველად მარქსისტულ პედაგოგიკაში გაჩნდა იდეა ცალკეული ადამიანური თვისების, მათ შორის პიროვნების ინტერესთა სოციალურ განსაზღვრულობის შესახებ. მარქსი მიიჩნევდა, რომ პიროვნების ინტერესები განხილულ უნდა იქნეს, როგორც საზოგადოებრივი ცხოვრების წესით შეპირობებული მოვლენა. მისი აზრით, პიროვნული ინტერესები მოქმედებენ როგორც წარმოებითი პროცესების საერთო მდგომარეობის გამოხატულებანი. ინტერესის არსი კი. როგორც საზოგადოებრივი მოვლენისა, მის კლასობრივ ბუნებაში მდგომარეობს, რაც, რასაკვირველია, არასწორია (კლასობრივი მიდგომის პრინციპის გაუნივერსალების გამო).

საბჭოთა პერიოდში ინტერესის გაგებასა და მის შესწავლაში თავიდანვე რამდენიმე ძირითადი მიმართულება ჩამოყალიბდა. მეცნიერთა ერთი ჯგუფი (ა.კოვალიოვი, ვ.ივანოვი, ვ.მიასიშჩევი და სხვები) ინტერესს განიხილავს როგორც სინამდვილისადმი ადამიანის რთულ დამოკიდებულებას, მეორენი (ა.გორდინი, ვ.კრუტეცკი, გ.შჩუკინა და სხვები) მას განმარტავენ, როგორც საგნებსა და მოვლენებზე ადამიანის მიმართებას, მესამენი კი მიუთითებენ მასზე, როგორც ყურადღების მიმართულებაზე (ბ.ტეპლოვი), მეოთხენი თვლიან, რომ ინტერესი სინამდვილის ობიექტისაკენ მისწრაფებაა (მ.ბელიაევი, დ.ბოლშაკოვი) და სხვ.

ნ.მოროზოვას და მისი თანაავტორების მიერ წამოყენებულ იქნა მოსაზრება ინტერესის ორი ტიპის შესახებ. ესენია: ეპიზოდური ანუ დროებითი და მყარი ინტერესები. ეს უკანასკნელი შესაბამისი გარემო პირობების გავლენით შეიძლება პირად ინტერესში გადავიდეს.

ა.ლევინი საუბრობს ორი სახის ინტერესზე. მათ შორის ერთი აქტიურია და გამოხატავს სინამდვილის მოვლენისადმი სწრაფვას, მეორე კი-პაისურია, რომელშიც ასახულია ცოდნის მიღებისათვის მზაობა. [83].

ინტერესი, როგორადაც არ უნდა გვესმოდეს მისი სტრუქტურა და შინაარსი, ცხადია, განვითარების ყველა დონეზე ერთნაირი ვერ იქნება. ზოგ შემთხვევაში იგი შეიძლება ცოდნის მიღებისათვის მზაობად მოგვევლინოს (ა.ლევინი), ანუ მასში შეიძლება ჩანდეს ყურადღების გარკვეული მიმართულება (ბ.ტეპლოვი); იგი აგრეთვე შეიძლება იყოს პიროვნების არსებაში როგორც თავიდანვე მოცემული სწრაფვა მოქმედებისაკენ (მ.ბულიაევი), ან მოთხოვნილების დაკმაყოფილებისათვის საჭირო ენერგიის გარკვეული დოზა (ვ.ლეჟნევი), აზრის გარკვეული თავმოყრა, მობილიზება, რათა უკეთ იქნას შეცნობილი ესა თუ ის საგანი (სრუბენშტეინი), საგანზე, მოვლენაზე მიმართული აქტიური მოქმედება (ვ.კრუტეცკი, ლ.გორდინი), მოქმედებისათვის გარკვეული მზაობის გამოხატულება (დ.უზნაძე და მისი სკოლა, ვ.მიასიშჩევი, ა.კოვალიოვი, ი.ივანოვი).

ვ.მიასიშჩევი ფიქრობდა, რომ ინტერესი დამოკიდებულების რთული ფორმაა, რომელიც მოიცავს ქცევის ყველა ფუნქციურ კომპონენტს. ინტერესში მისი აზრით, „სჭარბობს საგნის ინტელექტუალური დაუფლების მოთხოვნილებასთან დაკავშირებული შემეცნებითი ემოციები და ამოცანის ინტელექტუალურ სიძნელეებთან დაკავშირებული ნებისყოფის მამობილიზებელი ღონისძიებანი.“ [83].

ა.კოვალიოვი, ვ.მიასიშჩევის კვალდაკვალ მიიჩნევს, რომ ინტერესი არის „ობიექტისადმი პიროვნების შერჩევითი დამოკიდებულება, რომელსაც საფუძვლად უდევს თვით ობიექტის მნიშვნელობისა და ემოციური მიმზიდველობის შეგრძნება.“ [83].

მისი აზრით, ინტერესები აღმოცენდება მოთხოვნილებათა ბაზაზე, თუმცა ისინი იგივეობრივი არ არიან, რადგან მოთხოვნილება შეიცავს აუცილებლობას, ხოლო ინტერესი ასახავს პიროვნულ მისწრაფებას გარკვეული მოქმედებისადმი. ამასთან, ა.კოვალიოვი მიიჩნევს, რომ გაღრმავებისა და განმტკიცების პირობებში ინტერესი შეიძლება გადაიზარდოს მოთხოვნილებაში.

რ.ნათაძის შეხედულებით, ინტერესი შემეცნებითი ხასიათის სწრაფვას წარმოადგენს, იგი გულისხმობს „შემეცნებითი ბუნების დაინტერესებებს, სურვილს ინტერესის ობიექტის გაცნობისა, მისი შემეცნებისა, მისი ჭვრეტისა, მისი გაგებისა, მასზე ფიქრისა და ა.შ. იგი დაკავშირებულია მთელი პიროვნების მიმართვასთან ინტერესის ობიექტისადმი.“ [40]. აქედან გამომდინარე, უდიდესია ინტერესის როლი მოსწავლეთათვის დაწყებითი სწავლების შემეცნებითი აქტივობის გამოწვევისა და გარკვეული მიმართულებით მისი განვითარების თვალსაზრისით.

ა.ფრანგიშვილის აზრით, „როდესაც მოსწავლეს საგანი აინტერესებს ძალდატანების გარეშე იწყებს მის დასწავლას და კარგადაც იხსომებს, ითვისებს მასალას, თუ მასალა საინტერესო არ არის, პირიქით, ძალდატანებით მუშაობს.“ [58].

ს.რუბენშტეინის დაკვირვებით, „ინტერესის თავისებურება იმაში მდგომარეობს, რომ პიროვნება ცნობიერად არის მიმართული გარკვეულ საგანზე, რითაც მჟღავნდება მისწრაფება უფრო ახლოს გაეცნოს ინტერესის საგანს, ჩასწვდეს მას და გაუშვას თავისი ყურადღების არედან... ინტერესი ესაა პიროვნების მიმართულება, მოტივი, რომელიც მოქმედებს თავისი მნიშვნელობის გაცნობიერებულობის, ემოციური მიმზიდველობის გამო“ [88]. რუბინშტეინის შეხედულებით, ინტერესი, როგორც პიროვნების ზოგადი მიმართულობა „მოიცავს ყველა სხვა ფსიქიკურ პროცესებს-აღქმას, მეხსიერებას, აზროვნებას“. [88]. ე.ი. გამოდის, რომ, ინტერესს პრივილეგილებული ფუნქცია უჭირავს სხვა ფსიქიკურ პროცესებთან მიმართებაში, რაც კიდევ უფრო ზრდის მის პედაგოგიურ მნიშვნელობას შემეცნებითი ინტერესების პრობლემის გადაჭრისათვის.

შემეცნებითი ინტერესის პრობლემა მჭიდროდაა დაკავშირებული ემოციის ბუნებასთან, რაც სასკოლო ასაკის სხვადასხვა საფეხურზე სხვადასხვანაირად ვლინდება. დაწყებითი სასკოლო ასაკის თავისებურებანი მოითხოვს ყურადღების აქცენტირებას ინტერესის აღძვრის ისეთ ფსიქოლოგიურ მოვლენაზე, როგორიცაა ემოცია. „ემოცია სულიერი მდგომარეობაა, რომელიც ჩვენს განცდას დროებით მაინც მთლიანად ავსებს და მთელს დანარჩენ სულიერ ცხოვრებას იმორჩილებს“ [55]. ემოცია რაღაც ზომით წარმართავს ქცევას, შესძენს მას ღირებულებას. როგორც ფსიქოლოგები პიაჟე, კლაპარედი მიიჩნევენ „ემოცია ადამიანის მოქმედებას აძლევს

საჭირო ენერგიას, ხოლო ცოდნა ქცევას ანიჭებს განსაზღვრულ სტრუქტურას“. [79], [80]. სხვაგვარად, ქცევა წარმოადგენს „ერთიან ველს“, რომელიც შეიცავს როგორც სუბიექტს, ისე ობიექტს. ველის დინამიკას ქმნის გრძნობა, ხოლო სტრუქტურას განსაზღვრავს ცოდნა. ემოციური პროცესები ერთ შემთხვევაში ზრდის მოქმედების ეფექტურობას, მეორე შემთხვევაში არღვევს კიდეც მას.

დაწყებითი სკოლის მოსწავლეთათვის აქტიურობის წამყვან ფორმას თამაშთან ერთად სწავლა წარმოადგენს. აქედან გამომდინარე, „ემოციური აღზრდის ზოგადი ამოცანა განსაზღვრული უნდა იქნეს, როგორც ემოციის ადაპტური ფორმების შემუშავება, როგორც ემოციის ისეთი ფორმების უზრუნველყოფა, რომელიც ადეკვატურ პასუხს წარმოადგენს გარემოს ზემოქმედებაზე“. [36]. ეს პრობლემა სწავლების სწორად შერჩეულმა მეთოდიკამ უნდა გადაჭრას.

ემოციის ერთ-ერთი სახე, რომელიც თავისი პედაგოგიური მნიშვნელობით გამოირჩევა, არის გაკვირვება. გაკვირვების ემოცია მცირე ხანს გრძელდება, ხოლო მისი გამომწვევი სიტუაცია იწვევს დაფიქსირებასა და შემეცნებით განწყობილებას. ამ მხრივ გაკვირვების ემოციას დიდი მასტიმულირებელი მნიშვნელობა აქვს. გაკვირვების გამომწვევი სიტუაციები ბიძგს აძლევს გაგების სურვილს. აზროვნების სფეროში. სწავლების ამოცანაა, მოჩვენებითი წონასწორობის დარღვევის მიზნით, სათანადო მეთოდიკური მიდგომით, დაუბრუნოს ობიექტს უჩვეულო და საკვირველი ხასიათი. გაკვირვების ემოცია მოსწავლეებში აღძრავს სწავლის მოტივს-ინტერესს, რომელიც, თავის მხრივ, შემეცნებითი პროცესების აქტივიზაციის წინაპირობაა.

ამერიკელი ფსიქოლოგი იზარდი, რომელიც ცნობილია თავისი ფუნდამენტური შრომებით ემოციათა პრობლემებზე, ინტერესის შესახებ წერს: „ინტერესი ყველაზე ხშირი დადებითი ემოციაა. იგი მოტივაციის განსაკუთრებულ მნიშვნელოვან სახეს წარმოადგენს ჩვევების, ცოდნისა და ინტელექტის განვითარებაში. ინტერესი ერთადერთი მოტივაციაა, რომელსაც შეუძლია ნორმალური სახით განაპირობოს ყოველდღიური მუშაობა. იგი აუცილებელია მოქმედებისათვის“. [79].

ინტერესი განიცდება, როგორც გატაცება, მოხიბვლა, ცნობისმოყვარეობა. დაინტერესებული პიროვნებისათვის დამახასიათებელია სურვილი კარგად გაერკვეს

ყველაფერში. აღიჭურვოს ახალი ინფორმაციით, ახლებურად მიუდგეს ინტერესის აღმძვრელ ობიექტს.

ხანგრძლივი პედაგოგიური პრაქტიკით დადასტურებულია, რომ მოსწავლის გონებრივი აქტიურობის გამოვლენა და შენარჩუნება ხდება მხოლოდ მისი დაინტერესების პირობებში. იმისათვის, რომ მოსწავლემ ამა თუ იმ დარგში გამოამჟღავნოს წარმოსახვა და შემოქმედებითი მიდგომა, აუცილებელია იგი იყოს მონდომებული და გატაცებული, რაც მხოლოდ დიდი ინტერესის დროს არის შესაძლებელი.

ფსიქოლოგიურმა გამოკვლევებმა და პედაგოგიურმა ექსპერიმენტებმა ცხადყო, რომ დაინტერესება ხდება ახალი ინფორმაციით, რომელიც ჩვეულებრივისაგან განსხვავებულია. ცვლილებები და სიახლეები შეიძლება დაკავშირებული იყოს გარემომცველ სინამდვილესთან ან შესაძლოა მომდინარეობდეს ადამიანის სულისაგან, აზროვნების, მეხსიერების და წარმოსახვის პროცესებიდან.

ამასთან დაკავშირებით პედაგოგიურ და ფსიქოლოგიურ მეცნიერებებში სადაო არ არის აზრი იმის შესახებ, რომ მასწავლებლის ძირითადი ფუნქცია არის არა მხოლოდ ცოდნის გადაცემა, არამედ ამ ცოდნისადმი განსაზღვრული ემოციური დამოკიდებულების შექმნა. სასწავლო პროცესის ასეთი წარმართვა მოსწავლეებში შემეცნებითი ინტერესების აღძვრას შეუწყობს ხელს. მოსწავლის შემეცნებითი მიმართულება შერჩევით ხასიათს ატარებს. როდესაც ესა თუ ის საგანი, მოვლენა ან ცნება მისთვის მნიშვნელოვანია, მაშინ უფრო მეტი ხალისითა და ინტერესით სწავლობს.

ამრიგად, ემოციაზე დაფუძნებული შემეცნებითი ინტერესის სასწავლო პროცესში სწორი წარმართვა ფსიქოლოგიური და პედაგოგიური თვალსაზრისით გამართლებულია და დაწყებითი სკოლის მოსწავლეთათვის მეტად მნიშვნელოვანია.

§2. დაწყებით კლასებში მათემატიკის სწავლების მეთოდიკური საფუძვლები

დაწყებითი სკოლის მათემატიკის სწავლების ერთ-ერთი უმთავრესი ამოცანაა კონკრეტულ-ხატოვანი აზროვნების განვითარება, გამდიდრებული აბსტრაქტული აზროვნების ელემენტებით.

მათემატიკური ცნებები გვევლინებიან, როგორც რეალური სამყაროს ურთიერთობებისა და ფორმების აბსტრაქციები. ამიტომ, მოსწავლეებში აბსტრაქტული აზროვნების ჩამოსაყალიბებელი ამოცანების მიხედვით, მათემატიკა მნიშვნელოვანი უპირატესობით გამოირჩევა დანარჩენი სასკოლო დისციპლინებისაგან, მისაწვდომად ამჟღავნებს აბსოლუტური აზროვნების ძალას.

აბსტრაქტული აზროვნების ცნებიდან იკვეთება ლოგიკური აზროვნების ცნება, რომელიც გულისხმობს ისეთ მოქმედებას, როგორიცაა შედარება-შეპირისპირება, ანალიზი, სინთეზის განზოგადება, აბსტრაგირება და სხვ.

მათემატიკის სასკოლო კურსის შესაძლებლობების მიხედვით მოსწავლეთა ლოგიკური აზროვნების ჩამოსაყალიბებელი საკითხები ასახულია ვ. აბდულოვის, გ.დოროფეევის, ი. გიბშის, ი. ნიკოლსკაიას, ა. პიშკალოს, ა. სემუშინის, ა. სტოლიარის, ა. ხინჩინის, ა. ფეტისოვის და სხვათა შრომებში.

ლოგიკური აზროვნების შესახებ საყოველთაოდ მიღებული განსაზღვრება ეკუთვნის ცნობილ მათემატიკოსსა და მეთოდისტს ა. სტოლიარს. [90]. ლოგიკურ აზროვნებას სტოლიარი განმარტავდა როგორც „ზუსტსა და სწორ აზროვნებას, რომლის მეშვეობითაც მიიღწევა ჭეშმარიტება და რომლის დასკვნებიც მთლიანად შეესიტყვება გარესამყაროს სინამდვილესა და რეალობას“. ა. სტოლიარს მიაჩნდა, რომ სწორედ მათემატიკას ეკუთვნის უდიდესი წილი ლოგიკური აზროვნების ჩამოყალიბებაში, რამდენადაც თითოეული მათემატიკური მსჯელობა ჯაჭვური ლოგიკური აზროვნების შემადგენელი ნაწილია, მისი აუცილებელი ელემენტია. „განსაკუთრებული, მხოლოდ მათემატიკური აზროვნების სტილისათვის დამახასიათებელი თავისებურებების წყალობით მათემატიკა ყველაზე თვალსაჩინოდ წარმოადგენს მსჯელობათა ლოგიკურ სქემას.“ [90].

ა.სტოლიარის მიერ გამოთქმულ ამ შეხედულებასთან დაკავშირებით გ.დოროფეევი და ნ.როზოვი აღნიშნავენ, რომ ლოგიკური აზროვნების ასეთ განმარტებაში იგულისხმება აზროვნების ერთობ აქტიური და პროდუქტიული სახე. ამასთან, თავადაც გვთავაზობს საინტერესო განსაზღვრებას: „ლოგიკური აზროვნება ეს არის ზუსტი, პროდუქტიული აზროვნება, ეს არის სააზროვნო საშუალებებით ჭეშმარიტების მიღწევა.“ [77].

აქვე დოროფეევი და როზოვი მიუთითებენ, რომ აზროვნების პროდუქტიულობა უზრუნველყოფს მიღებული შედეგების მიღწევებს, ხოლო აზროვნების სიზუსტე კი-ამ შედეგთა ჭეშმარიტებას.

მათემატიკის დაწყებითი კურსის შინაარსის გაანალიზების, მათემატიკის სწავლების ლოგიკურ უნართა ჩამოყალიბებასთან დაკავშირებული შრომების შესწავლისას გამოიკვეთა ლოგიკური უნარ-ჩვევების ნუსხა.

მოსწავლეებმა უნდა შეძლონ:

1. ობიექტების შედარება-შეპირისპირება მითითებული ნიშნის მიხედვით, ამ შედარებათა შეპირისპირების საფუძვლის წარმოჩენა;

2. სხვადასხვა ობიექტებს შორის საერთო და განმასხვავებელი თვისებების გამოკვეთა;

3. ობიექტთა კლასიფიცირება მითითების საფუძველზე;

4. ინფორმაციის გაანალიზება ტექსტის, ამოცანის, სიტუაციისა და მისთ. შემადგენელ ნაწილებად დაყოფა;

5. ინფორმაციის სინთეზირება, რამდენიმე სხვადასხვა ინფორმაციის ურთიერთდაკავშირება და გამთლიანება;

6. ჭეშმარიტი წანამძღვრებისა და დასკვნათა სწორი ფორმების საფუძველზე შესაბამის გადაწყვეტილებათა მიღება.

7. კანონზომიერებებისა და კავშირების გამოვლენა;

8. უმარტივეს განზოგადებათა გამოტანა;

9. ობიექტთა არსებითი ნიშან-თვისებების გამოკვეთა.

აღსანიშნავია, რომ ჩამოთვლილ უნართა ფორმირების საჭიროება წყდება არა მხოლოდ მათემატიკის სახელმძღვანელოების ანალიზის მეშვეობით. ქართული ენის,

გარე სამყაროს, შრომის დაუფლების და სხვა საგნების შესწავლისას მოსწავლეებმა აუცილებლად უნდა შეძლონ სიტუაციის გაანალიზება, მიზეზთა დადგენა, ჭეშმარიტი წანამძღვრებისა და დასკვნათა სწორი ფორმების საფუძველზე შესაბამის გადაწყვეტილებათა გამოტანა და მისთ. ყოველივე ეს კი ჩამოთვლილი უნარ-ჩვევების ზოგად ხასიათზე მიუთითებს.

ლოგიკური აზოვნება შეიძლება განვავითაროთ სპეციალური სავარჯიშოთა სისტემის მეშვეობით, მაგრამ ამ უნარის წვრთნას ჯერ-ჯერობით სათანადო ყურადღება არ ექცევა დაწყებითი კლასების არა მარტო მათემატიკის სასწავლო საგნის, არამედ სხვა საგნების სწავლების დროსაც, თუმცა ლოგიკური აზროვნების ელემენტებს შეიცავს ყველა სასკოლო დისციპლინა.

ჩვეულებრივ, ლოგიკური ამოცანები ამოცანათა ის მრავალფეროვანი კლასია, რომელიც ავითარებს ლოგიკურ აზროვნებას. ლოგიკურ აზროვნებაში იგულისხმება: დაკვირვების, შედარება-შეპირისპირების, კლასიფიცირების, ინფორმაციის ანალიზისა და სინთეზის, კანონზომიერებათა და არსებით თვისებათა გამოვლენის, დასკვნების, უმარტივეს განზოგადებათა გამოტანის უნარები.

ეს ამოცანები გარკვეულწილად სიუჟეტური ხასიათისაა. ხშირად მათში აისახება ყოველდღიური ცხოვრების რეალური სიტუაციები. ერთი შეხედვით, ერთმანეთთან თითქმის არაფრით დაკავშირებული გარემოებები რიგი გამოთქმული აზრებითა და ლოგიკური დასკვნების მეშვეობით შესაძლებელი ხდება ყველა აუცილებელი ცნობის დადგენა.

ლოგიკურ ამოცანათა ამოხსნა თავისი არსით წარმოადგენს მოკლე მეცნიერულ დასკვნებს. კერძოდ, განიხილება რიგი ცალკეული მტკიცებები, მათი შინაარსობრივი ანალიზი, ყალიბდება სავარაუდო გადაწყვეტილებანი, მოწმდება ამ გადაწყვეტილებათა შეფარდება თავდაპირველ მონაცემებთან; თუ ეს მონაცემები ვერ დააკმაყოფილებს პირობებს, მაშინ ამოხსნა იწყება თავიდან. ეს პროცესი გრძელდება მანამ, ვიდრე არ მოიძებნება ამოცანის სწორი პასუხი.

დაწყებით კლასებში მოსწავლეთა უმრავლესობას უძნელდება ლოგიკური ამოცანების ამოხსნა, თუმცა უმრავლეს შემთხვევაში ამ ამოცანების ამოხსნა არ მოითხოვს არავითარ განსაკუთრებულ სპეციალურ ცოდნას.

ამ თვალსაზრისზე დაყრდნობით [50] შემუშავებულია ლოგიკური ამოცანების სისტემა და მოყვანილია ამ მასალის სწავლების მეთოდიკა. კერძოდ, განხილულია შემდეგი სახის ლოგიკური ამოცანა. (სულ 24 ამოცანა):

1. სიტუაციის გარკვევის ამოცანები (მონაცემებისა და ურთიერთობების განსაზღვრა (4 ამოცანა);

2) შედარება-შეპირისპირების ამოცანები (4 ამოცანა);

3) სხვაობათა დადგენის ამოცანები (2 ამოცანა);

4) ლოგიკური ოპერაციის-უარყოფის ამოცანები (2 ამოცანა);

5) ასაკის დადგენის ამოცანები (4 ამოცანა);

6) სიჩქარის განსაზღვრის ამოცანები (3 ამოცანა);

7) კომბინატორული ამოცანები (5 ამოცანა).

ეს საკითხები დასახელებულ მონოგრაფიაში იმდენად სრულად და ამომწურავად არის გარჩეული, რომ ამ საკითხის გაშუქებას ჩვენ აქ აღარ შევუდგებით. შევნიშნავთ მხოლოდ ერთს: ჩვენი აზრით, დაწყებით კლასებში მათემატიკის სწავლების პროცესის უკეთ წარმართვისათვის, უმჯობესი იქნება ამოცანათა უფრო მრავალფეროვნება და სიმრავლე.

სივრცითი აზროვნება.

ფსიქოლოგთა უმრავლესობა იყენებს ტერმინს „სივრცითი აზროვნება“ და გამოყოფს მას როგორც აზროვნების დამოუკიდებელ სახეს (კ. გურიჩევი, ე. კაბანოვა-მილერი, ტ. კუდრიავცევი, ნ. ლინკოვა, ვ. პუშკინი, ბ. ტეპლოვი, ნ. ტიხი, ვ. ჩებიშევა, ი. იაკიმანსკაია). თუმცა ფსიქოლოგიურ ლიტერატურაში არ არსებობს ტერმინის „სივრცითი აზროვნების“ ერთმნიშვნელოვანი განსაზღვრება. ხშირად სხვადასხვა ავტორი ერთსა და იმავე პროცესს განსაზღვრავს განსხვავებული ტერმინებით: თვალსაჩინო წარმოდგენები (ე.გლაგოლევა, ზ.მოისეევა, ბ.სოროკინი), სივრცითი წარმოსახვები (ბ.ლომოვი, ვ.კოლბანოვსკი, ბ.რებუსი), სივრცითი წარმოდგენები (ნ.მალკო, პ.სოროკინი, ფ.შემიაკინი); მხედველობითი აზროვნება (ი.არიევიჩი, ნ.ნიჩაევი); ვიზუალური აზროვნება (რ.არხეიმი, ნ.ვერგელისი, ვ.ზინჩენკო, კ.პეტუხოვი)და პირიქით, ერთი და იმავე ტერმინით გამოხატავენ განსხვავებულ ფსიქიკურ პროცესებს.

სივრცითი აზროვნება სოციალური ხასიათისაა და ყალიბდება ბავშვის საერთო ფსიქიკური განვითარების საფუძველზე, კერძოდ, გარე სამყაროსთან ურთიერთობებისა და სწავლების უშუალო გავლენით, სადაც ყველაზე მკაფიოდ ურთიერთკავშირებსა და ურთიერთდამოკიდებულებებში იგრძნობა და შეიმეცნება მატერიალური სამყაროს თითოეული ობიექტის სივრცითი თვისებები და ურთიერთობანი. უფრო დაკონკრეტებით სივრცითი აზროვნება გამოვლინდება აურაცხელი საგნის შესაქმნელი ათასგვარი მოქმედიანობით: გაზომვით, აგებით, მოდელირებით, კონსტრუირებით და სხვ. ამგვარად, ტერმინით „სივრცითი აზროვნება“, გამოიხატება ურთულესი პროცესი, რომელიც გულისხმობს, როგორც ლოგიკურ ოპერაციებს, ისე ქმედებათა გარკვეულ ჯაჭვსაც, რომელთა გარეშე სახოვანი აზროვნების პროცესი ვერ განხორციელდება.

სივრცითი ფაქტორი (სივრცითი აზროვნება), გვევლინება რა ხატოვანი აზროვნების ერთ-ერთ ფორმად, ემსახურება ადამიანის მოქმედიანობის ნაირგვარობებს და უშუალო გავლენას ახდენს მათ ეფექტურობაზე.

სივრცითი აზროვნების განვითარების მაღალი დონე არა მხოლოდ მიზანია, არამედ აუცილებელი პირობა სხვადასხვა დისციპლინების შესასწავლად (მათემატიკა, ფიზიკა, ასტრონომია, ქიმია, გეოგრაფია, ხაზვა და სხვ). ეს აიხსნება იმით, რომ მეცნიერებასა და ტექნიკაში ყველაზე უფრო სივრცითი მოდელები გამოიყენება.

სივრცითი აზროვნების აქტივიზაციის მიზნით მკვლევარები გვთავაზობენ ორიენტაციის საშუალებების ფორმირებას რეალურ სივრცეში (ბ.ანანიევი, ე.რიბალკო); აზრობრივი მოქმედიანობის ხერხებს (ლ.ვაიტკუნენე, ე.კაბანოვა-მილერი); ანალიტიკურ-სინთეზურ მოქმედიანობას (ი.იაკიმენსკაია); გეომეტრიულ წარმოდგენებს (გ.ვლადიმირსკი, ნ.ჩეტვერუხინი); მათემატიკურ წარმოსახვებს (ზ.ჟურავლიოვი, ფ.შემიაკინი); გრაფიკულ უნარ-ჩვევებს (ა.ბოტვინიკოვი, მ.ლომოვი) და ა.შ.

ცნობილია რიგი გამოკვლევებისა, რომლებიც მიმართულია სწავლების პროცესში სივრცითი აზროვნების ეფექტური განვითარების გამოსავლენად. მათემატიკის შესწავლისას ამის მიღწევას ცდილობენ სპეციალურად შერჩეული

სავარჯიშოთა სისტემის ამოხსნის გზით (ს. პეტროვი, ა. ფეტისოვი), თვალსაჩინოებათა სხვადასხვა სახეობის აქტიური გამოყენებით (გ.ვლადიმირსკი, ნ. ჩეტვერუხინი); სივრცის სასწავლო მოდელებით (ა.ზანევსკი); პრაქტიკული დავალებებით-სივრცითი ობიექტების მოდელირებით, მათი სივრცით-მდებარეობითი განზომილებით (მ.დრუჟინინი, ვ.ზიკოვი, ა.პოსტნევი); საგანთშორისი კავშირების განხორციელებით (ე.ბაკლიცკაია, ი.ტესლენკო); სივრცითი სახეების ოპერირების პროცესებზე დაკვირვებით (შ.ზონდარი, რ.პანომარიოვა, კ.ლინკოვა, ი.ტიხომიროვა, ი.იაკიმენსკაია).

სივრცითი აზროვნების განვითარება დაწყებით სკოლაში, ტრადიციულად გვევლინება ბავშვის მათემატიკური განათლების ერთ-ერთ ძირითად ამოცანად. ასევე ტრადიციულად ეს ამოცანა უკავშირდება გეომეტრიული მასალის შესწავლასაც.

გეომეტრიულ ცნებათა და მიმართებათა მოქმედი სისტემის შესწავლის ანალიზი დაწყებით კლასებში გვიჩვენებს, რომ გეომეტრიული ცოდნა განიხილება როგორც მეორეხარისხოვანი, რომელსაც არ გაჩნია დამოუკიდებელი ღირებულება და მნიშვნელობა და წარმოადგენს არითმეტიკული მასალის ერთგვარ დამატებას.

ტრადიციულად, მოსწავლეთა გეომეტრიული წარმოდგენების მოცულობა, რომელიც განსაზღვრულია დაწყებითი სკოლის პროგრამით, მცირეა და შემოიფარგლება მხოლოდ ბრტყელი ფიგურების გაცნობით.

დაწყებითი სკოლის გეომეტრიული ამოცანებისა და დავალებების სისტემის ანალიზის შედეგები ცხადყოფს, რომ მოსწავლეთა სივრცითი აზროვნების ფორმირების მიზნით, აუცილებელია გაფართოვდეს კურსის გეომეტრიული შინაარსი.

სივრცითი აზროვნების სპეციფიკისა და დაწყებით კლასებში შესასწავლი გეომეტრიული მასალის შინაარსის გათვალისწინებით შეიძლება გამოვყოთ უნარ-ჩვევათა სისტემა, რომლის ფორმირებითაც განისაზღვრება დაწყებითი კლასების მოსწავლეთა სივრცითი აზროვნება.

ეს უნარ-ჩვევებია:

1. ობიექტის სიდიდეზე გონებრივი ოპერირების უნარი;

2. ობიექტის ფორმაზე გონებრივი ოპერირების უნარი;

3. ობიექტის მდებარეობის გონებაში სახეცვლილების უნარი;

4. ობიექტის სტრუქტურის გონებაში სახეცვლილების უნარი;

ერთდროულად ობიექტის მდებარეობისა და სტრუქტურის გონებაში სახეცვლილების უნარი.

ე.ი. სივრცითი აღქმის პროცესი დაწყებითი კლასების მოსწავლეებისაგან ითხოვს ობიექტების სიდიდის, მდებარეობის, სტრუქტურის სახეცვლილებისა და ოპერირების უნარს. ზემოთ ჩამოთვლილი უნარებიდან ორი ემსახურება სახეთა შექმნას, სამი კი-სახეებით ოპერირებას.

მათემატიკის ენა.

ენა არის დინამიური სისტემა, რომელიც იხმარება ადამიანის ურთიერთობის გაგებინების საშუალებად.

„ნიშანთა სისტემა“ მასალაზე მიუთითებს, „ურთიერთობა“, „გაგებინება“-ენის დანიშნულებაზე. ჩვეულებრივ მიუთითებენ ენის სხვა ფუნქციაზეც. ენა-აზროვნების იარაღია, მას გარკვეული შინაარსის გადმოცემის ობიექტივაცია ეკისრება. მაგრამ ამ სამი ფუნქციიდან ძირითადია პირველი: ენის საკომუნიკაციო ფუნქცია. (ენა-ურთიერთობის საშუალებაა). ორი დანარჩენი (ექსპრესიული, საობიექტივაციო) ამ პირველზეა დამოკიდებული.

ურთიერთობა გულისხმობს მთქმელს, მსმენელს და სათქმელს. სათქმელი ნაწევრდება მთქმელის ცნობიერებაში, ყალიბდება სიტყვებში. მსმენელი გაიგონებს ნათქვამს და თუ ნათქვამი გასაგებია, შესაბამის აზრად შეკრავს. გაგებინება ანალიზით იწყება (მთქმელის ცნობიერებაში) და სინთეზით მთავრდება (მსმენელის ცნობიერებაში). ეს იმ შემთხვევაში, თუ ნათქვამი გასაგებია, თუ არა და მსმენელი გაიგონებს ნათქვამს, მაგრამ გაგონილი სათანადო აზრს არ გამოიწვევს.

ენა რთული მოვლენაა; სამეტყველო ბგერები ფიზიკური ბუნებისაა, სათქმელის ანალიზი და სინთეზი ფსიქიკურ პროცესებს გულისხმობს [61].

აზრის მოკლედ და ლაკონურად გამოხატვისათვის, მიუხედავად მრავალმხრივობისა და მოქნილობისა, მთელ რიგ შემთხვევებში სალაპარაკო ენა არ არის საკმარისი ადამიანთა შორის ურთიერთობისათვის. ამის გამო საზოგადოებრივი ცხოვრების სხვადასხვა სფეროში, კერძოდ, მეცნიერებებში შემუშავებულია

სპეციფიკური ენები. მაგალითად, ამა თუ იმ ნაკეთობათა დასამზადებლად, გარდა სიტყვიერი აღწერილობისა, იყენებენ მოდელებს და ნახაზებს. ნახაზი ინფორმაციის გადაცემის ერთგვარი ენაა. მას ის უპირატესობა აქვს, რომ მისი წაკითხვა ნებისმიერ სპეციალისტს შეუძლია.

მეცნიერებაში განსაკუთრებით მნიშვნელოვანია აზრის გამოხატვის სიცხადე და სიზუსტე. მეცნიერულმა ენამ ინფორმაციის აღქმისას არ უნდა შექმნას დამატებითი სირთულეები. მან ცალსახად უნდა გადმოსცეს იდეები და ფაქტები. მეცნიერებამ თვითონ უნდა შეიმუშაოს საკუთარი ენა, რომლითაც შესაძლებელია მისთვის დამახასიათებელი თავისებურებების ზუსტად გადმოცემა. ენები დროთა განმავლობაში განიცდიდნენ და განიცდიან ცვლილებებს. ენები ვითარდება, იხვეწება და მდიდრდება მათი ლექსიკა.

მათემატიკა არა მარტო ფაქტების და მეთოდების ერთობლიობაა, არამედ იგი სხვადასხვა სფეროს მეცნიერების ან პრაქტიკული საქმიანობის აღწერის ენაა. მათემატიკის ენა წარმოადგენს „სამუშაო აპარატს“ სხვადასხვა ტიპის ამოცანების ამოხსნისათვის. ამიტომ, როცა ვამბობთ „მათემატიკის ენას“, მხედველობაში გვაქვს მათემატიკის საგანი. იგულისხმება, რომ თანამედროვე მათემატიკის ენა წარმოადგენს ხანგრძლივი განვითარების შედეგს.

ისტორიულად მათემატიკის ენა ვითარდებოდა მათემატიკის განვითარების პარალელურად. ცხადია, ეს პროცესი არ დამთავრებულა და გრძელდება. მაგალითად შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ, რომ XXI საუკუნის მეორე ნახევრის მათემატიკის ენა განსხვავებული იქნება ჩვენი პერიოდის მათემატიკის ენისაგან. [59].

მათემატიკური ენის ძირითადი კომპონენტებია მისი ტერმინოლოგია და სიმბოლიკა. იგი წარმოიშვა ზუსტი და მტკიცე ფორმულირების შედეგად, როგორც ბუნებრივი ენის რეზულტატი. მისი განვითარება ძირითადად წარიმართა სამი მიმართულებით: ა) აუცილებლობით; ბ) მრავალმხრივი გამოყენებით; გ) გამომხატველობითი შესაძლებლობების გაფართოებით.

მათემატიკა გვაძლევს მოხერხებულ, დასაბუთებულ, უტყუარ მეთოდებს რეალურ სამყაროში მიმდინარე პროცესების აღწერისათვის. ამ აზრით ასრულებს ენის ფუნქციას. ცნობილი ფიზიკოსი ნილს ბორი აფასებდა მათემატიკის უდიდეს

როლს ბუნებისმეტყველების თეორიის განვითარებაში, მიუთითებდა, რომ „მათემატიკა-ეს არის ენა პლუს აზროვნება. ეს არის ენა და ლოგიკა ერთად აღებული.“

ისმის კითხვა: რა როლს ასრულებს მათემატიკის ენა?

პირველ რიგში ამ ენის დახმარებით ზუსტად ვაყალიბებთ რაოდენობით თანაფარდობებს.

მეორე-მათმატიკის ენაზე ვახდენთ მეცნიერული თეორიის კანონზომიერებების ზუსტ ფორმულირებას.

მესამე-იგი საშუალებას გვაძლევს კვლევის პროცესში გამოვიყენოთ ზუსტი მათემატიკური მსჯელობანი და ლოგიკის აპარატი.

მათემატიკის ენისათვის არანაკლებ მნიშვნელოვან კომპონენტებს წარმოადგენენ სიმბოლოები. ამის გამო მას შემთხვევით არ აიგივებენ სიმბოლურთან. მათემატიკური სიმბოლიკა საშუალებას გვაძლევს შევასრულოთ რიგი მნიშვნელოვანი ფუნქციები. ინფორმაციის ჩაწერის შემჭიდროება გავხადოთ მსუბუქი და მოხერხებული შემდგომი დამუშავებისათვის.

ფორმულის ენა, როგორც ნებისმიერი სამეტყველო ენა, წარმოადგენს აზრის ერთმნიშვნელოვნად გამოსახვის საშუალებას.

მათემატიკა არის ენა. როგორც ყველა ენას, მასაც აქვს თავისი სინტაქსი და ორთოგრაფია, ამიტომ, ნებისმიერ სხვა ენაზე დაწერილი ტექსტის მსგავსად, მათემატიკური ტექსტიც გამართული უნდა იყოს-დაცული უნდა იყოს მართლწერის კანონები. მარტო ფრჩხილების, მოქმედებათა ნიშნებისა და ფუნქციონალური ოპერაციების კონკრეტულად და სათანადო ადგილას დაწერა არ არის საკმარისი. საჭიროა სასვენი ნიშნების ხმარებაც. საქმე ის არის, რომ ყოველი გამოსახულება, განტოლება და ფორმულა გარკვეული მათემატიკური წინადადებაა და საჭირო შემთხვევაში სასვენი ნიშნების-მძიმის, წერტილ-მძიმის და წერტილის დასმას მოითხოვს.

მათემატიკურ ენებში ტერმინოლოგია ძირითადად აღებულია ბერძნულიდან და ლათინურიდან. სამეცნიერო, სასწავლო და მეთოდიკურ ლიტერატურაში მრავალი საინტერესო ტერმინი შემოღებულ იქნა რუსების მიერ, დაწყებული ლომონოსოვის პერიოდიდან. ქართული ენა ერთ-ერთი უძველესი და მდიდარი ენაა, ამიტომ

შექმნილია მრავალი საინტერესო ტერმინი, რომელიც პრაქტიკულ საქმიანობაში გამოიყენებიან.

მათემატიკური ენის შესახებ საუბარი განპირობებულია იმით, რომ გაცნობიერებულ იქნეს ის უდიდესი მნიშვნელობა, რომელიც ეკისრება დაწყებით კლასებში მათემატიკური ენის შესწავლის საკითხს. სწორედ დაწყებით კლასებში იწყება მათემატიკური ტერმინების და სიმბოლოების შესწავლა, რომელზე დაყრდნობითაც მოსწავლეები შემდგომ აგებენ გარკვეულ მსჯელობებს, გადმოსცემენ საკუთარ აზრებს, აყალიბებენ ჰიპოთეზებს და სხვ.

მოზარდის ენის კულტურის განვითარება სკოლის პირდაპირი და ფრიად საპასუხისმგებლო ამოცანაა. ამ ამოცანის გადაწყვეტაში დიდი როლი უნდა ითამაშოს დაწყებითი მათემატიკის სწავლების პროცესმაც. აქ ლაპარაკია მოსწავლეთა მათემატიკური მეტყველების განვითარებაზე. მათემატიკური მეტყველება თავისი მოცულობით და შინაარსით ბევრ რამეს მოიცავს. დაწყებით სკოლაში მეტყველების პირველ ეტაპზე განიხილება მსჯელობა.

მეტყველება ორგვარია-ზეპირი და წერითი. ბავშვი სკოლაში მისვლამდე თვითონ სწავლობს ზეპირ მეტყველებას, რითაც ახდენს ურთიერთობებს უფროსებთან, ამხანაგებთან. ე.ი. სკოლამდელ ასაკში ბავშვი აღწევს მეტყველების განვითარების გარკვეულ დონეს. უმრავლეს შემთხვევაში წერით მეტყველებას ბავშვი სკოლაში სწავლობს. შემდგომ წერითი და ზეპირი მეტყველების სახეები ერთმანეთზე მოქმედებს და ერთმანეთის განვითარებას განაპირობებს, ხოლო ორივე ერთად, კი უზრუნველყოფს ბავშვის აზროვნების განვითარებას.

მათემატიკური მეტყველების განვითარებას მრავალი ფაქტორი უწყობს ხელს. განვიხილოთ ზოგიერთი მათგანი.

ერთ-ერთი მნიშვნელოვანია მათემატიკურ ტერმინებზე მუშაობა. მოსწავლემ უშეცდომოდ უნდა იცოდეს არითმეტიკულ მოქმედებათა კომპონენტებისა და შედეგების სახელწოდებანი. შეკრებისას-პირველი შესაკრები, მეორე შესაკრები, ჯამი. გამოკლებისას-საკლები, მაკლები, სხვაობა. გამრავლებისას-სამრავლი, მამრავლი, ნამრავლი. გაყოფისას-გასაყოფი, გამყოფი, განაყოფი. მოსწავლემ უნდა იცოდეს არითმეტიკულ მოქმედებათა წაკითხვა, იცნობდეს მათ ნიშნებს და შეძლოს მათი

გამოყენება. მას უნდა შეეძლოს სათანადო კონტექსტში გამოიყენოს ტერმინთა ქართული სინონიმები, როგორიცაა: პლუს-მივუმატოთ, შევკრიბოთ. მინუს-გამოვაკლოთ, სხვაობა და სხვ. [64].

მოსწავლე უნდა შეეჩვიოს რიცხვითი გამოსახულებების სხვადასხვაგვარ წაკითხვას. ვთქვათ, მოცემულია გამოსახულება: 13-9. მოსწავლემ ის შეიძლება სხვადასხვანაირად წაიკითხოს: „13-ს მინუს 9“, „13-ისა და 9-ის სხვაობა“, „13-ს გამოკლებული 9“, „13 შემცირებული 9-ით“, „13-ზე 9-ით ნაკლები“ და სხვ. წაკითხვის მრავალფეროვნება ათავისუფლებს მოსწავლეს რიცხვით გამოსახულებასთან ფორმალური მიჯაჭვისაგან და მოსწავლე შეგნებულად გაიგებს რიცხვითი გამოსახულების შინაარსობრივ მხარეს.

მოსწავლეთა ზეპირი მეტყველების განვითარებაში მეტად ეფექტურია კონტრმაგალითის მოყვანა მასწავლებლის მიერ, მათემატიკური კარნახის ჩატარება, ისეთი სავარჯიშოების ამოხსნა, რომელიც მოითხოვს გამოტოვებული სიტყვის აღდგენას წინადადებაში, ლოგიკური სავარჯიშოების შესრულება და სხვ. კონტრმაგალითის ხშირად მოყვანის შემდეგ მოსწავლეები თვითონ მიეჩვევიან კონტრმაგალითის მოყვანას, რაც ხელს შეუწყობს არა მარტო მოსწავლის ზეპირი მეტყველების განვითარებას, არამედ ლოგიკური აზროვნების განვითარებასაც.

სათანადო ყურადღება უნდა მიექცეს გეომეტრიულ ფიგურათა დასახელებების შესწავლას. მოსწავლემ უნდა შეძლოს ფიგურის ჩვენებისას დაასახელოს სათანადო ტერმინი და პირიქით, ტერმინის დასახელებისას უჩვენოს სათანადო ფიგურა. მან უნდა შეძლოს ფიგურათა გამოსახვა სიბრტყეზე. [65].

ზემოთ აღნიშნულის გარდა დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში ტერმინები მრავალია. ყოველი ტერმინის დამუშავება მასწავლებლის მიერ უნდა მიმდინარეობდეს სათანადო პრაქტიკული სავარჯიშოების განხილვით და მიღწეული უნდა იქნეს შეგნებულობის მაღალი დონე.

არანაკლები ყურადღება უნდა მიექცეს სათანადო ტერმინებით ცნებათა განსაზღვრების სწავლებას. მართალია, დაწყებით კლასებში ყველა ცნება, რომელიც ისწავლება არ განისაზღვრება, რადგან ამ ასაკში ბავშვებისათვის ეს ნაადრევია, მაგრამ

რომელიც განისაზღვრება მას უნდა მიექცეს განსაკუთრებული ყურადღება, წინა პლანზე უნდა წამოიწიოს საკითხის პრაქტიკულმა მხარემ. [20].

ზ. ვახანია გვთავაზობს ცნებათა სწავლების ორიგინალურ მეთოდს, რომელიც მის მიერვე შემოღებულ მზაობის პრინციპზეა დამყარებული და ჩვეულებრივთან შედარებით საკმაოდ ეფექტურია. „მთავარი ყურადღება უნდა დაეთმოს სასკოლო მათემატიკის ძირითადი ცნებების საფუძვლიან გააზრებას მოსწავლეთა მიერ. უპირველესად მოსწავლეს კარგად უნდა ესმოდეს თვით ცნებები და მხოლოდ ამის შემდეგ, თუკი ეს აუცილებელია, გაიწაფოს მათემატიკურ მოქმედებებსა და გარდაქმნებში. [20].

ყოველი მათემატიკური ცნება კი მეტ-ნაკლებად აბსტრაქტული შინაარსისაა. მზაობის პრინციპის მიხედვით, მოსწავლე წინასწარ უნდა იყოს შემზადებული ახალი ცნების სწავლისათვის. ცნების სწავლება უნდა დაემყაროს შესამზადებელ საფეხურს-მოსწავლის საკუთარ, დამოუკიდებელ წინასწარ აქტიურობას ამოცანებზე, რომლებიც მიმართულია შესასწავლ ცნებაზე, ადვილია და თან ახდენს მოსწავლის გონების შემზადებას ახალი ცნებისათვის. ამ შემზადების შემდეგ საშუალო მოსწავლესაც ხელეწიფება ცნების დამოუკიდებლად აღმოჩენა და გააზრება. შესამზადებელი ერთი ამოცანა თითქმის არასოდეს არაა საკმარისი. როგორც წესი, საჭიროა ორიდან შვიდ ამოცანამდე“. [20].

მზაობის პრინციპის არსიდან გამომდინარე ზ. ვახანია ცნების სწავლებისათვის გვთავაზობს მის საფეხუროებრივ შესწავლას, რომელიც სამი საფეხურისაგან შედგება. პირველ შესამზადებელ საფეხურზე გამორიცხულია თეორიული ნაწილი, მოსწავლეები დამოუკიდებლად ხსნიან ამოცანებს, რომლებშიც მონაწილეობს შესასწავლი ცნება, ოღონდ აუცილებლად ფარული, არაფორმალიზებული სახით, მხოლოდ კონკრეტული შემთხვევების დონეზე. ცნება არც იწოდება. საჭიროების შემთხვევაში არის აგრეთვე ამოცანები ადრე ნასწავლი იმ საკითხების გასამეორებლად, რომლებსაც ლოგიკურად ემყარება სასწავლი საკითხი (შემზადება ვიწრო აზრით).

მეორე საფეხური-თეორიულია, ხდება ცნების ფორმალიზაცია ასაკისათვის მისაწვდომ დონეზე.

მესამე საფეხური, ისევე როგორც პირველი შედგება მხოლოდ ამოცანებისა და სავარჯიშოებისაგან. იგი განკუთვნილია ცნების დასახვეწად და გასამყარებლად.

ვთვლით, რომ დაწყებითი მათემატიკის სწავლების მეთოდიკური საფუძვლების ცოდნა სავალდებულოა დაწყებითი კლასების ყველა მასწავლებლისათვის, რათა მათ პრაქტიკული მოღვაწეობის დროს შეძლონ აღსაზრდელთა გონებრივი აქტიურობის მაღალი დონის მიღწევა და საფუძველი ჩაუყარონ მოსწავლეთა შემდგომი საფუძვლიანი განათლების მიღებას.

§3. დაწყებით კლასებში ალბათობის თეორიის პროპედევტიკული კურსის შემოტანის ზოგიერთი მეთოდიკური ასპექტის შესახებ

საქართველოში განათლების სიტემის რეფორმამ გამოიწვია საშუალო სკოლაში მათემატიკის სწავლების ძირეული გარდაქმნა. აუცილებელი შეიქმნა სკოლაში ისეთი საკითხების შეტანა, რომლებიც მჭიდრო კავშირშია დღევანდელ ცხოვრებასთან. საჭიროა მოსწავლეთა აზროვნება განვითარდეს ისეთი მიმართულებით, რომელიც ხელს შეუწყობს საბაზრო ეკონომიკის წარმატებით განხორციელებას. ამისათვის მიზანშეწონილად მიგვაჩნია მოსწავლეთა აზროვნების განვითარება ალბათური და კომბინატორული მიმართულებით, რათა მათ შეეძლოთ დასმული ამოცანების გადაწყვეტის ყველა შესაძლო შემთხვევების მოძებნა და მათგან ხელსაყრელი შემთხვევების შერჩევა, რის საფუძველზედაც ისინი შეძლებენ ამა თუ იმ მოვლენის მოხდენის პროგნოზირებას, რაც აუცილებელია საბაზრო ეკონომიკის პირობებში.

ალბათობის თეორიის ელემენტების ცოდნა აუცილებელი გახდა, რადგან ის ფართოდ შეიჭრა მეცნიერების სხვადასხვა დარგში. საშუალო სკოლის მათემატიკის ახალი პროგრამები ითვალისწინებენ ალბათობის თეორიის ელემენტების შესწავლას.

ალბათობის თეორიის საშუალო სკოლაში შეტანის აქტუალურობა დასაბუთებულია გამოჩენილი მეცნიერების, თეორიულ-ალბათური სკოლის ფუძემდებლების ა.ნ. კოლმოგოროვის [81], [82], ა. ხინჩინის და ბ. გნედენკოს [72], [73], [74] შრომებში. თავიანთ გამოკვლევებში მ. ერემეევმა, ვ. პოტაპოვმა, ვ. შონიამ, ბ.

ველიაევმა და სხვებმა დაამუშავეს ალბათობის თეორიის სასკოლო კურსის მეცნიერული საფუძვლები.

საშუალო სკოლის მათემატიკის კურსში ალბათობის თეორიის გამოყენებითი ორიენტაციის საკითხი შეისწავლა ვ. ფირსოვმა. ჩვენ მიერ ჩამოთვლილი მეცნიერების ნაშრომები საშუალებას გვაძლევს ვთქვათ, რომ პრობლემა საშუალო სკოლაში ალბათობის თეორიის სწავლების შესახებ სირთულეს არ წარმოადგენს.

თეორიულ-ალბათური აზროვნება საჭირო გახდა თითქმის ყველა დარგში, ალბათური აზროვნების სტილი და მისი შედეგების ცოდნა სავალდებულოა როგორც მკვლევრის, ასევე რიგითი ინჟინრის, ეკონომისტის, ექიმის, ლინგვისტისა და ნებისმიერი წარმოების ხელმძღვანელისათვის.

ალბათური და სტატისტიკური მეთოდები საშუალო სკოლაში უნდა გამოვიყენოთ ბუნების მოვლენების შესასწავლად, აგრეთვე ფიზიკის, ქიმიის, ბიოლოგიისა და გეოგრაფიის სწავლებაში. [11].

მათემატიკის გაკვეთილებზე ალბათური მიმართულებით მოსწავლეთა აზროვნების განვითარება ხდება არა მარტო ერთი და ორი გაკვეთილის დროს, არამედ ხანგრძლივი პერიოდის განმავლობაში, დაწყებული პირველი კლასიდან დამთავრებული მეთორმეტე კლასის ჩათვლით.

დაწყებითი კლასების მათემატიკის სახელმძღვანელოებში თეორიული მასალა ალბათობის თეორიის ელემენტების შესახებ პრაქტიკულად არ არის, მაგრამ არის ისეთი ამოცანები, რომლებიც თავისი ხასიათით არიან ალბათური შინაარსის.

ავტორებმა, რომლებიც ამჟამად ქმნიან ელემენტარული სკოლის მათემატიკის სახელმძღვანელოებს, კლასების მიხედვით, დაწყებული პირველი კლასიდან მეექვსე კლასის ჩათვლით უნდა გაითვალისწინონ ალბათური შინაარსის ამოცანების შეტანა მათემატიკის სისტემატურ კურსთან ერთად, რომელიც არ მოითხოვს ცალკე საათების გამოყოფას. ასეთი ტიპის ამოცანების ამოხსნის დროს არ იქნება გამოყენებული ალბათობის თეორიის ტერმინები და ფორმულები, ისინი უნდა იყოს ფარულად, არა ცხადი სახით.

ალბათობის თეორიის პროპედევტიკულ კურსს მხარს უჭერენ მეცნიერები და მკვლევარები, ისინი გამოთქვამენ რეკომენდაციებს დაწყებით და ელემენტარულ სკოლებში მის შეტანაზე.

ალბათობა და ალბათური შინაარსის ამოცანების შინაგანი თვისება საშუალებას იძლევა სკოლაში მათ შეტანას. ალბათობის საწყისი ცნებების შეტანამ არ უნდა დააზიანოს მათემატიკის სისტემატური კურსის სწავლება, პირიქით, მან ხელი უნდა შეუწყოს მათემატიკის ძირითადი კურსის უკეთ სწავლებას.

ალბათური შინაარსის ამოცანები ბუნებრივად შედის იმ სავარჯიშოთა სისტემაში, რომელსაც ავტორები გვთავაზობენ თავიანთ სახელმძღვანელოებში, ცხადია უკეთესი იქნება თუ ის წინასწარ იქნება გამიზნული. ასე მაგალითად, ამჟამად მოქმედი პირველი კლასის სახელმძღვანელოში, ავტორი ი. რუხაძე 2006 წ. მე-15 გაკვეთილი. [51]. ამოცანა: „ყუთში ორი ლურჯი და სამი წითელი ფანქარია. რამდენი ფანქარი უნდა ამოვიღოთ ყუთში ჩაუხედავად, რომ მათ შორის ერთი მაინც იყოს წითელი." ეს ამოცანა თავისი ხასიათით არის კომბინატორულ-ალბათური შინაარსის. ამ ამოცანაში ჩადებულია ალბათობის ტერმინები „ყუთში ჩაუხედავად" ფანქრის ამოღება ეს არის ალალაბედზე შერჩევა, რომელიმე ფერის ფანქრის ამოღება შემთხვევითი მოვლენა, „ერთი მაინც" იყოს წითელი ეს არის ალბათობის თეორიაში ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი მათემატიკური ცნება, რომელიც ხშირად გამოიყენება ამოცანების ამოხსნის დროს. აქვე მოუწევთ ყველა შესაძლო და ხელშემწყობ შემთხვევათა დასახელება. ყოველივე ზემოთ თქმულიდან შეგვიძლია ვთქვათ, რომ დაწყებით კლასებში მათემატიკის კურსთან ერთად შესაძლებელია და აუცილებელი ალბათობის პროპედევტიკული მასალის შეტანა. ამის დადასტურება არის ჩვენ მიერ დისერტაციაში მოყვანილი სავარჯიშოებისა და თეორიული საკითხების განხილვა.

ალბათობის თეორიაში მასობრივი მოვლენების შესწავლის დროს, რაიმე კანონზომიერების დადგენისას ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს ცდების მოხდენას და ცდის მრავალჯერ გამეორებას ერთსა და იმავე პირობეში. კანონზომიერების დადგენისათვის დიდი მნიშვნელობა აქვს ცდის შედეგს, ზოგჯერ საჭიროა წინასწარ გავითვალისწინოთ ამა თუ იმ ცდის შედეგი, განურჩევლად იმისა, ეს შედეგი მოხდა თუ არა.

დაწყებითი კლასებშის მოსწავლეებს საქმე აქვთ სხვადასხვა ცდებთან, ზოგჯერ ერთი და იმავე ცდას იმეორებენ რამდენჯერმე, რათა მიაღწიონ სასურველ შედეგს. ამიტომ საჭიროა მოსწავლეებს ცდის ცნება პრაქტიკულ მაგალითებზე გავაცნოთ დაწყებითი კლასებიდან. მოსწავლეებმა იციან რა არის ლითონის ფული, რომ მას აქვს ორი მხარე, ერთი მხარე არის „საფასური“, რომელსაც აწერია 1 თეთრი, 2 თეთრი, 5 თეთრი, 10 თეთრი, 20 თეთრი და 50 თეთრი, 1 ლარი, 2 ლარი, ხოლო მეორე მხარეზე გამოსახულია ამომავალი მზის მსგავსი ნახატი, რომელსაც ჰქვია „ბორჯღალი“. მათ მოკლედ ასე ჩავწერთ: „ს“ და „ბ“.

დაწყებით კლასებში მოსწავლეებს „ცდა“ შეიძლება გავაცნოთ ლითონის ფულის გამოყენებით.

ლითონის ფულის ერთხელ ასროლა არის ერთი ცდა, ორჯერ ასროლა ორი ცდა და ა.შ. ასევე ცდად ითვლება კამათლის ერთხელ გაგორება, დომინოს კოლექციდან ერთი ქვის ამოღება, ერთი აწონვა, სითხის ერთხელ გადასხმა ერთი ჭურჭლიდან მეორეში და სხვ. თუ ერთი ცდა მეორდება რამდენჯერმე ერთი და იმავე პირობებში, მაშინ საქმე გვაქვს განმეორებით ცდებთან. [12].

ცდის შედეგის გასაცნობად ვიყენებთ ლითონის ფულს. მოსწავლეები ადვილად დარწმუნდებიან იმაში, რომ ლითონის ფულის ერთხელ ასროლისას ზედა მხარეს მოხვდება საფასური ან ბორჯღალი. აქ მოსწავლეებს მასწავლებელი განუმარტავს, რომ „ბ“-ს ან „ს“-ს მოსვლა არის ცდის შედეგი. ასევე ეს შედეგები თანაბრად შესაძლებელია.

მაგალითის მოყვანით მოსწავლეებს გავაცნობთ აუცილებელ და შეუძლებელ შედეგს. კამათლის ერთხელ გაგორებისას აუცილებლად მოვა ერთიდან ექვსამდე რომელიმე რიცხვი, ხოლო იმ შემთხვევას, როცა კამათლის გაგორებისას მოვა რიცხვი 7-იანი, არის შეუძლებელი შედეგი. სითხის ერთი ჭურჭლიდან მეორეში რამდენიმე გადასხმის დროს მოსწავლეები ეცნობიან ცდას, ცდის შედეგს, ცდათა რიცხვს და ცდათა თანმიმდევრობას. ამ ცნებებს ფართო გამოყენება აქვს ალბათობის თეორიაში.

დაწყებით კლასებში მოსწავლეებს შეიძლება გავაცნოთ ალბათობის ისეთი მნიშვნელოვანი ცნებები, როგორიც არის: შემთხვევითი მოვლენა, ალალაბედზე შერჩევა, ხელშემწყობი და ყველა შესაძლო შემთხვევები და მათი რიცხვის მოძებნა.

შემთხვევითი მოვლენის გასაცნობად მოსწავლეებს მოვუყვანთ შემდეგ მაგალითებს: ლითონის ფულის ასროლისას საფასურის მოსვლა არის შემთხვევითი მოვლენა, რადგან მისი მოსვლა დამოკიდებულია შემთხვევაზე. ასევე შემთხვევითი მოვლენაა კამათელზე რომელიმე ნომრის მოსვლა, ახალ წელს წვიმიანი დღის გათენება, ლატარიის ბილეთით მოგება და სხვ. [13].

მოსწავლეებს ალალაბედზე შერჩევა რომ გავაცნოთ, ამისათვის ყუთში მოვათავსოთ ერთნაირი ზომის და წონის თეთრი, შავი და წითელი ბირთვები. ყუთში ჩაუხედავად ბირთვის ამოღებას უბრალოდ დავარქვათ ალალაბედზე შერჩევა. აქვე ვეტყვით მათ, რომ ალალაბედზე შერჩევა არის შემთხვევითი მოვლენა. ხელსაყრელ და სხვა შესაძლო შემთხვევათა გასაცნობად მოსწავლეებს შეიძლება მივცეთ მარტივი პრობლემური დავალება: რამდენი შესაძლო შედეგია მოსალოდნელი ლითონის ფულის ორჯერ ზედიზედ ასროლისას?

მოსწავლეები მასწავლებელთან ერთად კითხვების საშუალებით დაადგენენ ყველა შესაძლო შემთხვევას, ჩვენი აზრით , მოსწავლეებს ეს არ გაუჭირდებათ

(ბ ს), (ს ბ), (ბ ბ), (ს ს).

მოსწავლეთა ყურადღება უნდა გავამახვილოთ იმაზე, რომ (ბ ს) და (ს ბ) სხვადასხვა შედეგებია. პირველი ნიშნავს პირველ ასროლაზე მოვიდა „ბ“, ხოლო მეორე ასროლაზე მოვიდა „ს“. (ს ბ) კი პირიქით. აღნიშნული ცდის ჩატარების შედეგად მიღებული მონაცემების ღრმად და შინაარსიანად განხილვა მოსწავლეებს წარმოდგენას მისცემს ალბათობის მეტად მნიშვნელოვან ცნებებზე. ასეთები იქნება: ყველა შესაძლო შემთხვევების დასახელება და მათი რიცხვი

(ბ ს), (ს ბ), (ბ ბ), (ს ს).

რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს ბორჯღალის ან საფასურის მოსვლას ((ბ ს), (ს ბ) ორი შემთხვევა).

რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს ორივეჯერ ბორჯღალის მოსვლას. ((ბ ბ) ერთი შემთხვევა).

რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს ორივეჯერ საფასურის მოსვლას. ((ს ს) ერთი შემთხვევა).

რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს ორივე ასროლისას ერთხელ მაინც საფასურის მოსვლას. ((ს ბ) (ბ ს) (ს ს) სულ სამი შემთხვევა).

რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს ორივე ასროლისას მხოლოდ ერთხელ ბორჯღალის მოსვლას. ((ს ბ) (ბ ს) ორი შემთხვევა).

ამ მარტივი ცდის ჩატარებისას მოსწავლეები გაეცნობიან ყველა შესაძლო შემთხვევას და ხელშემწყობ შემთხვევებს და გამონათქვამებს: „ერთხელ მაინც“, „მხოლოდ ერთხელ“, „ერთი ან მეორე“. რომლებსაც დიდი მნიშვნელობა აქვს ალბათობის თეორიიაში.

მეხუთე კლასში წესიერი წილადების სწავლებისას შეგვიძლია მოსწავლეებს გავაცნოთ ალბათობის გამოთვლაზე უმარტივესი მაგალითები ისე, რომ ტერმინი „ალბათობა“ და ფორმულა არ გამოვიყენოთ. ამ მიზნით განვიხილოთ ამოცანა:

ყუთში არის ერთნაირი ზომისა და წონის ორი ბირთვი წითელი და თეთრი. ყუთში ჩაუხედავად ვიღებთ ერთ ბირთვს, რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალაბედზე ამოღებული ბირთვი იქნება წითელი?

მასწავლებლის მიერ დასმულ კითხვებზე მოსწავლეები გასცემენ პასუხებს. ასეთი კითხვები იქნება:

რამდენი ბირთვია ყუთში? (ორი ბირთვი).

რომელი ფერის ბირთვი შეიძლება იქნას ამოღებული ყუთიდან? (წითელი ან თეთრი).

რომელიმე ბირთვის ამოღებას აქვს თუ არა რაიმე უპირატესობა ერთიმეორის მიმართ? (არა).

რამდენი შემთხვევაა სულ შესაძლებელი? (ორი).

რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს წითელი ბირთვის ამოღებას? (ერთი).

მთელი ბირთვების რა ნაწილს შეადგენს წითელი ბირთვი? $\left(\frac{1}{2} \text{ ნაწილს}\right)$.

რა რიცხვით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალაბედზე ამოღებული ბირთვი იქნება წითელი? (ეს დახასიათდება წილადი რიცხვით $-\frac{1}{2}\Big)$.

მოსწავლეთა ყურადღება გამახვილდება იმაზე, რომ წილადის მრიცხველში რიცხვი ერთი აღნიშნავს წითელი ბირთვის რაოდენობას, მნიშვნელში რიცხვი 2

ბირთვების საერთო რაოდენობას ყუთში. ე.ი. ხელშემწყობ და ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვებს. მოსწავლეები მასწავლებელთან ერთად დაადგენენ, რომ ეს შედეგი დახასიათდება წილადით, რომლის მრიცხველია ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი, ხოლო მნიშვნელია ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი.

ამ ამოცანის ამოხსნის შედეგად მოსწავლეებს ფაქტიურად გავაცანით ალბათობის განსაზღვრება ისე, რომ ტერმინი „ალბათობა“ არ გამოვიყენეთ.

ამ მაგალითის გამოყენებით შეგვიძლია დავადგინოთ ალბათობის მეტად საინტერესო თვისება

$$0 \le p \le 1.$$

სადაც p არის ხდომილობის ალბათობა

$$p = \frac{m}{n}.$$

ჩვენ შემთხვევაში $n = 2;\ m = 1$.

ვთქვათ, ყუთში წითელი ბირთვი არ იყო და ორივე ბირთვი იყო თეთრი. მაშინ წითელი ბირთვის ამოღებას ხელს არც ერთი შემთხვევა არ შეუწყობდა ე.ი. ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი იქნებოდა 0-ის ტოლი და შედეგი დახასიათდებოდა წილადით $\frac{0}{2} = 0.$ ეს კი ნიშნავს, რომ წითელი ბირთვის ამოღება შეუძლებელია. ე.ი. საქმე გვაქვს შეუძლებელ შემთხვევით მოვლენასთან. თუ ორივე ბირთვი იქნებოდა წითელი, მაშინ ხელშემწყობი იქნებოდა ორი შემთხვევა და შედეგი დახასიათდებოდა წილადით $\frac{2}{2} = 1.$ საქმე გვექნებოდა აუცილებელ შემთხვევით მოვლენასთან.

დაწყებითი სკოლის მე-6 კლასში შემოდის გეომეტრიული ფიგურების ფართობების და მოცულობების გამოთვლა. მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობის გაცნობის დროს შეგვიძლია ამოვხსნათ ალბათური შინაარსის ამოცანები. განვიხილოთ ერთი მათგანი: [14].

მართკუთხა პარალელეპიპედი, რომლის ფუძის სიგრძეა 4 სმ, სიგანე 3 სმ და სიმაღლე 2 სმ, შეღებეს ყველა მხრიდან და შემდეგ დაჭრეს კუბიკურ სანტიმეტრებად. რამდენი კუბი მიიღება ისეთი, რომელსაც შეღებილი ექნება: ერთი წახნაგი, ორი

წახნაგი და სამი წახნაგი. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ შემთხვევით შერჩეულ კუბიკს ექნება შეღებილი ერთი წახნაგი, ორი წახნაგი და სამი წახნაგი.

რადგან მოსწავლეებმა იციან მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობა, მათ არ გაუჭირდებათ დაჭრის შედეგად მიღებული კუბიკების რაოდენობის დადგენა. კუბიკების რაოდენობა იქნება 24.

ასევე გარკვეული მსჯელობის შემდეგ დაადგენენ, რომ კუბიკი, რომელსაც შეღებილი ექნება სამი წახნაგი იქნება 8, რადგან სამი წახნაგი ექნება შეღებილი იმ კუბიკს, რომელიც წვეროში მდებარეობს. ორი წახნაგი ექნება შეღებილი იმ კუბიკს, რომელთა ერთი წიბო იქნება პარალელპიპედის წიბოს ნაწილი, მათი რიცხვი იქნება 12. ერთი წახნაგი ექნება შეღებილი 4 კუბიკს.

თითოეული შემთხვევისათვის შედეგი დახასიათდება შემდეგი წილადებით:

$$\frac{8}{24}=\frac{1}{3};\quad \frac{12}{24}=\frac{1}{2};\quad \frac{4}{24}=\frac{1}{6}.$$

ჩვენს მიერ წარმოდგენილი სასწავლო მასალა საშუალებას გვაძლევს დავასკვნათ, რომ ალბათობის პროპედევტიკა დაწყებით კლასებში აუცილებელია, მისი შეტანა მყარი გარანტიაა მოსწავლეთა აზროვნების განვითარებისა თეორიულ-ალბათური მიმართულებით, რომელსაც უდიდესი პრაქტიკული მნიშვნელობა აქვს. საფუძველი ეყრება შემდეგ ძირითად სკოლაში ალბათობის თეორიის ელემენტების შესწავლას.

§4. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების მნიშვნელობა მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების პრაქტიკაში

მათემატიკის სწავლებაში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების გამოყენების მეთოდიკური ასპექტები საკმარისად მრავალფეროვანია. მაგალითად, ჩვენ შემდგომში მოგვიხდება მოცემული ტიპის ამოცანების ფუნქციისა და რაოდენობრივი და თვისებრივი მინიმუმების მკაფიოდ განსაზღვრა, რომლებიც მოსწავლეებს დაეხმარება ზოგადი სასწავლო უნარებისა და პიროვნული თვისებების შეძენაში; კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების კონკრეტული მეთოდიკის

შემუშავება დაწყებით კლასებში, სახელდობრ: ძირითადი სააზროვნო უნარების დადგენა, რომლებიც მოსწავლეებს ამოცანათა ამოხსნის პროცესში უნდა ჩამოუყალიბდეს; განსახილველ ამოცანათა ამოხსნის ძირითადი ხერხებისა და მეთოდების გამოყოფა, რომელთა გაცნობა მოსწავლეებისათვის სასარგებლო იქნება აღნიშნული იდეის რეალიზების თვალსაზრისიდან გამომდინარე.

აღნიშნული სახის ამოცანების შესწავლისადმი ინტერესი შემთხვევითი არ არის. დისერტანტის პირადი და მათემატიკის მოწინავე მასწავლებელთა გამოცდილება კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების სწავლების ორგანიზებაში ადასტურებს მათ არსებით გავლენას მათემატიკური აზროვნების ისეთი თვისებების ჩამოყალიბებაზე, როგორიცაა, მაგალითად: მოქნილობა, კრიტიკულობა, აქტივობა, მიზანმიმართულება, ლოგიკურობა, რაციონალურობა, ფუნქციურობა და ა.შ. მათი შერწყმა შემოქმედებითი საქმიანობის განხორციელების, მისი სუბიექტად გახდომის საშუალებას ქმნის. დასახელებული ჟანრის ამოცანებს ემოციური მომენტი შეაქვს მოსწავლის გონებრივ საქმიანობაში და საშუალებას იძლევა, ამოხსნის პროცესი განხილულ იქნას, როგორც პრობლემური სასწავლო სიტუაცია. ყოველივე ეს, თავის მხრივ, ხელს უწყობს შინაგანი მოტივაციის განვითარებას, იწვევს ფსიქიკური პროცესების (მეხსიერება, აღქმა, აზროვნება) აქტივიზებას, რომელთა მეშვეობით სწრაფად და ხარისხოვნად ყალიბდება მათემატიკური საქმიანობის განხორციელებისათვის მნიშვნელოვანი სააზროვნო ოპერაციები, ლოგიკური ხერხები და შემეცნებითი უნარები. ამგვარად, კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის პროცესი ხელს უწყობს საგნისადმი ინტერესის აღძვრას და ზოგადი სასწავლო უნარების ათვისებას, რომელთა მეშვეობითაც ხელსაყრელი პირობები იქმნება სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ჩამოსაყალიბებლად.

დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანებისადმი დარგის სპეციალისტების ყურადღება იმითაა განპირობებული, რომ:

1. მათში ასახვას პოულობს ბავშვისათვის ნაცნობი პრაქტიკული სიტუაციები და ამიტომ, მსჯელობის დროს, მას შეუძლია საკუთარ ცხოვრებისეულ გამოცდილებას დაეყრდნოს;

2. აღნიშნული კატეგორიის ამოცანები მოსწავლეს საშუალებას აძლევს დარწმუნდეს იმ მათემატიკური მეთოდების გამოყენებით ხასიათში, რომლებსაც ის მათემატიკის გაკვეთილებზე ეუფლება;

3. მათი ამოხსნისას ხორციელდება ნებისმიერი მათემატიკური ამოცანის ამოსახსნელი ზოგადსასწავლო უნარებისა და რთულ სიტუაციებში ორიენტირების ჩვევათა ფორმირება, რაც კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანებს ადამიანის ინტელექტის განვითარების ძლიერ ინსტრუმენტად აქცევს;

4. ასეთი ამოცანების ამოსახსნელად მოსწავლემ ყველა ღონე უნდა იხმაროს– გამოავლინოს ნებისყოფა, დაჟინება, მიზანსწრაფვა. ამოხსნის ხერხების განსაკუთრებულობა დამოუკიდებელი კვლევების, გამომგონებლობის გამოვლენის გემოვნებას ნერგავს და დადებით ემოციებს აღვივებს როგორც ამოხსნის პროცესში, ისე შედეგის მიღწევის დროს.

პედაგოგიური გამოცდილებით დასტურდება, რომ შემეცნებითი ინტერესის, დამოუკიდებლობის, პიროვნების ზნეობრივი თვისებებისა და შემოქმედებითი მონაცემების აღზრდის იდეა სწავლებაში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ჩართვით წარმატებით მხოლოდ მაშინ ხერხდება, როცა მათში აღიძვრება მოცემული ამოცანის ამოხსნის ინტერესი.

მოსწავლეთა ინტერესები ტრადიციულად სახალისო ამოცანებითაა განპირობებული, რომლებიც საგაკვეთილო პროცესში ყურადღებას ემოციური მასალის სიჭარბით იქცევენ. სახალისო განწყობა, ჩვეულებრივ, თავგადასავლებთან, მოულოდნელ ვითარებებთან არის დაკავშირებული, რომლებიც ხშირად მთავარს, სინამდვილეს გვერდს უვლის. ყოველივე მოულოდნელი და თვალში საცემი ბავშვურ ცნობისმოყვარეობას, სწრაფად დანახვის სურვილს იწვევს. მაგრამ, ყველაფერი ეს მხოლოდ გარეგნულად, საკითხის არსში ღრმად ჩაწვდომის გარეშე ხდება. მიუხედავად იმისა, რომ ასეთი

გრძნობები დადებით ემოციებთანაა დაკავშირებული, ყურადღება სწრაფად ნელდება, თუ მოვლენათა ბუნების შეცნობის, წინსვლის სურვილი არ აიგზნება.

სწავლების პრაქტიკაში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების შერჩევასა და მათ გამოყენებას წინ მოსამზადებელი მუშაობა უნდა უსწრებდეს. ამიტომ აუცილებელია იმ მოთხოვნათა ჩამოყალიბება, რომელთა საფუძველზეც უნდა განხორციელდეს მათი შერჩევა. [41].

მათემატიკის სწავლების ეფექტიანობა განპირობებულია თითოეული კონკრეტული ამოცანის შესაძლო ფუნქციური დატვირთვის სრული გათვალისწინებით. ცხადია, რომ ამოცანა მით მეტად ფასობს, რაც უფრო მეტი ფუნქციის რეალიზება ხდება მისი ამოხსნის პროცესში. მათემატიკური განათლების ძირითადი მიზნების (განვითარება, სწავლა, აღზრდა) შესაბამისად სწავლებაში ამოცანათა წამყვან ფუნქციებად განმავითარებელი, სასწავლო და აღმზრდელობითი ფუნქციები ითვლება. მათემატიკური ამოცანების (მათ შორის კომბინატორული და ალბათური შინაარსის) როლის ფსიქოლოგიურ ასპექტებს შორის გულისხმობენ მათ ზემოქმედებას:

მოსწავლეთა მათემატიკური საქმიანობის განხორციელების უნარის შეძენაზე;

აზროვნების ხერხების ფორმირებაზე, მაგალითად, ისეთების, რომლებიც ავითარებს მოსწავლეთა აქტივობას, დამოუკიდებლობას, დაკვირვებისა და გაანალიზების უნარს და ა. შ.;

მოსწავლეებში მათემატიკის საგნისადმი ინტერესისა და მისი სინამდვილესთან დამოკიდებულების სწორი წარმოდგენის უნარს.

კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანათა სასწავლო ფუნქციები ორიენტირებულია მათემატიკური ცოდნის სისტემის, უნარისა და ჩვევების ჩამოყალიბებაზე. ეს განსაკუთრებით ეხება მოდელირების, ფორმალიზების, მიღებული შედეგების ინტერპრეტაციის ჩვევათა ფორმირების საკითხებს. განუზომლად დიდია მოსწავლეთა სასწავლო საქმიანობის აღმზრდელობითი მნიშვნელობა, რომელიც კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის პროცესში ვლინდება. ამ დროს ეუფლება მოსწავლე შემოქმედებით აზროვნებას, მიღებული ცოდნის აქტიურ გამოყენებას. სწორედ აქ ხდება

განსაზღვრული ინტელექტუალური, ემოციური და ნებისყოფითი თვისებების დემონსტრირება. ყოველივე ზემოთქმული საშუალებას გვაძლევს გამოვთქვათ ზოგიერთი მოსაზრება „კარგი ამოცანის“ შერჩევის თაობაზე:

1. ამოცანა, რომელსაც დაწყებითი კლასების მოსწავლეს ვთავაზობთ, მისთვის საინტერესო და მნიშვნელოვანი უნდა იყოს. მოსწავლეში მან უნდა აღძრას კვლევისადმი სურვილი შემდეგ გარემოებათა ხარჯზე:

ამოცანის ფაბულაში სიახლის ელემენტების შემოტანის, როგორც მათემატიკისადმი მოსწავლეთა ინტერესის აღძვრისა და მათი ინტელექტუალური შრომის მოტივირების ხელშემწყობმა ფაქტორმა;

ამოცანის პირობაში აღწერილი სიტუაციის რეალურობის, რიცხვითი მონაცემების, მიღებული ამოხსნის, ბავშვის ცხოვრებისეულ გამოცდილებასთან სიახლოვის;

ორიგინალური ამოხსნის, რომელიც უჩვეულო პირობებში ცნობილი მეთოდების გამოყენებას საჭიროებს; ცნობილი ხერხების რაციონალიზებისა და გამარტივების; წინააღმდეგობრიობიდან გამოსავლის ძიების; ცნობილი ცნებებისა და ოპერაციების განზოგადების ხარჯზე.

2. „კარგი ამოცანის“ მეორე განსაკუთრებულობა უკავშირდება ამოხსნის სიძნელის პრობლემას დაწყებითი კლასების მოსწავლეთა შესაძლებლობებთან. მოსწავლეს არამარტო უნდა სურდეს, არამედ მზადაც უნდა იყოს იგი შეთავაზებული ამოცანის ამოსახსნელად. ძალზე ძნელი მათემატიკური პრობლემებით გადატვირთული ამოცანა ბავშვების იმედგაცრუებას იწვევს, რაც მათი განვითარების შეფერხების ერთ-ერთი მიზეზი ხდება. ამოუხსნელი ამოცანა უარყოფით გავლენას ახდენს მათემატიკისადმი ინტერესის აღზრდაზე. ამიტომ, ძალზე მნიშვნელოვანია, განსაკუთრებით საგნის სწავლების საწყის ეტაპზე, რომ მოსწავლეთათვის შეთავაზებული კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანები მათი შესაძლებლობების ფარგლებს არ სცილდებოდეს. აქედან გამომდინარე, მათემატიკური განათლების შინაარსში დანერგილი კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანები უნდა:

შეესაბამებოდეს სირთულით, მოსწავლეთა ცოდნის თეორიული და პრაქტიკული გამოცდილების დონეს;

იყოს ლაკონიურად ფორმულირებული;

უშვებდეს პრაქტიკულ ამოხსნას (რომელთა აუცილებელ პირობას რიცხვითი მონაცემების არსებობა წარმოადგენს), ასევე, ამოხსნის სხვადასხვა ვარიანტებსა და ამოხსნის სისწორის შემოწმების ხერხებს. ამასთან, ამოცანის ამოხსნა არ უნდა იყოს ძალიან ადვილი, მხოლოდ მიხვედრებზე დაფუძნებული, რომელიც არ მოითხოვს პრაქტიკულ მოქმედებათა შესრულების ჩვევებს.

3. დაწყებითი კლასების მოსწავლეთათვის განკუთვნილი კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების სისტემა უნდა მოიცავდეს კურსის ყველა ძირითად თემას. მან უნდა უზრუნველყოს პროგრამით გათვალისწინებული აუცილებელი ცოდნისა და უნარების გამომუშავება.

ამგვარად, მათემატიკური განათლების ამოცანათა სრული სისტემა ისეთი უნდა იყოს, რომ იგი მოსწავლეებში დამოუკიდებელი კვლევის ჩვევებს, დადებით ემოციებს ნერგავდეს.

მასწავლებელი მოვალეა:

1. უნარიანად დაამუშაოს საამოცანო მასალა საგნის შინაარსისა და მოსწავლეთა ასაკობრივი თავისებურებების მიხედვით, რამდენადაც იგი მათემატიკის შესწავლისადმი მათ მიმართებას განსაზღვრავს: ძალიან ძნელმა ან ძალიან ადვილმა ამოცანებმა სწავლისადმი ნეგატიური დამოკიდებულება შეიძლება გამოიწვიოს. უპირატესობა უნდა მიენიჭოს იმ ამოცანებს, რომლებშიც გარეგანი მომხიბვლელობა, ხალისობა, მოულოდნელობა გამოხატულია ფაბულით ან საკითხის უჩვეულო დასმით, ეხამება შინაგან ხიბლს, რომელიც ამოცანის მათემატიკურ შინაარსშია ჩადებული. მაგალითად, ამოხსნის ხერხის ორიგინალურობაში და სხვ.

2. სასწავლო საქმიანობის ჯგუფურ-დამოუკიდებელი და პრობლემურ-დიალოგური სწავლების ფორმებზე დაყრდნობით ორგანიზებული მუშაობა მეთოდიკურად მიზანშეწონილი და სასარგებლოა, რამდენადაც ამოცანების ამოხსნის მეშვეობით მათემატიკისადმი ინტერესი მაშინ აღიძვრება, როცა

მოსწავლეს საშუალება ეძლევა, თვითონ იფიქროს და სათანადო დასკვნები გამოიტანოს, თვითონ მოახდინოს მათი განზოგადება. სწორედ ასეთ შემთხვევაში გრძნობს ის თავისი შრომის სარგებლიანობას. ჯგუფურ მეცადინეობათა ორგანიზებას თავისი დადებითი მომენტები გააჩნია: ამ დროს მოსწავლეები ეჩვევიან ერთობლივ შრომას, თავიანთი შეხედულებების არგუმენტირებასა და დაცვას.

ზემოთ აღნიშნული სახის ამოცანების მნიშვნელობა იმითაცაა განპირობებული, რომ ისინი უზრუნველყოფენ:

მოსწავლეთა სრულფასოვანი მათემატიკური საქმიანობის ორგანიზების ფართო შესაძლებლობებს, საგნისადმი ინტერესის ფორმირების მხარდაჭერასა და განვითარებას;

პროგრამული მასალის მაღალ დონეზე ათვისებას, რადგან მათი ამოხსნის პროცესი დაკავშირებულია ჩვენ მიერ ჩამოყალიბებული წესებისა და ხერხების გამოყენების აუცილებლობასთან. ასეთი საქმიანობა მოითხოვს დაგროვილი ცოდნის მობილიზებას, განსაკუთრებული სახის მოქმედებათა წესების ძიებას, რაც ამოხსნის ხელოვნებას ამდიდრებს. ასეთმა ქმედებებმა შეიძლება ახალ მათემატიკურ იდეებამდეც კი მიგვიყვანოს და გარკვეული თეორიული საკითხების გადაწყვეტის ინტერესი აღძრას.

მოსწავლეთა მათემატიკური და ინტელექტუალური შესაძლებლობების გამოვლენას, სწავლისა და განსწავლულობის დონეების დადგენას, მათემატიკური აზროვნების განვითარებას, შემეცნებითი ინტერესების ფორმირებას; დამოუკიდებლად სწავლის უნარ-ჩვევების შემოწმებას.

აშკარაა, რომ კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნისას წარმოქმნილი დადებითი მოტივაცია ძლიერ გავლენას ახდენს მოსწავლეთა სასწავლო-შემეცნებითი საქმიანობის ხერხების დაუფლებაზე. სწავლების მასიურ პრაქტიკაში, ნაცნობ და ნაწილობრივ განსხვავებულ სიტუაციებში, უმთავრესად ნიმუშის მიხედვით მოქმედების უნარი ფორმირდება. შეფერხებებს აქვს ადგილი იმ შემთხვევებში, როცა განსხვავებულ სიტუაციებში

საქმე გვაქვს ისეთი უნარებით სარგებლობასთან, რომლებიც უზრუნველყოფენ პროდუქტიულ, შემოქმედებით საქმიანობას.

იქიდან გამომდინარე, რომ დაწყებით კლასებში ცოდნის მიღება სხვადასხვა ამოცანათა ამოხსნის პროცესში ხორციელდება, შემდგომში მათემატიკისათვის სპეციფიკურ სასწავლო უნარებში ვიგულისხმებთ ამოცანათა ამოხსნის ზოგად-უნარებს; ამგვარი უნარებისათვის დამახასიათებელია უნივერსალურობა და საქმიანობის სხვა სფეროებში გადატანის შესაძლებლობა.

უნდა აღინიშნოს, რომ მათემატიკის სწავლების ტრადიციულ პრაქტიკაში, ამოცანების ამოხსნის უნარებში, ჩვეულებრივ, კერძო უნარებს გულისხმობენ, რომლებიც კონკრეტული სახის ამოცანების ამოხსნაზეა ორიენტირებული. ზოგადი უნარების შეძენა კი შედარებით არსებითი კომპონენტია, რომელიც მოსწავლის აზროვნების განვითარების მაღალი დონისა და მათემატიკური ხასიათის საქმიანობაში ჩაწვდომის დამახასიათებელი კომპონენტია. ძირითად კლასებში მათემატიკის სწავლების მდგომარეობის კრიტიკა ამოცანათა ამოხსნის მხრივ, ხშირ შემთხვევაში, ზოგადი უნარების ფორმირების ნაცვლად კერძო უნარების ფორმირებას უკავშირდება. ეს მნიშვნელოვნად ამცირებს მოსწავლეთა ცოდნას ისეთი სახის ამოცანებთან მიმართებაში, რომლებიც რამდენადმე განსხვავდებიან შაბლონურისაგან, გარკვეულ სიძნელეებს წარმოშობს. რაც, საბოლოო ჯამში, მათი ამოხსნის მცდელობის გაგრძელებაზე უარის თქმას იწვევს. მეთოდიკურ ლიტერატურაში ამ გარემოებისადმი უკმაყოფილებას ჯერ კიდევ გასული საუკუნის დასაწყისშიც გამოთქვამდნენ, მაგრამ აღნიშნული პრობლემა ამჟამადაც აქტუალურად რჩება.

ისმება კითხვა, ამოცანების ამოხსნასთან დაკავშირებულ რომელ უნარებს გამოყოფენ მეთოდისტები? ზოგიერთი მათგანი გამოყოფს: ამოცანის პირობების გაგების, მისი გაანალიზების, ნახაზის აგების, მოცემულსა და საძიებელს შორის კავშირების დამყარების, ამოხსნის გეგმის შედგენის, ამოცანის ახლადფორმულირების, ამოხსნის ხერხების შერჩევის, ამოხსნის პროცესის კონტროლის, ნაპოვნი ამოხსნის შესწავლისა და მისი შემოწმების უნარებს. [86].

სხვები თვლიან, რომ ამოცანათა ამოხსნის უნარი შემდეგი კომპონენტებისაგან შედგება:

ამოცანის წაკითხვის უნარი (მისი თითოეული სიტყვის გააზრება, საყრდენი სიტყვების გამოყოფა);

ამოცანის პირობისა და მოთხოვნის, ცნობილისა და უცნობის გარჩევის უნარი;

მოცემულსა და საძიებელს შორის კავშირების დამყარების უნარი;

ამოცანის ამოხსნის პროცესისა და პასუხის ჩაწერის უნარი [78].

მ. მორო და ა. პიშკალო ამტკიცებენ, რომ ნებისმიერი ამოცანის ამოხსნა ხორციელდება გონებრივი საქმიანობის ზოგადი ხერხების კომპლექსის მეშვეობით, ისეთების, როგორიცაა:

მოცემული ამოცანის ანალიზი, უცნობისა და ცნობილის გამოყოფა;

მოცემულსა და საძიებელს შორის კავშირების დამყარება;

ამოხსნის გეგმის შედგენა;

მოცემულსა და საძიებელს შორის არსებული დამოკიდებულებების გადაყვანა მათემატიკურ გამოსახულებათა, განტოლებათა და უტოლობათა ენაზე;

შესაბამის მოქმედებათა (განტოლებათა ამოხსნა) შესრულება და ამოცანის კითხვაზე პასუხის გაცემა;

ამოხსნის შემოწმება. [85].

მიეკუთნება ძირითადი სააზროვნო უნარების რიცხვს, რომელთა ფუნქციურობა დამახასიათებელია სუბიექტებისათვის ამოცანის ამოხსნის პროცესში, ი. კოლიაგინის მიხედვით, მიეკუთვნება შემდეგი უნარები:

1. საამოცანო სიტუაციის ანალიზის, არსებითის გამოვლენის მიზნით (მოცემული და უცნობი ელემენტების, მათი თვისებებისა და მიმართებების გამოყოფა); ამოცანის პირობის, მისი ელემენტების სრულობისა (საკმარისობა, არასაკმარისობა, სიჭარბე) და დამოუკიდებლობის (ან დამოუკიდებლობა) დადგენის;

2. ამოცანის ცნობილი ელემენტების შეფარდებისა უცნობ ელემენტებთან (მოცემულის საძიებელთან); ცნობილი ელემენტების გამორჩევისა სხვადასხვა შეხამებებიდან; განსახილველი ამოცანის შეფარდებისა ცნობილ ამოცანებთან;

3. საამოცანო სიტუაციის უცნობი თვისებების გამოვლენის; ცნობილ ელემენტთა ახალი ფორმებით რეორგანიზების, ახალ-ახალი შეხამებებით ფუნქციონირებისათვის; ცნობილი ცნებებისა და ფაქტების ახალი კომბინაციების შექმნის, მოცემული ამოცანის ელემენტთა საშუალებით (ამოცანის პირობასა და მიზანთან თანაფარდობით);

4. მოცემული საამოცანო სიტუაციის უმარტივესი მათემატიკური მოდელების კონსტრუირების (ასევე, ამოცანის გრაფიკულად, სქემატურად და ა. შ. გამოსახვა); ამოცანის ელემენტების გაიგივებისა მოდელის ელემენტებთან;

5. განსახილველი საამოცანო სიტუაციის, თვით ამოცანისა და მისი ელემენტების სტრუქტურის გამოვლენის; ამ სტრუქტურის აღდგენისა სხვადასხვა მდგომარეობებით; შესაბამისი მიკროთეორიის დამოუკიდებლად შექმნის; ისეთი დეტალების აღმოჩენის, რომლებიც სასარგებლოა ამოცანის ზოგადი სტრუქტურიდან ან მისი ამოხსნის ძიების წამყვანი იდეის თვალსაზრისიდან გამომდინარე;

6. წარმოდგენილი ექსპერიმენტის განხორციელების, მისი შუალედური და საბოლოო შედეგების განჭვრეტის; ჰიპოთეზების ინდუქციურად აგების, გონივრული მიხვედრების გამოთქმის; განსახილველი ამოცანის ქვეამოცანების ერთობლიობაზე დაყვანის (რომელთა თანმიმდევრულ ამოხსნას ძირითადი ამოცანის გადაწყვეტამდე მივყავართ);

7. ინდუქციური ძიების შემოსაზღვრის ინტუიციის, ლოგიკისა და საღი აზრის საშუალებით; წამოყენებული ჰიპოთეზების დედუქციური გზით შემოწმების; შესაბამისი გამოთვლების დაწვრილებით, დამაჯერებლად და წიგნიერად შესრულების;

8. მოცემული საამოცანო სიტუაციის მოდელზე მუშაობის შედეგების ინტერპრეტაციის; სიტუაციის ენის კოდირების მოდელის ტერმინებში და შედეგების დეკოდირების (სიტუაციის ტერმინებში), რომლებიც მოდელის ენაზეა გამოხატული;

9. ამოცანის ამოხსნის პროცესის მოკლედ და მკაფიოდ გაფორმების; წამყვანი იდეების ნათლად ილუსტრირების;

10. ამოცანის ამოხსნის შედეგების სხვადასხვა მხრივ (სისწორის, ეკონომიურობის, ესთეტიკურობის და ა. შ.) კრიტიკულად შეფასების; ამოცანის ამოხსნის შედეგების განზოგადების (ან მათი სპეციალიზაციის); შესაძლო კერძო და განსაკუთრებული შემთხვევების გამოკვლევის;

11. თვით ამოცანის პირობაში, მისი ამოხსნის პროცესში ან შედეგებში მოთავსებული სასარგებლო ინფორმაციის შერჩევის ეფექტიურად განხორციელების; ამ ინფორმაციის სისტემატიზების, არსებულ ცოდნასა და გამოცდილებასთან მისი შეფარდების. [84].

ზემოაღნიშნულის საფუძველზე გამოვყოფთ დაწყებითი კლასების მოსწავლეთათვის სპეციფიკური სასწავლო საქმიანობისათვის დამახასიათებელ ზოგადი უნარების ჯგუფებს, რომლებიც შეიძლება შემოწმდეს ექსპერიმენტულად და შეფასდეს რაოდენობრივად.

1. ამოცანის პირობის გაგებასა და ანალიზთან დაკავშირებული უნარები:

ამოცანათა ჯგუფისადმი კონკრეტული ტექსტების მიკუთვნების შემოწმების;

ამოცანის პირობაში აღწერილი ცხოვრებისეული მოვლენების მათემატიზების;

მიმართებათა გამოვლენის, რომლებშიც ამოცანის კომპონენტები იმყოფება;

ამოცანის მოცემულობათა სისრულისა (საკმარისობა, არასაკმარისობა, სიჭარბე) და წინააღმდეგობრიობის დადგენის;

ამოცანის ქვეამოცანებად დანაწევრების;

ამოცანის პირობის ხელახლად ფორმულირების;

პირობის სხვადასხვა სახის მოკლე ჩანაწერების შედგენის.

2. ამოხსნის გეგმის შედგენასთან დაკავშირებული უნარები:

დამხმარე მოდელების სახით სქემების, ცხრილების, სიმბოლოების, ნახაზების, გრაფიკების და ა. შ. გამოყენების;

ამოცანების ამოსახსნელად საჭირო აუცილებელი ცოდნის მობილიზების;

საამოცანო სიტუაციის მათემატიკურ მიმართებათა და დამოკიდებულებათა ენაზე გადაყვანის და, პირიქით, ამოცანის სიმბოლიკური და გრაფიკული ახსნა-განმარტებისა – ობიექტური ტექსტის ენაზე;

ამოხსნის გეგმის ამოცანის პირობასთან შესაბამისობის შემოწმების;

ამოცანის ამოხსნის გეგმის დაფიქსირების.

3. ამოხსნის გეგმის რეალიზებასთან დაკავშირებული უნარები:

ამოცანის შინაარსის შესაბამისი მათემატიკური ოპერაციებისა და ხერხების შერჩევისა და მათი სწორად შესრულების;

ამოცანის ამოხსნის ვარიაციულობის ხედვის;

ამოცანის სხვადასხვა ხერხებით ამოხსნის;

ამოხსნის სხვადასხვა ფორმით გაფორმების და პასუხის ჩაწერის;

ამოცანის შესაძლო კერძო და განსაკუთრებული შემთხვევის გამოკვლევის.

4. კონტროლთან დაკავშირებული უნარები:

წინმსწრები კონტროლის: აწონ-დაწონა, პირობის რეალურობის შემოწმება;

მიმდინარე კონტროლის: პირობისა და ამოხსნის დასახული გეგმის შეპირისპირება მისი რეალიზების პროცესში;

შემაჯამებელი კონტროლის: ამოხსნის შემოწმების შესრულება სხვადასხვა ხერხებით; ამოხსნის შედეგების შეფასება რაციონალურობის, სილამაზის, სირთულის თვალსაზრისით.

I თავის დასკვნები

1. თეორიული და პრაქტიკული ცოდნის დონე, მეთოდური ლიტერატურის ცოდნა, პროფესიული სრულყოფა, მათემატიკის პრაქტიკული გამოყენების უნარ-ჩვევების ჩამოყალიბება, თანამედროვე მეთოდების გამოყენება მათემატიკის სწავლებაში ქმნიან დაწყებითი კლასების მათემატიკის მასწავლებლის შინაგან მათემატიკურ კულტურას. სწორ მეთოდოლოგიურ და მეთოდიკურ პრინციპზე დაფუძნებული დაწყებითი მათემატიკის სწავლება პრაქტიკული მოღვაწეობის დროს თანდათანობით იხვეწება და სრულყოფილი ხდება.

28 სასწავლო-აღმზრდელობითი პროცესის მაღალ დონეზე ჩატარებისათვის დაწყებითი კლასების მასწავლებლის პროფესიულ მომზადებასთან ერთად გადამწყვეტი მნიშვნელობა ენიჭება ფსიქოლოგიის, პედაგოგიური ფსიქოლოგიისა და პედაგოგიკის თეორიისა და ისტორიის ძირითადი საკვანძო საკითხების ცოდნას.

38 ფსიქოლოგიური და პედაგოგიური თვალსაზრისით გამართლებულია და მეტად მნიშვნელოვანი დაწყებითი კლასების სასწავლო პროცესში შემეცნებითი ინტერესების წარმართვა ემოციაზე დაფუძნებით. მოსწავლის შემეცნებითი მიმართულება შერჩევით ხასიათს ატარებს. როცა ესა თუ ის საგანი, მოვლენა ან ცნება მისთვის მნიშვნელოვანია, მაშინ უფრო მეტი ხალისითა და ინტერესით სწავლობს. ამიტომ მასწავლებლის ძირითადი ფუნქცია არის არა მხოლოდ ცოდნის გადაცემა, არამედ ამ ცოდნისადმი განსაზღვრული ემოციური დამოკიდებულების შექმნა. სასწავლო პროცესის ასეთი წარმართვა ხელს უწყობს მოსწავლეებში შემეცნებითი ინტერესების აღძვრას.

4. საქართველოში განათლების სიტემის რეფორმამ გამოიწვია საშუალო სკოლაში მათემატიკის სწავლების ძირეული გარდაქმნა. აუცილებელი შეიქმნა სკოლაში ისეთი საკითხების შეტანა, რომლებიც მჭიდრო კავშირშია დღევანდელ ცხოვრებასთან. საჭიროა მოსწავლეთა აზროვნება განვითარდეს ისეთი მიმართულებით, რომელიც ხელს შეუწყობს საბაზრო ეკონომიკის წარმატებით განხორციელებას. ამისათვის მიზანშეწონილად მიგვაჩნია მოსწავლეთა აზროვნების განვითარება ალბათური და კომბინატორული მიმართულებით, რათა მათ შეეძლოთ დასმული ამოცანების გადაწყვეტის ყველა შესაძლო შემთხვევების მოძებნა და მათგან ხელსაყრელი

შემთხვევების შერჩევა, რის საფუძველზედაც ისინი შეძლებენ ამა თუ იმ მოვლენის მოხდენის პროგნოზირებას, რაც აუცილებელია საბაზრო ეკონომიკის პირობებში.

5. დაწყებითი კლასების მათემატიკის სახელმძღვანელოებში თეორიული მასალა კომბინატორიკისა და ალბათობის თეორიის ელემენტების შესახებ პრაქტიკულად არ არის, მაგრამ არის ისეთი ამოცანები, რომლებიც თავისი ხასიათით არიან კომბინატორულ-ალბათური შინაარსის, ამიტომ კომბინატორული და ალბათური მიმართულებით მოსწავლეთა აზროვნების განვითარება უნდა მოხდეს არა მარტო ერთ ან ორ გაკვეთილზე, არამედ ხანგრძლივი პერიოდის განმავლობაში, დაწყებული პირველი კლასიდან დამთავრებული მეთორმეტე კლასის ჩათვლით.

6. კვლევის შედეგები აჩვენებს, რომ დაწყებითი სკოლის პრაქტიკაში გაცილებით უკეთეს ეფექტს იძლევა კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების განხილვა არა იზოლირებულად, არამედ კონკრეტულ სასწავლო თემებთან კავშირში, ამიტომ ავტორებმა, რომლებიც ამჟამად ქმნიან დაწყებითი კლასების მათემატიკის სახელმძღვანელოებს, დაწყებული პირველი კლასიდან მეექვსე კლასის ჩათვლით უნდა გაითვალისწინონ კომბინატორულ-ალბათური შინაარსის ამოცანების შეტანა მათემატიკის სისტემატურ კურსთან ერთად, რომელიც არ მოითხოვს ცალკე საათების გამოყოფას. ასეთი ტიპის ამოცანების ამოხსნის დროს არ იქნება გამოყენებული ალბათობის თეორიის ტერმინები და ფორმულები, ისინი გამოყენებულ უნდა იქნას ფარულად, არაცხადი სახით, რის საშუალებასაც იძლევა კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების შინაგანი თვისება. კომბინატორიკის და ალბათობის საწყისი ცნებების შეტანა კი არ აზიანებს მათემატიკის სისტემატური კურსის სწავლებას, პირიქით, ხელს უწყობს მათემატიკის ძირითადი კურსის უკეთ სწავლებას, რადაგან კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ჩართვა ბუნებრივად ხდება იმ სავარჯიშოთა სისტემაში, რომელსაც შეიცავენ დაწყებითი კლასების მათემატიკის სასწავლო სახელმძღვანელოები.

7. დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანებისადმი დარგის სპეციალისტების ყურადღება იმითა განპირობებულია, რომ: მათში ასახვას პოულობს ბავშვისათვის ნაცნობი პრაქტიკული სიტუაციები და ამიტომ, მსჯელობის დროს, მას შეუძლია საკუთარ

ცხოვრებისეულ გამოცდილებას დაეყრდნოს; აღნიშნული კატეგორიის ამოცანები მოსწავლეს საშუალებას აძლევს დარწმუნდეს იმ მათემატიკური მეთოდების გამოყენებით ხასიათში, რომლებსაც ის სკოლაში მათემატიკის გაკვეთილებზე ეუფლება; მათი ამოხსნისას ხორციელდება ნებისმიერი მათემატიკური ამოცანის ამოსახსნელი ზოგადსასწავლო უნარებისა და რთულ სიტუაციებში ორიენტირების ჩვევათა ფორმირება, რაც კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანებს ადამიანის ინტელექტის განვითარების ძლიერ ინსტრუმენტად აქცევს; ასეთი ამოცანების ამოსახსნელად მოსწავლემ ყველა ღონე უნდა იხმაროს-გამოავლინოს ნებისყოფა, დაჟინება, მიზანსწრაფვა. ამოხსნის ხერხების განსხვავებულობა დამოუკიდებელი კვლევების, გამომგონებლობის გამოვლენის გემოვნებას ნერგავს და დადებით ემოციებს აღვივებს როგორც ამოხსნის პროცესში, ისე შედეგის მიღწევის დროს.

პედაგოგიური გამოცდილებით დასტურდება, რომ შემეცნებითი ინტერესის, დამოუკიდებლობის, პიროვნების ზნეობრივი თვისებებისა და შემოქმედებითი მონაცემების აღზრდის იდეა სწავლებაში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ჩართვით წარმატებით მხოლოდ მაშინ ხერხდება, როცა მათში აღიძვრება მოცემული ამოცანის ამოხსნის ინტერესი. მოსწავლეთა ინტერესები ტრადიციულად სახალისო ამოცანებითაა განპირობებული, რომლებიც საგაკვეთილო პროცესში ყურადღებას ემოციური მასალის სიჭარბით იქცევენ. სახალისო განწყობა, ჩვეულებრივ, თავგადასავლებთან, მოულოდნელ ვითარებებთან არის დაკავშირებული, რომლებიც ხშირად მთავარს, სინამდვილეს გვერდს უვლის. ყოველივე მოულოდნელი და თვალში საცემი ბავშვურ ცნობისმოყვარეობას, სწრაფად დანახვის სურვილს იწვევს. მაგრამ, ყველაფერი ეს მხოლოდ გარეგნულად, საკითხის არსში ღრმად ჩაწვდომის გარეშე ხდება. მიუხედავად იმისა, რომ ასეთი გრძნობები დადებით ემოციებთანაა დაკავშირებული, ყურადღება სწრაფად ნელდება, თუ მოვლენათა ბუნების შეცნობის, წინსვლის სურვილი არ აღიგზნება.

II თავი

კომბინატორიკისა და ალბათობის თეორიის საწყისი ცნებების გამოყენება დაწყებითი მათემატიკის კურსში

§1. კომბინატორულ-ალბათური მიმართულება და მისი კავშირი სხვა ძირითად თეორიულ-მეთოდურ მიმართულებებთან დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში

დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში მთავარ შინაარსობრივ მეთოდურ მიმართულებათა შორის, არსებული სასწავლო პროგრამით რეალიზებულია თეორიულ-სიმრავლური მიმართულება. თეორიულ-სიმრავლური ენა იწყება პირველი კლასიდან და შემდეგ თანდათანობით ფართოვდება მისი გამოყენების სფერო. სიმრავლეთა თეორია დაედო ძირითად საფუძვლად მათემატიკის სასკოლო სახელმძღვანელოებში მრავალ განსაზღვრებასა და ცნებას. შეიძლება ითქვას, რომ თეორიულ-სიმრავლური წარმოდგენების, მისი აპარატის, ენისა და სიმბოლიკის გამოყენება მეტად შესამჩნევია როგორც გარეგნულად, ასევე შინაგანად მათემატიკის სასკოლო კურსში. თეორიულ-სიმრავლურ მიმართულებასთან მჭიდროდ არის დაკავშირებული სხვა შინაარსობრივ-მეთოდური მიმართულებები მათემატიკის სასკოლო კურსში: ლოგიკური, ფუნქციონალურ-გრაფიკული, გეომეტრიული და სხვ.

წმინდა მათემატიკური თვალსაზრისით კომბინატორიკა არის სიმრავლეთა თეორიის სპეციფიკური განყოფილება, რომელიც შეისწავლის სხვადასხვა სიმრავლეების კომბინაციას, როგორიც არის სიმრავლიდან ყველა ქვესიმრავლის გამოყოფა და მათი რიცხვის მოძებნა. ორი სიმრავლიდან ყველა შესაძლო წყვილთა რაოდენობის განსაზღვრა და სხვ.

სასკოლო მათემატიკის კურსში ამოცანების ამოხსნის დროს სადაც კი საჭირო ხდება სიმრავლიდან გამოყოფილი ქვესიმრავლეების ჩამოთვლა, უნდა ვიფიქროთ, რომ იქედან იწყება უკვე კომბინატორული მიმართულება. დაწყებითი კლასების

ზოგიერთი ამოცანა მოითხოვს მოცემული სიმრავლიდან ქვესიმრავლეების გამოყოფას და მათი რიცხვის პოვნას. ამრიგად, დაწყებით კლასებში შემოდის კომბინატორიკის საწყისი ელემენტები, შეხამებული სიმრავლეებთან. შემდგომ ეს კავშირი სიმრავლეებსა და კომბინატორიკის ელემენტებს შორის თანდათანაობით იზრდება. მაგალითად, დაწყებითი კლასების სახელმძღვანელოებში გვხვდება ასეთი შინაარსის ამოცანა:

რამდენნაირად შეიძლება აიღოს მოსწავლემ ავტობუსის ბილეთი, რომლის ღირებულება არის 20 თეთრი? [8], [22], [53].

ამ ამოცანას თუ გავაანალიზებთ, მივიღებთ, რომ მისი ამოხსნისას მოსწავლეებს საქმე აქვთ სიმრავლესთან $\{1,2,5,10,20\}$, რომლისგანაც უნდა გამოიყოს ისეთი ქვესიმრავლეები, რომელშიაც რიცხვების ჯამი უდრის 20-ს. ასეთი შინაარსის ამოცანების გამოჩენა სასკოლო სახელმძღვანელოებში ნიშნავს კომბინატორული მიმართულების წარმოქმნას სიმრავლეთა თეორიასთან ერთად. ამ ტიპის ამოცანების რიცხვი კიდევ უფრო იზრდება და მათი შინაარსი ფართოვდება დაწყებითი სკოლის მაღალ კლასებში და შემდგომ საფეხურებზე. უნდა შევნიშნოთ, რომ ეს გზა კომბინატორულ პრობლემატიკას აკავშირებს იმ ამოცანებთან, რომელიც მათემატიკის სხვადასხვა განყოფილებაში არსებობს.

დაწყებით კლასებში კომბინატორიკის საწყისი ცნებების გაცნობა მოსწავლეებს სტიმულს აძლევს შემდგომში ალბათობის თეორიის კურსის შესწავლაში.

ალბათობის კლასიკურ განსაზღვრებას წინ უსწრებს ელემენტარულ ხდომილობათა სიმრავლეების განხილვა, მოქმედებები ხდომილობებზე, როგორიც არის გაერთიანება, თანაკვეთა, დამატება და სხვ.

ალბათობის, როგორც კლასიკური, ისე აქსიომატური განსაზღვრება მოცემულია ელემენტარულ ხდომილობათა სიმრავლის განხილვით.

აქედან გამომდინარე, ალბათობის თეორია თავისი ბუნებრივი საწყისებით გამომდინარეობს თეორიულ-სიმრავლური მიმართულებიდან. ის მჭიდროდ არის დაკავშირებული სიმრავლეთა თეორიასთან.

გარდა ამ გენერალური ურთიერთკავშირისა, რომელიც არსებობს თეორიულ-სიმრავლურ ცნებებსა და კომბინატორულ-ალბათურ წარმოდგენებს შორის არის სხვა

შინაარსობრივ-მეთოდური მიმართულებანი, სასკოლო მათემატიკის კურსში. ასე მაგალითად, გამოთვლითი-გეომეტრიული მიმართულება ალბათობასთან დაკავშირებულია გეომეტრიული ალბათობით.

მიახლოებითი გამოთვლების თეორიულ-მეთოდური მიმართულება არსებითად ეყრდნობა ალბათობის ინტუიციურ წარმოდგენებს და სხვ. ასეთი მიმართულებების არსებობა მათემატიკის სასკოლო სახელმძღვანელოებში ხელს უწყობს მოსწავლეებში უმარტივესი ალბათური ინტუიციის განვითარებას. ე.ი. ალბათობა და კომბინატორიკა მრავალი ფორმით უკავშირდება დაწყებითი სკოლის მათემატიკის კურსის სხვადასხვა თეორიულ-მეთოდურ მიმართულებებს, ამიტომ მისი შეტანა სკოლაში აუცილებელია მოსწავლეთა ლოგიკური აზროვნების განვითარებისათვის.

ყოველივე ზემოთ თქმულიდან ჩვენ შეგვიძლია გამოვიტანოთ ზოგადი დასკვნა:

კომბინატორულ-ალბათური მომართულება ბუნებრივად შემოდის დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში. ის დაკავშირებულია სხვა თეორიულ-მეთოდურ მიმართულებებეთან, პირველ რიგში სიმრავლეთა თეორიასთან. [31].

კომბინატორიკისა და ალბათობის თეორიის პროპედევტიკული კურსის ჩართვა დაწყებითი სკოლის მათემატიკის კურსში მიზანშეწონილია, ის ამდიდრებს და უფრო სრულყოფილს ხდის მათემატიკის დაწყებითი კურსის შინაარსს.

რადგან დაწყებითი კლასების მათემატიკის სახელმძღვანელოები ძირითადად ამოცანათა კრებულებია, მათში თეორიული საკითხები ნაკლებად არის შეტანილი, ამიტომ კომბინატორულ-ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის მეთოდურ თავისებურებეზე უნდა იქნას გამახვილებული ძირითადი ყურადღება. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნა ძირითადად შეადგენს პროპედევტიკულ მუშაობას კომბინატორული და ალბათური მიმართულებით, ამით იქმნება დაწყებითი კურსი კომბინატორიკის და ალბათობის თეორიისა. ამოცანების ამოხსნის მსვლელობაში მოსწავლეები ეცნობიან კომბინატორიკისა და ალბათობის თეორიის ძირითად ცნებებსა და მეთოდებს. [2].

დაწყებით კლასებში ხდება მეთოდიდან „ცდა და შეცდომა“ გადასვლა მეთოდზე, რომელსაც საფუძვლად უდევს ამოცანების ამოხსნა სისტემატიური შერჩევებით.

თვით სისტემატური შერჩევის პროცედურის აგება კი არის მნიშვნელოვანი მაჩვენებელი მოსწავლეთა მათემატიკური კულტურისა.

კომბინატორული და ალბათური ამოცანების ამოხსნის აღნიშნული გზით შემოფარგვლა არ შეიძლება, რადგან ის არ გამოდგება მაშინ, როცა სიმრავლის ელემენტების რიცხვი დიდია და ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვის ჩამოთვლა ძნელი იქნება.

ამ შემთხვევაში ყველა შესაძლო შემთხვევების ჩამოთვლა ხდება შრომატევადი, ზოგჯერ შეუძლებელიც კი. ამიტომ ვიყენებთ არასრული ინდუქციის მეთოდს იმისათვის, რომ დავამყაროთ რაიმე კანონზომიერება სიმრავლის ელემენტებსა და გამოყოფილ ქვესიმრავლეებს შორის. ეს კანონზომიერება უნდა ჩამოვაყალიბოთ მარტივი წესის სახით, ამით ჩვენ შევქმნით კომბინატორიკისა და ალბათობის თეორიის ამოცანების ისეთ მათემატიკურ მოდელს, რომელიც მოსწავლეებისათვის უკვე ნაცნობია და შემდგომ ამოცანის ამოხსნის პროცესში მოხდება იმ წესების გამოყენება, სადაც ჩვენ კომბინატორიკისა და ალბათობის თეორიის ცნებების დასახელებას არ ვახდენთ. ამ მარტივი წესების გამოყენებით მოხდება ამოცანების ამოხსნა დაწყებით კლასებში. [3].

მარტივი წესების ჩამოყალიბებაში ბუნებრივად მონაწილეობას იღებს დაწყებითი კლასების სახელმძღვანელოში მოთავსებული კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანები სხვა, ჩვენ მიერ სპეციალურად შერჩეულ ამოცანებთან ერთად.

დაწყებით კლასებში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის დროს აუცილებელია ყველა კონკრეტული შემთხვევის ჩამოთვლა, ხოლო შემდგომ საფეხურებზე უნდა მოხდეს ზოგადი დამოკიდებულებების მოძებნა განსახილველ სიმრავლეთა ელემენტებს შორის.

ჩვენ მიერ ჩამოყალიბებული მარტივი წესები, რა თქმა უნდა, ზოგადად არ იქნება სრულყოფილი, ის იქნება კერძო შემთხვევები იმ ზოგადი კომბინატორიკის წესებისა და ფორმულებისა, რომლებსაც მაღალ კლასებში მოსწავლეები უფრო ღრმად და საფუძვლიანად შეისწავლიან. ამ შემთხვევაში ისმის კითხვა: გამართლებულია თუ არა ასეთი სწავლება პედაგოგიური თვალსაზრისით? რა თქმა უნდა, გამართლებულია, რადგან ის შეესაბამება მოსწავლეთა ასაკობრივ თავისებურებებს,

რადგან 6-12 წლის ასაკის ბავშვისათვის ძნელი აღსაქმელია კომბინატორიკისა და ალბათობის თეორიის ცნებების ზუსტი მათემატიკური ფორმულირება და მათი პრაქტიკული გამოყენება. ისეთი ფორმით სწავლება, როცა დაწყებითი კლასების მოსწავლეებს მიეცემათ მკაცრი მათემატიკური ფორმულირება ცნებებისა, მათში იწვევს დაბნეულობას და სწავლისადმი გულაცრუებას, რაც ჩვენთვის მიუღებელია.

ჩვენ მიერ ჩატარებული პედაგოგიური ექსპერიმენტები შემოიფარგლა მხოლოდ მარტივი წესების გამოყვანით და იქიდან გამომდინარე ზოგადი ფორმულებით, რომელსაც გამოვიყენებთ გადანაცვლების, ჯუფთებისა და წყობის გამოსათვლელად n ელემენტისაგან 2 ელემენტად. ცხადია, ტერმინები „გადანაცვლება“, „ჯუფთება“, „წყობა“ კლასში გამოყენებული არ იქნება.

ძირითადი თავისებურება კომბინატორული და ალბათური ცნებების ფორმირებისა ეს არის არა ცხადი სახით გაცნობა. მოსწავლეები ეცნობიან გარკვეული მოცულობით ცნებებს, მაგრამ მათი სახელწოდებების შესახებ მათ არაფერი არ იციან. ამ ცნებების ფორმირება ხდება სპეციალურად შერჩეული ამოცანებით ან ამოცანათა სისტემებით, რომელიც შედის იმ საერთო მასალაში, რასაც შეიცავს დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსი.

კომბინატორიკისა და ალბათობის ცნებების ფარულად გაცნობა ისეთნაირად უნდა მოხდეს, რომ მან ზიანი არ უნდა მიაყენოს დაწყებითი მათემატიკის კურსის შესწავლას. [15].

ჩვენ მიერ ჩატარებული პედაგოგიური ექსპერიმენტით დადასტურდა, რომ კომბინატორული და ალბათური ცნებების ფორმირებისათვის მოსწავლეებს მაგალითებისა და სავარჯიშოების განხილვით მიზანშეწონილია შემდეგი ცნებების განხილვა:

1. სიმრავლიდან ყველა შესაძლო წყვილთა რაოდენობის გამოყოფა.

2. გადანაცვლება, წყობა, ჯუფთება და ორი სიმრავლიდან ყველა შესაძლო წყვილების შედგენა.

3. ცდა, ცდათა რიცხვი, ცდის შედეგი, ცდის გამოსავალი, თანაბრად შესაძლებელი, აუცილებელი და შეუძლებელი შედეგები.

4. შემთხვევითი მოვლენა, ალალბედზე შერჩევა, ხელშემწყობი და ყველა შესაძლო შემთხვევები.

5. ალბათობა და მისი გამოთვლა.

6. ალბათობისა და კომბინატორიკის საწყისი ცნებების გამოყენება გეომეტრიული მასალის შესწავლის დროს.

7. გეომეტრიული ალბათობა.

ჩვენ მიერ ჩამოთვლილი კომბინატორიკისა და ალბათობის საკითხების გასაცნობად დაწყებით კლასებში ცალკე საათები პროგრამის მიხედვით გამოყოფილი არ არის. მათი გაცნობა უნდა მოხდეს დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში სხვა საკითხების სწავლების დროს.

მათემატიკის გაკვეთილები დაწყებით კლასებში დატვირთულია, ამიტომ გაკვეთილებზე უნდა მოვერიდოთ დამატებითი ამოცანების შეტანას, მაქსიმალურად უნდა გამოვიყენოთ სასწავლო სახელმძღვანელოებში არსებული ამოცანები და სავარჯიშოები. ზოგჯერ მიზანშეწონილია სახელმძღვანელოში არსებული ამოცანის ნაწილობრივი შეცვლა რაიმე ახალი ცნების შემოტანასთან დაკავშირებით.

დაწვრილებით განვიხილოთ ამოცანებისა და სავარჯიშოების სისტემა, რომელიც საჭიროა კომბინატორიკისა და ალბათობის ზემოთ ჩამოთვლილი ცნებების გასაცნობად. ჩვენ მიერ დადგენილია ის თანმიმდევრობა, რომელიც უნდა დამყარდეს პროგრამულ მასალასა და განსახილველ ამოცანებს შორის, რათა კომბინატორიკისა და ალბათობის ცნებების გაცნობამ ზიანი არ მიაყენოს დაწყებით კლასებში მათემატიკის კურსის შესწავლას. ჩვენ მიერ სწავლების შემოთავაზებული ხერხი განსახილველ საკითხებზე პირიქით, ხელს უწყობს მათემატიკის სწავლებას.

§2. ალბათობის თეორიისა და კომბინატორიკის ცნებების გამოყენება გეომეტრიული მასალის გავლის დროს დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში

დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსი ითვალისწინებს გეომეტრიის პირველი საწყისი ცნებების გაცნობას. ეს მასალა ისეთნაირად არის განლაგებული სასკოლო სახელმძღვანელოებში, რომ მოსწავლეებს მისი შესწავლა არ უძნელდებათ. ისინი ეცნობიან გეომეტრიის შემდეგ საკითხებს: წერტილი, მონაკვეთი, წრფე, სხივი, ტეხილი, ვერტიკალური და მოსაზღვრე კუთხეები, სამკუთხედი, მართკუთხედი, კვადრატი, რომბი, ტრაპეცია, წრეწირი, წრე, მართკუთხა პარალელეპიპედი, მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობა და სხვ.

ძირითადი გეომეტრიული ცნებები მოსწავლეებს ეძლევათ ინტუიციურად, არ მოეთხოვებათ მათი განსაზღვრებები და რაიმე ზოგადი წესების ჩამოთვლა, მხოლოდ საჭიროა მოსწავლეებმა იცოდნენ ამ ცნებების გამოყენება ამოცანების ამოხსნის დროს.

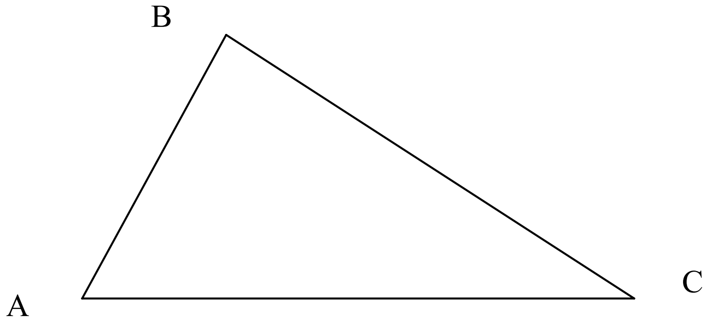
გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების გავლის დროს, მოსწავლეებმა ამოცანების ამოხსნის დროს უნდა გამოყონ ორი ეტაპი:

პირველი ეტაპი-უნდა შეადგინონ ნახაზი, სადაც მოთხოვნილი იქნება მოცემული სიმრავლიდან, რომელიც შედგება გეომეტრიული ობიექტებისაგან გამოყონ ქვესიმრავლეები, რომლებიც აკმაყოფილებენ გარკვეულ პირობებს. მოსწავლეები დაასახელებენ ქვესიმრავლის ელემენტებს წერტილს, წრფეს, სხივს, კუთხეს, სამკუთხედს, ოთხკუთხედს და სხვ.

მეორე ეტაპი-შესრულებულ ნახაზზე მოსწავლეებმა უნდა გამოყონ ქვესიმრავლეები და მოახდინონ მათი რიცხვის გამოანგარიშება. ნახაზები უმჯობესია წინასწარ იყოს გამზადებული. სადემონსტრაციოდ შეიძლება გამოყენებულ იქნას ცხრილები, დაფა, კოდოსკოპი და სხვ.

განვიხილოთ რამდენიმე გეომეტრიული ამოცანა, რომლებიც არიან კომბინატორული შინაარსის და მიზანშეწონილად მიგვაჩნია მათი განხილვა მათემატიკის გაკვეთილებზე.

ამოცანა 1. მოცემულია სამი A, B და C წერტილები. ყოველი ორი მათგანი შეერთებულია მონაკვეთით. რამდენი მონაკვეთი მიიღება? ჩაწერეთ აღნიშვნები.



ჩვენ შემდგომში შევიმუშავებთ მარტივ წესებს, რომლებიც დაეხმარება მოსწავლეებს კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის დროს, მაგრამ ამ ამოცანისათვის ეს ვერ მოხერხდება, რადგან ამ ამოცანის განხილვა დროში უფრო ადრე მოხდება და მოსწავლეებს ეს წესები მაშინ არ ეცოდინებათ. ამიტომ უნდა მოვახდინოთ ყველა შესაძლო შემთხვევის განხილვა.

მასწავლებელი: რამდენი წერტილი გვაქვს სულ?

მოსწავლე: სულ გვაქვს სამი წერტილი.

მასწავლებელი: რამდენი წრფის გავლება შეიძლება A და B წერტილებზე?

მოსწავლე: A და B წერტილებზე შეიძლება ერთი წრფის გავლება.

მასწავლებელი: რამდენი წერტილი განსაზღვრავს მონაკვეთს?

მოსწავლე: მონაკვეთს განსაზღვრავს ორი წერტილი.

მასწავლებელი: რამდენი წყვილის გამოყოფა შეიძლება A, B და C წერტილებიდან?

მოსწავლე: მოცემული წერტილებიდან გამოიყოფა წყვილები: (A, B), (A, C) და (B, C).

მასწავლებელი: რამდენი მონაკვეთის გავლება შეიძლება სამ წერტილზე?

მოსწავლე: სამ წერტილზე შეიძლება სამი მონაკვეთის გავლება AB, AC და BC.

ამოცანა 2. წრფეზე აღნიშნულია ორი წერტილი. რამდენი სხივი შეიქმნა ამ წრფეზე, რომელთაც სათავე აღნიშნულ წერტილებში აქვთ.

ამ ამოცანის ამოხსნის დროს მოსწავლეთა ყურადღება გამახვილებულია იმაზე, რომ ყოველი წერტილი განსაზღვრავს ორ სხივს, რაც შემდგომში გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის დროს გამოდგება.

ანალოგიური ამოცანები შეიძლება განვიხილოთ ვერტიკალურ და მოსაზღვრე კუთხეებზეც.

მეოთხე კლასში შეიძლება განვიხილოთ ამოცანები მონაკვეთის აგებაზეც, თუ მოცემულია რამდენიმე მონაკვეთის სიგრძე. მაგალითად:

ამოცანა 3. ააგეთ S მონაკვეთი, რომლის სიგრძეა სამი a, b და c მონაკვეთების ჯამი.

ამ ამოცანის ამოხსნის დროს შესაძლებელია მოსწავლეებს დავუსვათ კითხვა: რამდენი სხვადასხვა გზით შეიძლება S მონაკვეთის აგება. მოსწავლეები გამოიყენებენ ცნობილ წესს და მიიღებენ, რომ S მონაკვეთის აგება შესაძლებელია $1\cdot 2\cdot 3=6$ სხვადასახვა გზით.

გეომეტრიული შინაარსის ამოცანების ამოხსნის დროს შეიძლება ამოცანის მიმართ დამატებითი კითხვების დასმა, რომელიც ეხება რაიმე ხდომილობის ალბათობის გამოთვლას. მაგალითად:

ამოცანა 4. მართკუთხა პარალელეპიპედი, რომლის სიგრძეა 4 სმ, სიგანე 3 სმ და სიმაღლე 2 სმ, შეღებეს ყველა მხრიდან და შემდეგ დაჭრეს 1 კუბურ სანტიმეტრებად, რამდენი კუბი მიიღება, რომელსაც შეღებილი ექნებათ ერთი წახნაგი, ორი წახნაგი, სამი წახნაგი? რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეულ კუბს ექნება შეღებილი ერთი წახნაგი, ორი წახნაგი, სამი წახნაგი?

მასწავლებელი: რამდენი კუბი მიიღება დაჭრის შედეგად?

მოსწავლე: დაჭრის შემდეგ სულ მიიღება $4\cdot 3\cdot 2=24$ კუბი.

მასწავლებელი: რამდენ კუბს აქვს შეღებილი სამი წახნაგი, ორი წახნაგი და ერთი წახნაგი?

მოსწავლე: სამი წახნაგი შეღებილი ექნება ყველა იმ კუბს, რომელიც ამოიჭრება პარალელეპიპედის წვეროსთან, ამიტომ მათი რიცხვი იქნება 8. ორი წახნაგი შეღებილი ექნება იმ კუბებს, რომელთა ერთი წიბო იქნება მოცემული

პარალელეპიპედის წიბოს ნაწილი, ასეთი კუბების რიცხვი იქნება 12. ხოლო დანარჩენ კუბებს ექნებათ თითო წახნაგი შეღებილი. ე.ი. 24 - (12 + 8) = 4.

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს იმ შედეგს, რომ ალალბედზე შერჩეულ კუბიკს ექნება შეღებილი სამი წახნაგი, ორი წახნაგი და ერთი წახნაგი?

მოსწავლე: ასეთ შედეგს ხელს უწყობს შესაბამისად შემდეგი შემთხვევები: 8, 12 და 4.

მასწავლებელი: რას უდრის მახასიათებელი შეფარდება იმისა, რომ ალალბედზე შერჩეულ კუბს ექნება შეღებილი სამი წახნაგი, ორი წახნაგი და ერთი წახნაგი?

მოსწავლე: მახასიათებელი შეფარდებები შესაბამისად იქნება

$$\frac{8}{24}=\frac{1}{3},\ \frac{12}{24}=\frac{1}{2}\ \text{და}\ \frac{4}{24}=\frac{1}{6}.$$

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს შედეგს, რომ ალალბედზე შერჩეულ კუბს ექნება შეღებილი ერთი წახნაგი მაინც, ორი წახნაგი მაინც, სამი წახნაგი მაინც და ოთხი წახნაგი მაინც?

მოსწავლე: შედეგს - ალალბედზე შერჩეულ კუბს ექნება შეღებილი ერთი წახნაგი მაინც, ხელს უწყობს 24 შემთხვევა.

შედეგს - ალალბედზე შერჩეულ კუბს ექნება შეღებილი ორი წახნაგი მაინც, ხელს უწყობს 20 შემთხვევა.

შედეგს - ალალბედზე შერჩეულ კუბს ექნება შეღებილი სამი წახნაგი მაინც, ხელს უწყობს 8 შემთხვევა.

შედეგს - ალალბედზე შერჩეულ კუბს ექნება შეღებილი ოთხი წახნაგი მაინც, ხელს არ უწყობს არც ერთი შემთხვევა. ე.ი. ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვია 0.

მასწავლებელი: რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეულ კუბს ექნება შეღებილი ერთი წახნაგი მაინც, ორი წახნაგი მაინც, სამი წახნაგი მაინც და ოთხი წახნაგი მაინც?

მოსწავლე: აღნიშნული შედეგები დახასიათდება შესაბამისად შემდეგი რიცხვებით

$$\frac{24}{24}=1,\ \frac{20}{24}=\frac{5}{6},\ \frac{8}{24}=\frac{1}{3}\ \text{და}\ \frac{0}{24}=0.$$

მასწავლებელი: როგორ შედეგებთან გვაქვს საქმე პირველ და მეოთხე შემთხვევებში?

მოსწავლე: პირველ და მეოთხე შემთხვევებში საქმე გვაქვს აუცილებელ და შეუძლებელ შედეგებთან.

§3. გეომეტრიული ალბათობის სწავლება დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში

მეოთხე კლასში მოსწავლეები ნაწილსა და წილადებს გამოსახავენ წრიული დიაგრამების საშუალებით. აქ შესაძლებლობა გვაქვს მათ გავაცნოთ გეომეტრიული ალბათობა, რა თქმა უნდა, არასრულყოფილად, მაგრამ რაღაც წარმოდგენა მაინც შეიძლება შევუქმნათ. ამის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ ასეთი შინაარსის

ამოცანა. დახაზეთ 3 სმ რადიუსის წრეწირი. მიღებული წრე დაყავით 8 ტოლ ნაწილად. მწვანედ გააფერადეთ ერთ-ერთი ნაწილი, წითლად კი სამი ნაწილი. წრის რა ნაწილია მწვანე და წითელი. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული წრის წერტილი მოხვდება:

ა) მწვანედ გაფერადებულ ნაწილში

ბ) წითლად გაფერადებულ ნაწილში

გ) მწვანედ ან წითლად გაფერადებულ ნაწილში

მასწავლებელი: რამდენ ნაწილად არის დაყოფილი წრე?

მოსწავლე: წრე დაყოფილია 8 ტოლ ნაწილად. ნახ.1

მასწავლებელი: მთელი წრის რა ნაწილს შეადგენს მწვანედ გაფერადებული? გამოსახეთ დიაგრამის საშუალებით.

მოსწავლე: მწვანედ გაფერადებული შეადგენს მთელი წრის $\frac{1}{8}$ ნაწილს. ნახ.3

მასწავლებელი: მთელი წრის რა ნაწილს შეადგენს წითლად გაფერადებული? გამოსახეთ დიაგრამის საშუალებით.

მოსწავლე: წითლად გაფერადებული შეადგენს მთელი წრის $\frac{3}{8}$ ნაწილს. ნახ.4

მასწავლებელი: მთელი წრის რა ნაწილს შეადგენს მწვანედ და წითლად გაფერადებული? გამოსახეთ დიაგრამის საშუალებით.

მოსწავლე: მწვანედ და წითლად გაფერადებული შეადგენს მთელი წრის $\frac{1}{2}$ ნაწილს. ნახ.2

მასწავლებელი: რვა შემთხვევიდან რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს იმას, რომ ალალბედზე აღებული წერტილი მოხვდება მწვანედ შეღებილ ნაწილში? წითლად შეღებილ ნაწილში?

მოსწავლე: შედეგს-წერტილი მოხვდება მწვანედ შეღებილ ნაწილში, ხელს უწყობს ერთი შემთხვევა.

შედეგს-წერტილი მოხვდება წითლად შეღებილ ნაწილში, ხელს უწყობს 3 შემთხვევა.

მასწავლებელი: რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ რომ ალალბედზე აღებული წერტილი მოხვდება მწვანედ შეღებილ ნაწილში, წითლად შეღებილ ნაწილში?

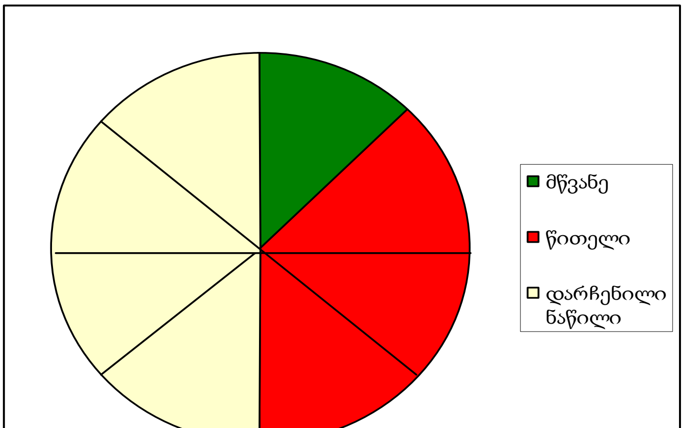
მოსწავლე: ეს შედეგები დახასიათდება შესაბამისად რიცხვებით $\frac{1}{8}$ და $\frac{3}{8}$.

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს იმას, რომ ალალბედზე აღებული წერტილი მოხვდება მწვანედ ან წითლად შეღებილ ნაწილში?

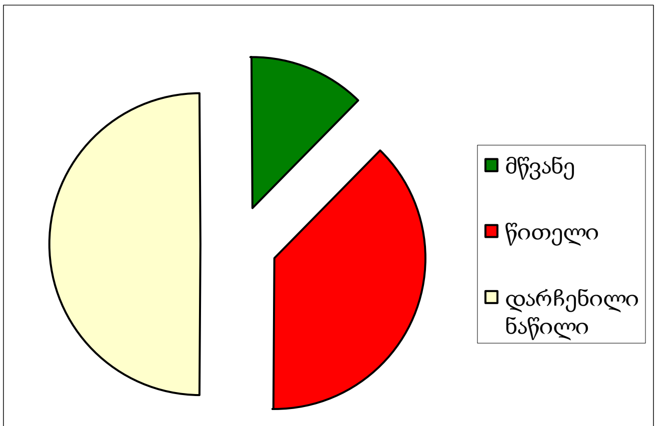
მოსწავლე: შედეგს-ალალბედზე აღებული წერტილი მოხვდება მწვანედ ან წითლად შეღებილ ნაწილში ხელს უწყობს $1 + 3 = 4$ შემთხვევა.

მასწავლებელი: რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ რომ ალალბედზე აღებული წერტილი მოხვდება მწვანედ ან წითლად შეღებილ ნაწილში?

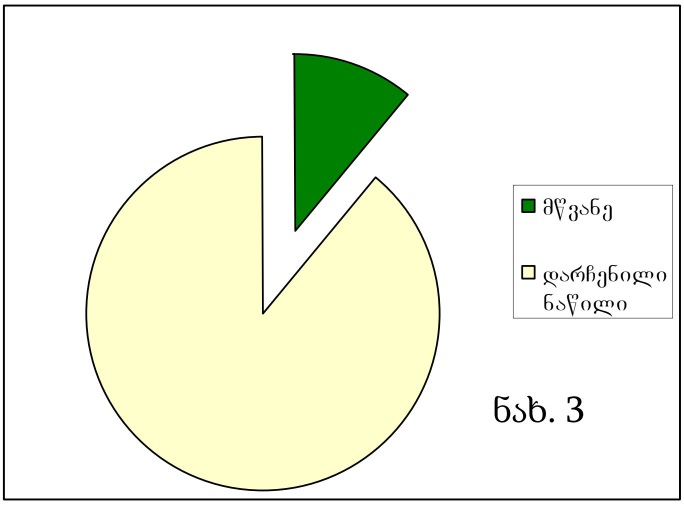
მოსწავლე: ეს შედეგი დახასიათდება რიცხვით $\frac{1}{2}$. ნახ.2



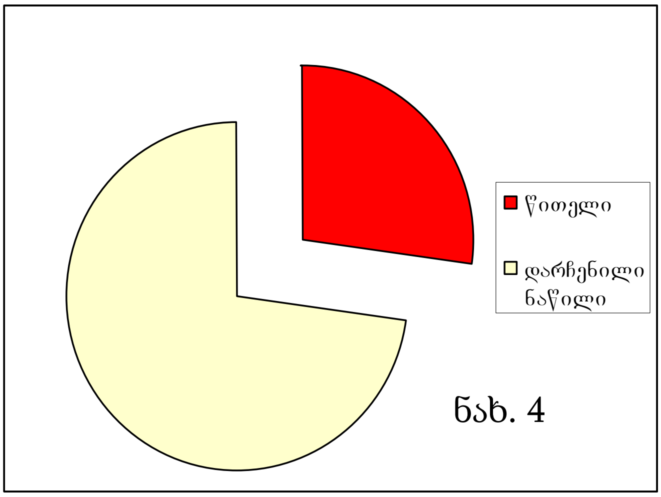
ნახ. 1



ნახ. 2



ნახ. 3



ნახ. 4

მეოთხე კლასში ჩატარებულმა საცდელმა მუშაობამ და შემდგომ მისმა ანალიზმა აჩვენა, რომ კომბინატორიკისა და ალბათობის საწყისი ცნებების შეტანა ფარულად, ზოგადი ფორმულებისა და წესების გარეშე აუცილებელი და შესაძლებელია. კომბინატორიკისა და ალბათობის ელემენტების შეტანა ხელს უწყობს მოსწავლეთა აზროვნების განვითარებას და ამ მიმართულებით ავითარებს მოსწავლეთა მიხვედრილობისა და მოსაზრებულობის ჩვევებს, ისინი უფრო რაციონალურ გზებს არჩევენ ამოცანების ამოხსნის დროს, რაც იწვევს სასწავლო დროის ეკონომიას, ყველაფერი ეს კი ხელს უწყობს მათემატიკის სისტემური კურსის სწავლებას დაწყებით კლასებში. მეოთხე კლასში მოსწავლეთათვის გაცნობილი კომბინატორიკისა და ალბათობის მარტივი წესები წარმატებით გამოიყენება შემდგომ მეხუთე კლასში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის დროს.

მეხუთე კლასის მოსწავლეები მათემატიკის კურსში სწავლობენ შემდეგ თემებს: დადებითი და უარყოფითი რიცხვები, ნატურალური რიცხვების გაყოფადობა, ჩვეულებრივი წილადები, ათწილადები და გეომეტრიულ მასალას.

სასკოლო სახელმძღვანელოები შეიცავენ ისეთ სავარჯიშოებს, რომლებიც საშუალებას გვაძლევს განვაგრძოთ კომბინატორიკის და ალბათობის საწყისი ცნებების სწავლება, იმ პრინციპებზე, რასაც ვაკეთებდით წინა კლასებში. მეხუთე კლასში გამოვიყენებთ ჩვენს მიერ წინა კლასებში მიცემულ მარტივ წესებს.

მეხუთე კლასში განიხილება ქვესიმრავლის ცნება, სიმრავლეთა თანაკვეთა და გაერთიანება.

ქვესიმრავლე არის ნაწილი სიმრავლისა, ამის დასაბუთება უნდა მოხდეს მაგალითების განხილვით. უნდა განვიხილოთ სასრული რაოდენობის ელემენტების მქონე სიმრავლის ქვესიმრავლეები, რადგან ქვესიმრავლე ნაწილია სიმრავლისა, ამიტომ ქვესიმრავლის ელემენტების რიცხვის ფარდობა სიმრავლის ელემენტების რიცხვთან უნდა გამოისახოს ერთზე ნაკლები ან ერთის ტოლი წილადით. ამის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ ასეთი შინაარსის

ამოცანა. სიმრავლიდან $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ გამოყავით

ა) კენტი რიცხვების ქვესიმრავლე

ბ) ლუწი რიცხვების ქვესიმრავლე

გ) ერთნიშნა რიცხვების ქვესიმრალე

დ) ორნიშნა რიცხვების ქვესიმრავლე

ე) პირველი ათეულის რიცხვების ქვესიმრავლე

მასწავლებელი: დაასახელეთ მოცემული სიმრავლის ქვესიმრავლე, რომელიც შეიცავს სიმრავლეში შემავალ ყველა კენტ რიცხვს.

მოსწავლე: მოცემული სიმრავლიდან გამოყოფილი კენტ რიცხვთა ქვესიმრავლე არის $\{1, 3, 5, 7, 9\}$.

მასწავლებელი: დაასახელეთ მოცემული სიმრავლის ქვესიმრავლე, რომელიც შეიცავს სიმრავლეში შემავალ ყველა ლუწ რიცხვს.

მოსწავლე: მოცემული სიმრავლიდან გამოყოფილი ლუწ რიცხვთა ქვესიმრავლე არის $\{2, 4, 6, 8, 10\}$.

მასწავლებელი: დაასახელეთ მოცემული სიმრავლის ქვესიმრავლე, რომელიც შეიცავს სიმრავლეში შემავალ ყველა ერთნიშნა რიცხვს.

მოსწავლე: მოცემული სიმრავლიდან გამოყოფილი ერთნიშნა რიცხვების ქვესიმრავლე არის $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

მასწავლებელი: დაასახელეთ მოცემული სიმრავლის ქვესიმრავლე, რომელიც შეიცავს სიმრავლეში შემავალ ყველა ორნიშნა რიცხვს.

მოსწავლე: მოცემული სიმრავლიდან გამოყოფილი ორნიშნა რიცხვების ქვესიმრავლე არის $\{10\}$.

მასწავლებელი: დაასახელეთ მოცემული სიმრავლის ქვესიმრავლე, რომელიც შეიცავს სიმრავლეში შემავალ პირველი ათეულის რიცხვებს.

მოსწავლე: მოცემული სიმრავლიდან გამოყოფილი პირველი ათეულის რიცხვების ქვესიმრავლე არის $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

მასწავლებელი: რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ამ სიმრავლიდან ალალბედზე აღებული რიცხვი იქნება კენტი, ლუწი, ერთნიშნა, ორნიშნა?

ეს კითხვა მასწავლებელმა შეიძლება დაანაწილოს ასე:

მასწავლებელი: რამდენ ელემენტს შეიცავს სულ სიმრავლე?

მოსწავლე: სიმრავლე შეიცავს სულ 10 ელემენტს.

მასწავლებელი: რამდენნაირად შეიძლება ალალბედზე ერთი რიცხვის შერჩევა მოცემული სიმრავლიდან?

მოსწავლე: მოცემული სიმრავლიდან ერთი რიცხვის შერჩევა ალალბედზე შეიძლება მოხდეს 10 სხვადასხვა გზით.

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს იმას, რომ ალალბედზე აღებული რიცხვი იყოს კენტი?

მოსწავლე: შედეგს-ალალბედზე შერჩეული რიცხვი იყოს კენტი, ხელს უწყობს 5 შემთხვევა.

მასწავლებელი: რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე აღებული რიცხვი იყოს კენტი? გამოსახეთ დიაგრამის საშუალებით.

მოსწავლე: შედეგი დახასიათდება წილადით $\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$. ნახ.6

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს იმას, რომ ალალბედზე აღებული რიცხვი იყოს ლუწი?

მოსწავლე: შედეგს-ალალბედზე შერჩეული რიცხვი იყოს ლუწი, ხელს უწყობს 5 შემთხვევა.

მასწავლებელი: რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე აღებული რიცხვი იყოს ლუწი? გამოსახეთ დიაგრამის საშუალებით.

მოსწავლე: შედეგი დახასიათდება წილადით $\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$. ნახ.5

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს იმას, რომ ალალბედზე აღებული რიცხვი იყოს ერთნიშნა?

მოსწავლე: შედეგს-ალალბედზე შერჩეული რიცხვი იყოს ერთნიშნა, ხელს უწყობს 9 შემთხვევა.

მასწავლებელი: რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე აღებული რიცხვი იყოს ერთნიშნა? გამოსახეთ დიაგრამის საშუალებით.

მოსწავლე: შედეგი დახასიათდება წილადით $\frac{9}{10}$. ნახ.7

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს იმას, რომ ალალბედზე აღებული რიცხვი იყოს ორნიშნა?

მოსწავლე: შედეგს-ალალბედზე შერჩეული რიცხვი იყოს ორნიშნა, ხელს უწყობს 1 შემთხვევა.

მასწავლებელი: რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე აღებული რიცხვი იყოს ორნიშნა? გამოსახეთ დიაგრამის საშუალებით.

მოსწავლე: შედეგი დახასიათდება წილადით $\frac{1}{10}$. ნახ.8

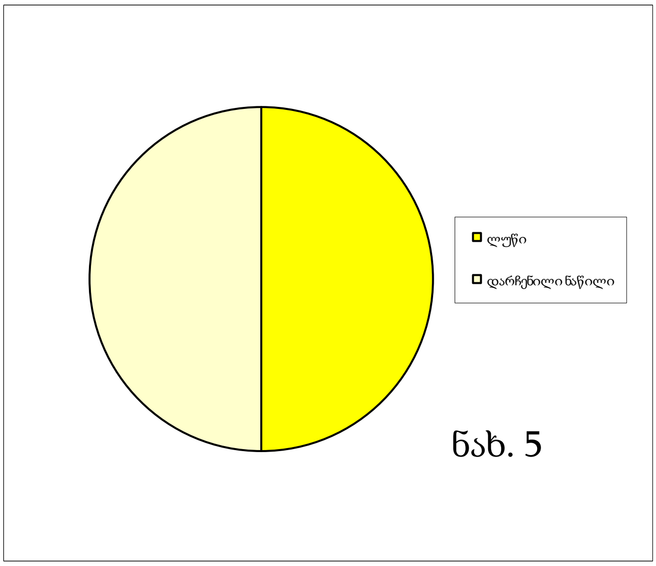
მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს იმას, რომ ალალბედზე აღებული რიცხვი იყოს პირველი ათეულის?

მოსწავლე: შედეგს-ალალბედზე შერჩეული რიცხვი იყოს პირველი ათეულის, ხელს უწყობს 10 შემთხვევა.

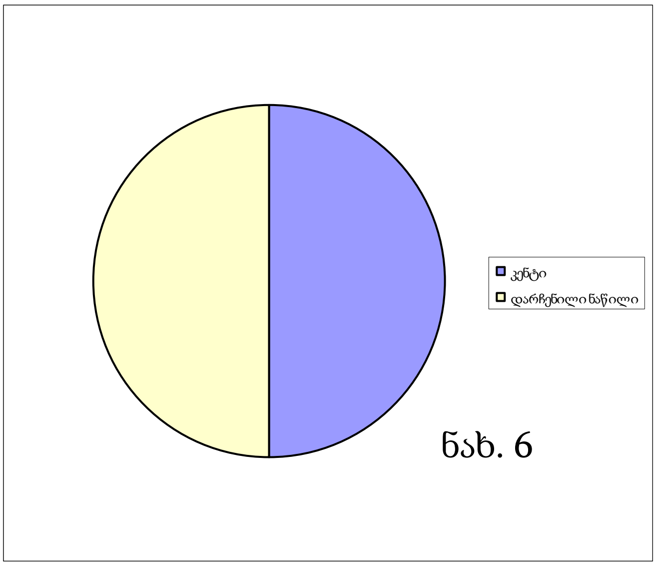
მასწავლებელი: რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე აღებული რიცხვი იყოს პირველი ათეულის? გამოსახეთ დიაგრამის საშუალებით.

მოსწავლე: შედეგი დახასიათდება რიცხვით $\frac{10}{10}=1$. ნახ.9

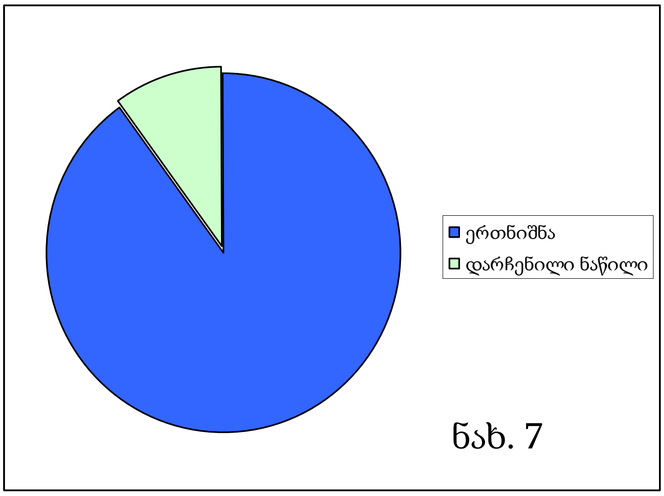
მოსწავლეების მიერ დაწერილი რიცხვები $\frac{1}{2}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{1}{10}$ და 1 მოსწავლეებს არწმუნებს იმაში, რომ ქვესიმრავლე ნაწილია სიმრავლისა, რამაც ხელი შეუწყო დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში ქვესიმრავლის ცნების შესწავლას.



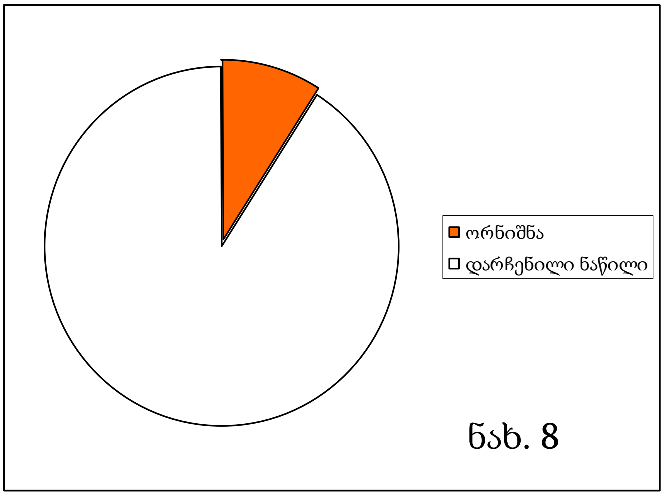
ნახ. 5



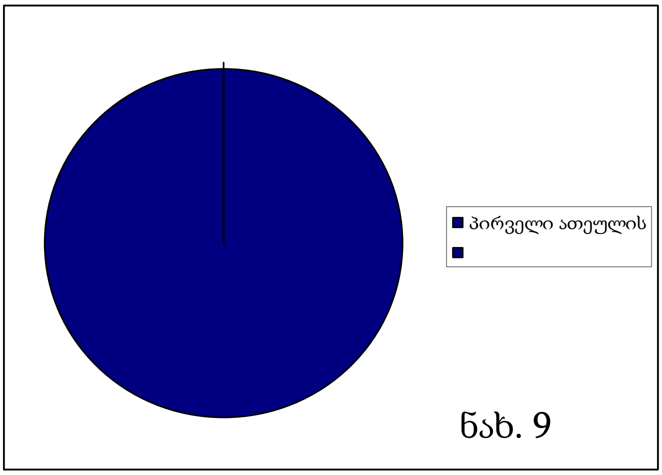
ნახ. 6



ნახ. 7



ნახ. 8



ნახ. 9

§4. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის ეტაპები მათემატიკის კურსში

მათემატიკის სასკოლო კურსი შეიცავს ისეთ ამოცანებს, რომლებსაც აქვთ პრაქტიკული შინაარსი და არიან კომბინატორული და ალბათური შინაარსის.

მეთოდურ ლიტერატურაში პრაქტიკული შინაარსის ამოცანების ამოხსნას ზოგიერთი მკვლევარი ყოფს სამ ეტაპად:

1. ამოცანის ფორმალიზაცია;

2. პრაქტიკული რეალიზაცია;

3. ინტერპრეტაცია.

ამოცანათა და მაგალითების ნებისმიერი სისტემის ამოხსნის დროს მოსწავლეები ხვდებიან სრულად ან ნაწილობრივ მაინც ამ ეტაპებს, ამიტომ მიზანშეწონილად მიგვაჩნია ამ საკითხს დავუთმოთ გარკვეული ყურადღება, რადგან მათემატიკური სტატისტიკისა და ალბათობის თეორიის სწავლება სკოლებში არცთუ ისე დიდი ხანია რაც შემოიღეს და ჯერ კიდევ სრულყოფილად არ არის დამუშავებული ამ საკითხების მეთოდიკური საფუძვლები.

განვიხილოთ კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის ეტაპები დაწვრილებით.

1. ფორმალიზაცია-არის მოცემული სიტუაციიდან გადასვლა ფორმალურ მათემატიკურ მოდელზე, რომელიც მიახლოებით ასახავს ამ სიტუაციას.

ალბათური და კომბინატორული შინაარსის ამოცანების ამოხსნის ამ ეტაპს მიეკუთვნება: ამოცანის პირობის შესწავლა, დადგენა იმისა, გამოყოფილ ქვესიმრავლეებში ელემენტების დალაგებას აქვს თუ არა მნიშვნელობა, იმის განსაზღვრა, თუ რომელი წესი უნდა იქნეს გამოყენებული ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვის მოსაძებნად, როგორი ბუნებისაა ალალბედზე შერჩევა, თანაბრად შესაძლებელია თუ არა, აუცილებელია თუ შეუძლებელი და სხვ.

2. რეალიზაცია-არის ამოცანის ამოხსნა მისთვის განკუთვნილი მეთოდის მიხედვით, ამ დროს მოსწავლეები გამოიყენებენ ზოგად წესებს და ფორმულებს ყველა შემთხვევათა რიცხვის მოსაძებნად.

3. ინტერპრეტაცია-არის ამოცანის ამოხსნის გათვალისწინება, ამოხსნის სისწორის შემოწმება და პრაქტიკული მნიშვნელობა.

კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის ინტერპრეტაცია შეიძლება მოხდეს სხვადასხვა გზით, როგორიც არის დიაგრამებისა და ნახაზების აგება, გრაფებისა და გრაფ-ხის გამოყენება, ექსპერიმენტული ლაბორატორიული შემოწმება და სხვ.

ყოველი ტექსტიანი ამოცანა აღწერს რეალურ სიტაციას ან მასთან მიახლოებულს, სადაც საჭიროა გავიგოთ უცნობი სიდიდე ან გავაკეთოთ რაიმე თვისობრივი დასკვნა დამახასიათებელი ამ სიტუაციისათვის. პირველ ეტაპზე საჭიროა უცნობი სიდიდე შევიტანოთ ამოცანის პირობებში, მისი საშუალებით გამოვსახოთ სხვა სიდიდეები და შევადგინოთ ამოცანის პირობებიდან გამომდინარე მათემატიკური მოდელი. ეს შეიძლება იყოს განტოლება, ფორმულა და სხვ. შესაძლებელია, რომ ეს მათემატიკური მოდელი შეესაბამებოდეს კიდევ სხვა სიტუაციას.

ეს სამი ეტაპი სქემატურად ასე წარმოდგება:

ajhvfkbpfwb → ***htfkbpfwbf*** → ***bynthghtnfwb***

საილუსტრაციოდ განვიხილოთ კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნა ამ ეტაპების გათვალისწინებით.

ამოცანა. რამდენი სამნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ციფრებით 1, 3 და 9.ისე, რომ ციფრი არ განმეორდეს.

ამოხსნა. I ეტაპი - ფორმალიზაცია. აქ მოსწავლეებმა გაარკვიეს, რომ მოცემული ციფრებიდან საჭიროა შევადგინოთ სამნიშნა რიცხვები, რა ელემენტებისაგან შედგება სიმრავლე $\{1, 3, 9\}$. განსაზღვრა იმისა, რომ რიცხვში ციფრის გამეორება არ შეიძლება, რომ მნიშვნელობა აქვს ელემენტების დალაგებას, ასე მაგალითად, რიცხვები 391 და 913 სხვადასხვაა. რიცხვები 333 და 999 არ არის დასაშვები. მოსწავლეები დაადგენენ, რომ საჭიროა მოცემული სიმრავლის ყველა შესაძლო დალაგებათა რიცხვის მოძებნა და ამისათვის გამოიყენებენ საჭირო წესს და მოახდენენ ყველა შემთხვევის განხილვას.

II ეტაპი-რეალიზაცია. აქ მოსწავლეები ახდენენ მათთვის ცნობილი წესით ან ფორმულით გამოთვლას მოცემული სიმრავლის ყველა შესაძლო დალაგებათა რიცხვის მოძებნას ან ახდენენ ყველა შესაძლო შემთხვევების ჩამოთვლას. თუ გამოვიყენებთ ყველა შესაძლო გადანაცვლებათა რიცხვის მოსაძებნად ჩვენ მიერ ჩამოყალიბებულ წესს მივიღებთ, რომ სამი ციფრისაგან შეიძლება შევადგინოთ $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ რიცხვი.

III ეტაპი-ინტერპრეტაცია. ამ ეტაპზე მოსწავლეები მასწავლებლის დახმარებით აგებენ ე.წ. გრაფ-ხეს, რომელზედაც ილუსტრირებულია მოცემული სიმრავლის ელემენტების განლაგება ყველა შემთხვევაში. (ნახ. 1).

ამ გრაფ-ხის საშუალებით მოსწავლეები თვალსაჩინოდ ხედავენ, თუ როგორ მიიღება თითოეული საძებნი რიცხვი.

კომბინატორული და ალბათური ხასიათის ამოცანების ამოხსნის დროს ამოცანის ამოხსნის სისწორის შესამოწმებლად ზოგჯერ მიზანშეწონილია გამოყენებულ იქნას ლაბორატორიული მეთოდი. განვიხილოთ პრაქტიკული მაგალითი.

ამოცანა. ყუთში არის თანაბარი რაოდენობის წითელი და თეთრი ბირთვები, იმდენი, რამდენი მოსწავლეც არის კლასში, სულ 24. ალალბედზე ვიღებთ ერთ ბირთვს, რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე ამოღებული ბირთვი იქნება წითელი.

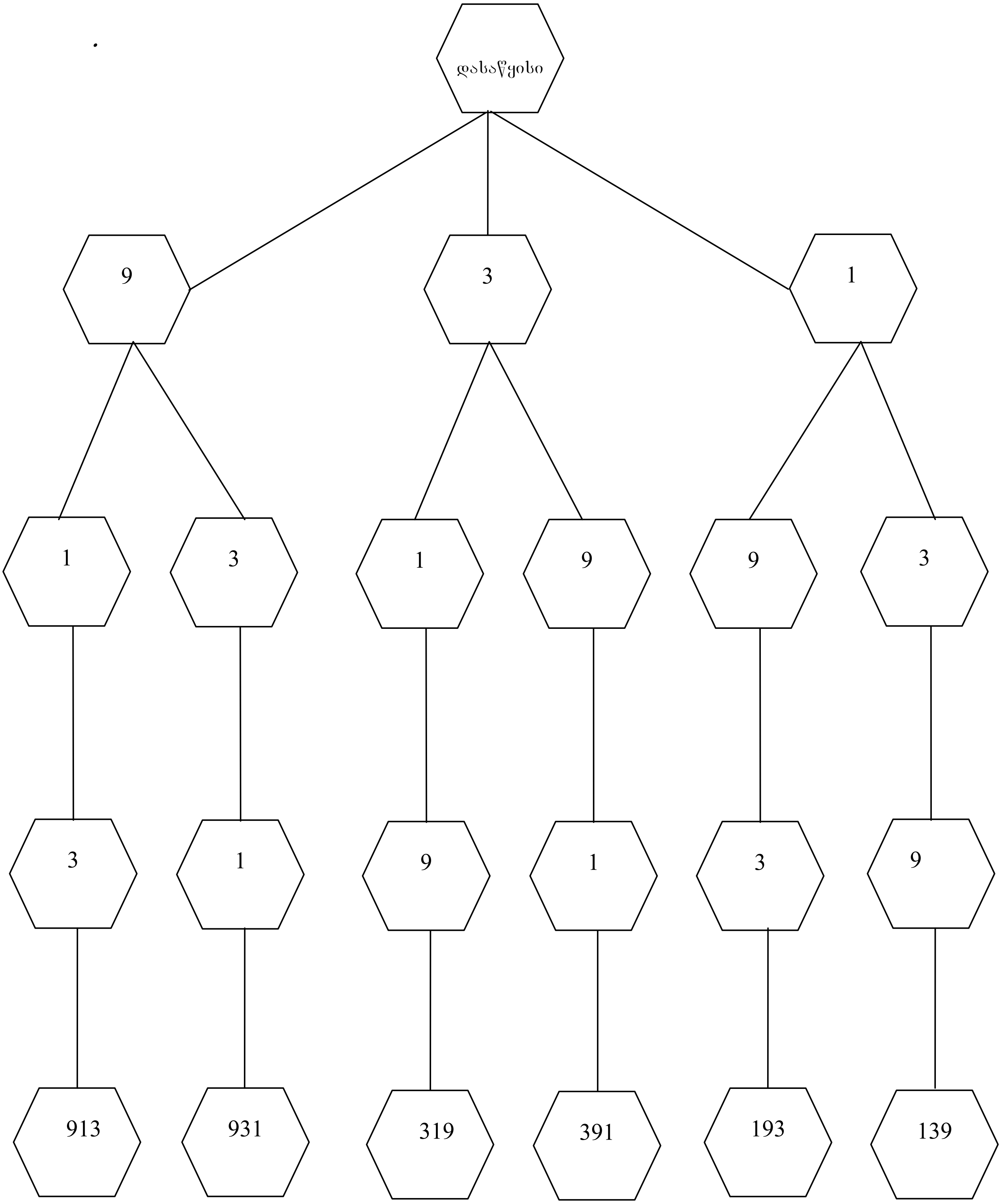
პირველი და მეორე ეტაპის განხილვით მოსწავლეებმა დაადგინეს, რომ ალალბედზე ამოღებული ბირთვი, რომ იქნება წითელი ეს შედეგი დახასიათდება რიცხვით

$$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}.$$

განვიხილოთ მესამე ეტაპი, თუ როგორ შევამოწმოთ ამოცანის ამოხსნის სისწორე.

ყუთში მოვათავსეთ ერთნაირი ზომისა და წონის 24 ბირთვი-12 წითელი და 12 თეთრი. სულ ჩავატარეთ 24 ცდა. თითოეული ცდა მდგომარეობდა შემდეგში:

Yაბ.1



გამოვიძახეთ თითოეული მოსწავლე, რომელიც ყუთში ჩაუხედავად იღებდა ბირთვს. ამოღებული ბირთვის ფერი შეგვქონდა ცხრილში და ბირთვს ისევ უკან ვაბრუნებდით.

ცხრილი

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	ულ	Iეფარდება
წითელი	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	11	$\frac{11}{24}=0,46$
თეთრი	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	13	$\frac{13}{24}=0,54$

ცხრილიდან ჩანს, რომ ალბათობა იმისა, რომ ალალბედზე ამოღებული ბირთვი იქნება წითელი ან თეთრი უახლოვდება თეორიულად გამოთვლილ რიცხვს.

ზოგიერთი კომბინატორული ამოცანის ამოხსნის დროს შეგვიძლია გამოვიყენოთ გრაფები.

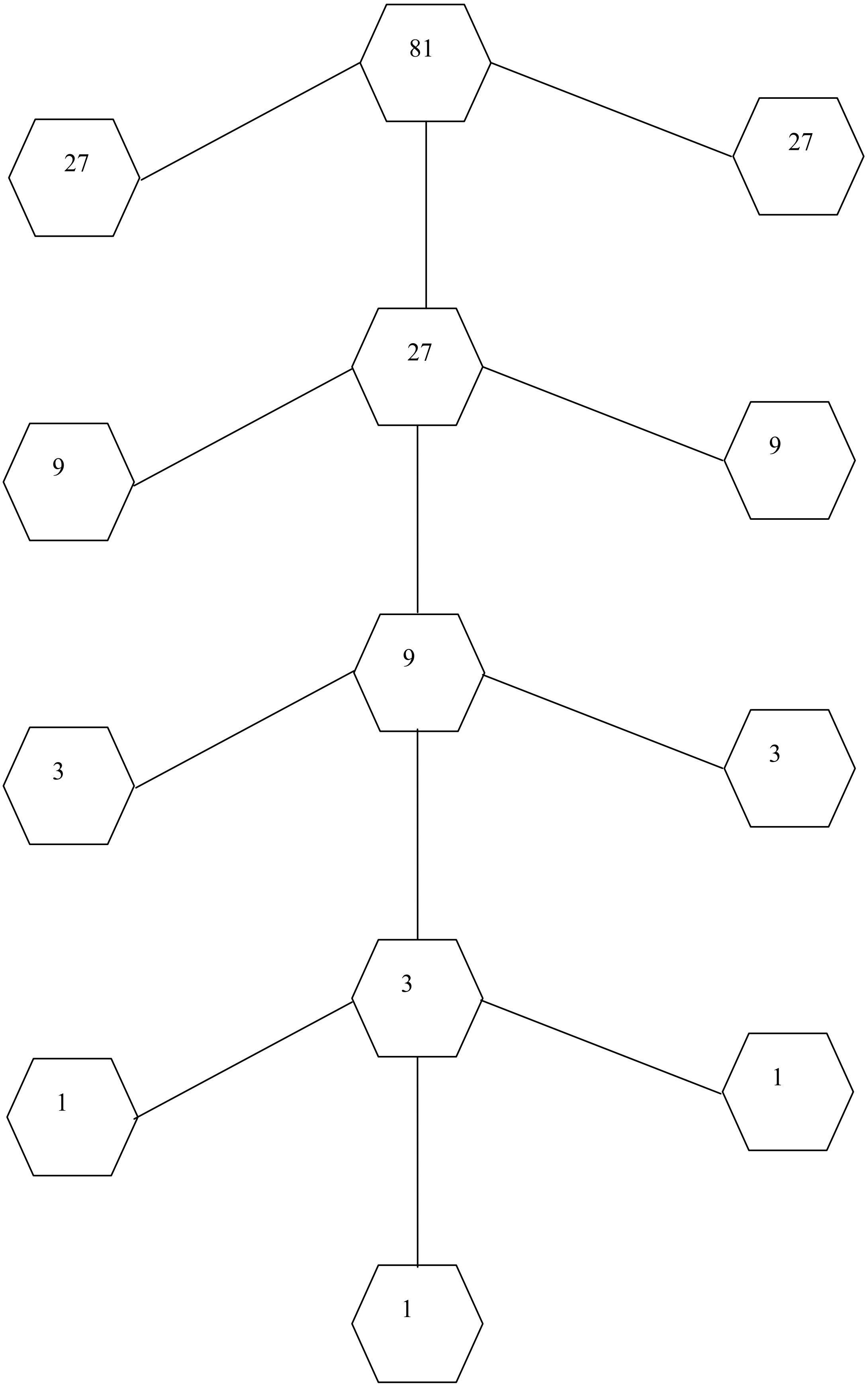
დაწყებითი კლასების მათემატიკის სახელმძღვანელოებში გვხვდება ისეთი შინაარსის ამოცანები, სადაც საჭიროა მრავალჯერადი ცდების ჩატრება, როგორიც არის აწონა, სითხის გადასხმა ერთი ჭურჭლიდან მეორეში და სხვ.

განვიხილოთ რამდენიმე ამოცანა გრაფთა გამოყენებით.

ამოცანა 1. გვაქვს ერთნაირი ზომისა და ფორმის 81 მონეტა, რომელთა შორის ერთი ყალბია (მსუბუქია დანარჩენებზე). დადგინეთ ყალბი მონეტა ოთხი აწონით პინებიანი სასწორის გამოყენებით (საწონების გარეშე).

ამოხსნა. მოსწავლეები დარწმუნდებიან, 81 Vონეტის გაყოფა ორ ნაწილად სასურველ შედეგს ვერ იძლევა. ამიტომ მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა შესთავაზოს მონეტების ჯგუფებად დაყოფის სხვა გზის მოძებნა, რისთვისაც სასურველია მასწავლებელმა მოსწავლეებს გაახსენოს თუ რომელ რიცხვებზე იყოფა რიცხვი 81. მოსწავლეები მიხვდებიან, რომ უმჯობესია 81 მონეტის დაყოფა მოხდეს სამ ტოლ ჯგუფად, თითოეულში 27 მონეტა. პირველი აწონით მოსწავლეები დაადგენენ 27 მონეტის შემცველ რომელ ჯგუფშია ყალბი მონეტა. ანალოგიურად,

მოსწავლეები მიხვდებიან, რომ 27 მონეტის გაყოფა ორ ნაწილად სასურველ შედეგს ვერ იძლევა, ამიტომ მასწავლებლის ჩარევით ისინი მიდიან დასკვნამდე, რომ უმჯობესია 27 მონეტა გაიყოს სამ ჯგუფად: 9, 9 და 9.



ამის შემდეგ რაც დადგინდა ამოხსნის სტრატეგია, მოსწავლეებისათვის სირთულეს აღარ წარმოადგენს ამოცანის ამოხსნა. კერძოდ, ისინი მეორე აწონით ადგენენ 9 მონეტის შემცველ რომელ ჯგუფშია ყალბი მონეტა.

შემდეგ 9 მონეტისაგან შედგენილ ჯგუფს ისევ ყოფენ 3 ჯგუფად: 3, 3 და 3. მესამე აწონით ადგენენ სამი მონეტისაგან შედგენილ რომელ ჯგუფშია ყალბი მონეტა.

რის შემდეგაც ყალბი მონეტის შემცველი სამი მონეტისაგან შედგენილი ჯგუფის დანაწილება ხდება თითო მონეტებად და მეოთხე აწონით დადგინდება რომელია ყალბი მონეტა. გრაფთა გამოყენებით მოსწავლეებს დამოუკიდებელი სამუშაოს სახით შეიძლება მივცეთ შემდეგი ამოცანები:

ამოცანა 2. მოცემული გვაქვს სამი ჭურჭელი-8 ლიტრიანი, 5 ლიტრიანი და 3 ლიტრიანი. 8 ლიტრიანი ჭურჭელი ავსებულია ზეთით, დანარჩენი ორი ჭურჭელი ცარიელია. როგორ გავცეთ ამ ჭურჭლების საშუალებით 4 ლიტრი ზეთი? სითხის გადასხმის რა უმცირესი რიცხვია ამისათვის საჭირო? ან

ამოცანა 3. მოცემული გვაქვს რვეულების სამი დასტა. პირველ დასტაში 11 რვეულია, მეორეში - 7 რვეული, მესამეში - 6 რვეული. საჭიროა თითოეულ დასტაში რვეულების რაოდენობა გათანაბრდეს გადაწყობის გზით. ნებადართულია ერთი დასტიდან მეორეში იმდენი რვეულის გადაწყობა, რამდენიც მეორეშია (მიმღებშია). გადაწყობის რა უმცირესი რაოდენობაა საჭირო? ან

ამოცანა 4. თორმეტლიტრიანი ჭურჭელი სავსეა რძით. საჭიროა რძე გაიყოს ორ თანაბარ ნაწილად, რისთვისაც შესაძლებელია გამოვიყენოთ მხოლოდ რვალიტრიანი და ხუთლიტრიანიჭურჭლები. როგორ გავაკეთოთ ეს? სითხის გადასხმის რა უმცირესი რაოდენობაა საჭირო?

გრაფების გამოყენებისას მოსწავლეებს შეიძლება გავაცნოთ თუ რა არის გრაფის წვერო, წიბო, იზოლირებული წვერო და სრული გრაფი.

დაწყებით კლასებში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის დროს ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს ამოხსნის სამივე ეტაპის განხილვას. სწავლების შემდგომ ეტაპზე მიზანშეწონილად მიგვაჩნია, რომ მასწავლებელმა განსაკუთრებული ყურადღება უნდა მიაქციოს მესამე ეტაპს, რადაგან ამ ეტაპის განხილვისას მოსწავლეები ნათლად ხედავენ ამოცანის ამოხსნის პრაქტიკულ ღირებულებას, ადგენენ ამოცანაში საპოვნი სიდიდის იმ ოპტიმალურ მნიშვნელობებს, რომელიც სინამდვილეს შეეფერება და ხელსაყრელია.

§5. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების კლასიფიკაცია და მათი ადგილი დაწყებითი მათემატიკის კურსში

დაწყებითი კლასების მათემატიკის სახელმძღვანელოებში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანები გაბნეულია დაწყებული პირველი კლასიდან მეექვსე კლასის ჩათვლით, ეს ამოცანები არ არის მოყვანილი ერთ მთლიან სისტემაში, ზოგიერთ შემთხვევაში არ შეესაბამება პროგრამულ მასალას ან არ არის სწორად განსაზღვრული მისი ადგილი.

ჩვენ მიზნად დავისახეთ კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანები მოგვეყვანა ერთ მთლიანობაში კლასების მიხედვით და შეგვექმნა ამოცანების სისტემა, რომელიც შეხამებული იქნება დაწყებითი მათემატიკის კურსის შინაარსთან და ხელს შეუწყობს მათემატიკის კურსის უკეთ შესწავლას დაწყებით კლასებში. პრაქტიკოსი მასწავლებელი, რომელიც ჩვენ მიერ შედგენილ ამოცანათა სისტემით დაიწყებს მუშაობას პირველი კლასიდან, მუშაობა უნდა განაგრძოს დაწყებითი სკოლის შემდგომ კლასებში იმ თანმიმდევრობით, რომელსაც ჩვენ ვთავაზობთ დისერტაციაში.

როგორც წინა პარაგრაფებში აღვნიშნეთ, დაწყებით კლასებში კომბინატორული შინაარსის ამოცანების ამოხსნა ხდება ინტუიციურად დაყრდნობილ მეთოდზე „ცდა და შეცდომა“, მოსწავლეთა ცოდნის დონე განისაზღვრება იმით, რაც არ აღემატება მათ გრძნობათა სფეროს.

მეოთხე და მეხუთე კლასებში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის დროს მოსწავლეებისაგან ჩვენ მოვითხოვთ ლოგიკურ აზროვნებას, რომელიც ეყრდნობა არასრული ინდუქციის მეთოდს. ამოცანების ამოხსნა და ახალი ცნებების შემოტანა დავუკავშირეთ სიმრავლეების შესწავლას, რომელიც გავყავით ორ საფეხურად.

პირველ საფეხურზე განვიხილეთ ერთი სიმრავლე, რომელიც შეიცავდა მცირე რაოდენობის ელემენტებს, დავამყარეთ კავშირი სიმრავლის ელემენტების რაოდენობასა და გამოყოფილ წყვილთა რაოდენობას შორის.

მეორე საფეხურზე განვიხილეთ ორი სხვადასხვა სიმრავლე, რომელიც შეიცავდა ელემენტების მცირე რაოდენობას, მათგან შევადგინეთ ყველა შესაძლო წყვილები. ამით საფუძველი ჩავუყარეთ სიმრავლეთა დეკარტულ ნამრავლს.

მეოთხე, მეხუთე და მეექვსე კლასებში მოსწავლეთა ცოდნის დონე ალბათური და კომბინატორული მიმართულებით შემდეგნაირად განვსაზღვრეთ. ამ კლასებში მოსწავლეები ამოცანებს ხსნიან ჩვენ მიერ მიცემული მარტივი წესების გამოყენებით, რითაც იგებენ დროში და ამ დარჩენილ დროს უთმობენ მათემატიკის სიტემატური კურსის შესწავლას. მოსწავლეები იმტკიცებენ თავიანთ ცოდნას მათემატიკაში შემდეგ საკითხებზე: სიმრავლეები, ნაწილი და წილადი, მათი თვისებები, მონაკვეთი, სხივი, წრფე, პროცენტი, უმცირესი საერთო ჯერადი და უდიდესი საერთო გამყოფი და სხვ.

აქედან ცხადია, რომ კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნა ხელს უწყობს აღნიშნულ კლასებში მოსწავლეთა ლოგიკური აზროვნების განვითარებას.

ჩვენ მიერ გამოთქმული წესების გამოყენება ამოცანების ამოხსნის დროს საფუძველს ჩაუყრის სწავლების მომდევნო საფეხურზე ზოგადი წესებიდან გამომდინარე ზოგად ფორმულებზე გადასვლას.

განვიხილოთ იმ ამოცანების და სავარჯიშოების სისტემა, რომელთა ამოხსნაც უნდა მოვახდინოთ საგაკვეთილო პროცესში დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში, რათა სრულყოფილად მოხდეს მოსწავლეთა კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის უნარ-ჩვევების ფორმირება.

კომბინატორიკის და ალბათობის საწყისი ცნებების გამოყენების მოხდენა მიზანშეწონილია თითოეული კონკრეტული თემის გავლასთან დაკავშირებით.

§6. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანათა სისტემები და მათი ამოხსნის სწავლების მეთოდიკური თავისებურებები დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში

6.1. სიმრავლიდან ყველა შესაძლო წყვილთა რაოდენობის გამოყოფა

მეოთხე კლასში მოსწავლეებს პროგრამის მიხედვით სიმრავლის ცნება ეძლევათ მაშინ, როდესაც გადიან ნატურალურ რიცხვებს. ამ თემასთან დაკავშირებით მათემატიკის სახელმძღვანელოში არის ისეთი შინაარსის ამოცანები, რომლებშიც მოთხოვნილია მცირე რაოდენობის ელემენტების მქონე სიმრავლეებიდან ყველა შესაძლო წყვილების გამოყოფა და მათი რიცხვის მოძებნა.

მასწავლებლის უშუალო ხელმძღვანელობით ასეთი ამოცანების ამოხსნას მოსწავლეები ახდენენ არასრული ინდუქციის მეთოდის გამოყენებით და ადგენენ კანონზომიერებებს სიმრავლის ელემენტების რაოდენობასა და გამოყოფილ წყვილთა რაოდენობებს შორის და ახდენენ ჰიპოთეზის ფორმულირებას. ამის შემდეგ მოსწავლეები ჩამოყალიბებულ ჰიპოთეზას ამოწმებენ რამდენიმე კონკრეტულ მაგალითზე, რის საფუძველზეც ჩამოაყალიბებენ მარტივ წესებს.

წარმოდგენილი სქემის საილუსტრაციოდ განვიხილოთ ამოცანები.

ამოცანა 1. რამდენი ორნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ორი ციფრით 1-ით და 3-ით?

მასწავლებელი: რომელი ორნიშნა რიცხვების ჩაწერა შეიძლება მოცემული ციფრებით, თუ პირველ ადგილზე დავწერთ 1-თ?

მოსწავლე: მოცემული ციფრებით შეიძლება 11-ის და 13-ის დაწერა.

მასწავლებელი: რომელი ორნიშნა რიცხვების დაწერა შეიძლება თუ პირველ ადგილზე დავწერთ 3-ს?

მოსწავლე: მოცემული ციფრებით შეიძლება დაიწეროს 31 და 33.

მასწავლებელი: რამდენი ორნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება სულ ორი ციფრისაგან?

მოსწავლე: ორი ციფრისაგან შეიძლება დავწეროთ ოთხი რიცხვი.

ანალოგიური მეთოდით მასწავლებელს გაკვეთილზე შეუძლია ამოხსნას და დაწვრილებითი კომენტარები გაუკეთოს ასეთ ამოცანას:

შეადგინეთ სიმრავლე იმ ორნიშნა რიცხვებისა, რომელთა ჩასაწერად გამოიყენება ციფრები 1, 3 და 9.

მოსწავლეები მასწავლებლის დახმარებით დაადგენენ, რომ სამი ციფრისაგან, რომელთაგან არც ერთი ნული არ არის, შეიძლება შევადგინოთ 9 ორნიშნა რიცხვი.

ამ ამოცანების განხილვის შემდეგ მიზანშეწონილია მოსწავლეებმა შეადგინონ ასეთი ცხრილი.

სიმრავლე	ელემენტების რაოდენობა	წყვილთა რაოდენობა	კავშირი წყვილთა რაოდენობასა და ელემენტების რაოდენობას შორის
$\{1, 3\}$	2	4	$2 \cdot 2 = 2^2 = 4$
$\{1, 3, 9\}$	3	9	$3 \cdot 3 = 3^2 = 9$

ამის შემდეგ მასწავლებელი სიმრავლის ელემენტების რაოდენობასა და წყვილთა რაოდენობას შორის კავშირს მოსწავლეებს დაადგენინებს შემდეგნაირად:

მასწავლებელი: რამდენ ელემენტს შეიცავს პირველი სიმრავლე?

მოსწავლე: პირველი სიმრავლე შეიცავს ორ ელემენტს.

მასწავლებელი: რამდენი წყვილი მივიღეთ პირველი სიმრავლის ელემენტებისაგან?

მოსწავლე: პირველი სიმრავლის ელემენტებისაგან მივიღეთ ოთხი წყვილი.

მასწავლებელი: როგორ შეიძლება პირველი სიმრავლის ელემენტების რაოდენობისაგან მივიღოთ წყვილთა რაოდენობა?

მოსწავლე: შესამჩნევია, რომ ელემენტების რაოდენობისათვის ნამრავლი თავის თავზე გვაძლევს წყვილთა რაოდენობას $2 \cdot 2 = 2^2 = 4$.

მასწავლებელი: რამდენ ელემენტს შეიცავს მეორე სიმრავლე?

მოსწავლე: მეორე სიმრავლე შეიცავს სამ ელემენტს.

მასწავლებელი: რამდენი წყვილი მიიღება მეორე სიმრავლის ელემენტებისაგან?

მოსწავლე: მეორე სიმრავლის ელემენტებისაგან მიიღება ცხრა წყვილი.

მასწავლებელი: მოვიგონოთ პირველი სიმრავლის განხილვის დროს მიღებული შედეგი და მოვიფიქროთ, როგორ შეიძლება სიმრავლის ელემენტების რაოდენობისაგან მივიღოთ წყვილთა რაოდენობა?

მოსწავლე: წყვილთა რაოდენობა რომ მივიღოთ, სიმრავლის ელემენტების რაოდენობა 3 უნდა გავამრავლოთ თავის თავზე.

$$3 \cdot 3 = 3^2 = 9$$

მასწავლებელი: გაითვალისწინეთ პირველი და მეორე სიმრავლის განხილვის შედეგად მიღებული შედეგები და მოისაზრეთ, რა წესით შეიძლება გამოვიანგარიშოთ წყვილთა რაოდენობა, თუ ვიცით სიმრავლის ელემენტების რაოდენობა.

მოსწავლეებისაგან მივიღებთ სხვადასხვა პასუხებს, რომელსაც მასწავლებელი შესწორების შემდეგ ჩამოაყალიბებს ასე:

სიმრავლის ელემენტებისაგან შედგენილი ყველა წყვილთა რაოდენობა უდრის მოცემული სიმრავლის ელემენტების რაოდენობის თავის თავზე ნამრავლს.

ამ წესის გამოყენება დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში, როცა განიხილება კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანები იძლევა დროის საგრძნობ ეკონომიას, რაც საშუალებას იძლევა გამოთავისუფლებული დრო მოხმარდეს სხვა საკითხების საფუძვლიან შესწავლას.

წყვილთა რაოდენობის სწრაფად და სწორად დადგენას დიდი მნიშვნელობა აქვს შემდგომ კლასებში ფუნქციის შესწავლის დროს.

მოსწავლეთა შემოქმედებითი აზროვნების განვითარების ერთ-ერთი მნიშვნელოვანი საშუალება არის ამოცანების ამოხსნა, ამიტომ კომბინატორული და ალბათური მიმართულებით მოსწავლეთა აზროვნების განვითარების მყარი გზა არის

ალბათური და კომბინატორული შინაარსის ამოცანების ამოხსნა და მათი სრულყოფილი მეთოდური ანალიზი.

ამოცანებისა და სავარჯიშოების ამოხსნის დროს მოსწავლეებს უხდებათ სასრული სიმრავლეებიდან ქვესიმრავლეთა გამოყოფა, ზოგიერთ შემთხვევაში გამოყოფილ ქვესიმრავლეებში მნიშვნელობა აქვს დალაგებას, ზოგიერთ შემთხვევაში კი, გამოყოფილ ქვესიმრავლეებში მნიშვნელობა არა.

ჩვენ მიერ შედგენილ სავარჯიშოთა სისტემაში, ისევე როგორც სასკოლო სახელმძღვანელოებში სავარჯიშოები ისეა შერჩეული, რომ სიმრავლის ელემენტებისა და გამოყოფილი ქვესიმრავლეების ელემენტების რიცხვი სასრულია და მათი დათვლა შესაძლებელია.

სიმრავლიდან ქვესიმრავლეების გამოყოფას და მის საფუძვლიან შესწავლას დაწყებით კლასებში ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს სწავლების შემდგომ საფეხურებზე მათემატიკის უკეთ შესწავლისათვის, ის ნათელს ჰფენს მათემატიკის სასკოლო კურსის ბევრ საკითხს და თემას.

დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში განიხილება კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ძირითადად ორი ტიპი:

1. სიმრავლიდან ქვესიმრავლეების გამოყოფა;

2. მოცემული სასრული სიმრავლის ყველა ქვესიმრავლეთა რიცხვის გამოთვლა და იმ ქვესიმრავლეთა რიცხვის გამოთვლა, რომელიც აკმაყოფილებს ამოცანაში ან სავარჯიშოში მოყვანილ გარკვეულ პირობებს.

ალბათობისა და კომბინატორიკის საწყისი ცნებები დაწყებით კლასებში განხილულ უნდა იქნეს ფარულად, ტერმინების დასახელების გარეშე. სასწავლო პროცესი ისე უნდა წარვმართოთ, რომ არ გამოვიყენოთ სიტყვები „წყობა“, „ჯუფთება“, „გადანაცვლება“, „ალბათობა“, „ხდომილობა“ და სხვ.

მოსწავლეები არასრული ინდუქციის მეთოდის გამოყენებით, მარტივი კომბინატორული და ალბათური ხასიათის ამოცანებისა და სავარჯიშოების ამოხსნის დროს დაადგენენ გარკვეულ კანონზომიერებებს და ჩამოაყალიბებენ შესაბამისად მარტივ წესებს, შემდეგ ამ მარტივ წესებს გამოიყენებენ ისინი სავარჯიშოების შესრულების დროს.

პედაგოგიურმა ექსპერიმენტმა აჩვენა, რომ იმ ჯგუფებში, სადაც გამოყენებული იქნა კომბინატორიკისა და ალბათობის საწყისი ცნებები ფარულად, ტერმინების გამოყენების გარეშე, მოსწავლეები მოკლედ და რაციონალურად პოულობენ ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვს და სავარჯიშოების შესრულების დროს იგებენ დროში, რასაც ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს მათემატიკის სწავლების დროს, რადგან დროის პრობლემის სწორად გადაწყვეტა არის თანამედროვე გაკვეთილის

ერთ-ერთი ძირითადი მომენტი და ამ მომენტის სწორად გადაჭრაში ხელს გვიწყობს ზემოთ ჩამოთვლილი ცნებების შეტანა და მარტივი წესების გამოყენება.

6.2. გადანაცვლება

განვიხილოთ ერთი გაკვეთილის მსვლელობა, სადაც მოსწავლეებს გავაცანით გადანაცვლების შესახებ ამოცანა, რომლის განხილვამ საშუალება მოგვცა მოგვეხდინა განზოგადება და მეთოდური თვალსაზრისით საკითხის შესწავლაში წინგადადგმულ ნაბიჯად მიგვაჩნია.

ამოცანა 1. რამდენი ერთნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ერთი ციფრით, მაგალითად 9-ით?

პასუხი: ერთი რიცხვის - 9.

ამოცანა 2. რამდენი ორნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ორი ციფრისაგან, მაგალითად 1-ით და 3-ით, ისე რომ, რიცხვში არ იყოს ერთნაირი ციფრები?

პასუხი: ორი ორნიშნა რიცხვისა 13 და 31.

ამოცანა 3. რამდენი სამნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება სამი ციფრისგან, მაგალითად 1-ით, 3-ით და 9-ით, ისე რომ, რიცხვში არ იყოს ერთნაირი ციფრები?

პასუხი: 139, 193, 319, 391, 913, 931.

ამ მაგალითების განხილვის შემდეგ მოსწავლეებს შევავსებინეთ ასეთი ცხრილი:

სიმრავლე	ელემენტების რაოდენობა	რიცხვთა რაოდენობა	კავშირი ელემენტების რაოდენობასა და რიცხვთა რაოდენობას შორის
$\{9\}$	1	1	$1=1$
$\{1,3\}$	2	2	$1\cdot 2=2$
$\{1,3,9\}$	3	6	$1\cdot 2\cdot 3=6$

პირველი სამი სვეტის შემდეგ მოსწავლეებს მეოთხე სვეტი შევავსებინეთ შემდეგნაირად:

მასწავლებელი: რამდენ ელემენტს შეიცავს პირველი სიმრავლე?

მოსწავლე: პირველი სიმრავლე შეიცავს ერთ ელემენტს.

მასწავლებელი: რამდენი რიცხვის შედგენა შეიძლება ერთი ციფრისაგან?

მოსწავლე: ერთი ციფრისაგან შეიძლება ერთი რიცხვის შედგენა.

მასწავლებელი: რამდენ ელემენტს შეიცავს მეორე სიმრავლე?

მოსწავლე: მეორე სიმრავლე შეიცავს ორ ელემენტს.

მასწავლებელი: რამდენი რიცხვის შედგენა შეიძლება ორი ციფრისაგან?

მოსწავლე: ერთი ციფრისაგან შეიძლება ორი რიცხვის შედგენა.

მასწავლებელი: როგორ მიიღება რიცხვთა რაოდენობა სიმრავლის ელემენტების რაოდენობისაგან?

მოსწავლე: რიცხვთა რაოდენობა შეგვიძლია წარმოვადგინოთ ელემენტების რაოდენობისა და ერთის ნამრავლის სახით $1 \cdot 2 = 2$.

მასწავლებელი: რამდენ ელემენტს შეიცავს მესამე სიმრავლე?

მოსწავლე: მესამე სიმრავლე შეიცავს სამ ელემენტს.

მასწავლებელი: რამდენი რიცხვის შედგენა შეიძლება სამი ციფრისაგან?

მოსწავლე: სამი ციფრისაგან შეიძლება ექვსი რიცხვის შედგენა.

მასწავლებელი: როგორ შეიძლება წარმოვადგინოთ რიცხვთა რაოდენობა მესამე სიმრავლის შემთხვევაში?

მოსწავლე: მესამე სიმრავლის შემთხვევაში რიცხვთა რაოდენობა შეგვიძლია წარმოვადგინოთ შემდეგი სახით $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$.

მასწავლებელი: გაითვალისწინეთ თითოეული სიმრავლის ელემენტებისაგან შედგენილი ყველა რიცხვის დამოკიდებულება სიმრავლის ელემენტების რაოდენობასთან და ჩამოაყალიბეთ წესი.

მოსწავლე: სამი რიცხვისგან შედგენილი სიმრავლისაგან შედგენილი ყველა ორნიშნა რიცხვთა რაოდენობა, რომელშიც ციფრები არ მეორდება უდრის ნამრავლს

$$1 \cdot 2 \cdot 3 = 6.$$

სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, ამ შემთხვევაში ჩვენ გამოვთვალეთ სამელემენტიანი სიმრავლის ყველა შესაძლო დალაგებათა რიცხვი ორ ელემენტად.

ამ წესის გამოყენებით მოსწავლეებმა ადვილად გასცეს პასუხი შემდეგ კითხვას:

რამდენი ორნიშნა რიცხვის შედგენა შეიძლება ოთხი ციფრით, მაგალითად 1, 2, 3 და 9-ით, ისე რომ, რიცხვში ციფრი არ გამეორდეს.

მათ ადვილად მოძებნეს პასუხი: $1\cdot 2\cdot 3\cdot 4 = 24$.

ანალოგიური სახის ამოცანები განვიხილეთ წყობისა და ჯუფთების გამოსათვლელი წესების ჩამოსაყალიბებლად.

6.3. წყობა

წყობათა შესწავლის დროს მიზანშეწონილია მასწავლებელმა კლასში განიხილოს შემდეგი შინაარსის ამოცანები:

ამოცანა 1. რამდენი ორნიშნა რიცხვის დაწერა შეიძლება ციფრებით 1-ით და 3-ით, ისე რომ რიცხვში ციფრები არ განმეორდეს?

პასუხი: 13 და 31. სულ 2 რიცხვი.

ამოცანა 2. რამდენი ორნიშნა რიცხვის დაწერა შეიძლება ციფრებით 1, 3 და 9-ით, ისე, რომ რიცხვში ციფრები არ განმეორდეს?

პასუხი: 13, 19, 31, 39, 91, 93. სულ 6 რიცხვი.

ამ ამოცანების განხილვის შემდეგ მიზანშეწონილად მიგვაჩნია უფრო რთული ამოცანის განხილვა.

ამოცანა 3. შეადგინეთ სიმრავლე ყველა ორნიშნა რიცხვებისა, რომლებიც შეიძლება ჩაიწეროს ციფრებით 1, 2, 3, 4 ისე, რომ რიცხვში ციფრები არ განმეორდეს.

მასწავლებელი: რომელი ორნიშნა რიცხვების დაწერა შეიძლება მოცემული ციფრებით, თუ პირველი ციფრი იქნება 1?

მოსწავლე: ასეთი რიცხვებია: 12, 13, 14. სულ 3 რიცხვი.

მასწავლებელი: რომელი ორნიშნა რიცხვების დაწერა შეიძლება მოცემული ციფრებით, თუ პირველი ციფრი იქნება 2?

მოსწავლე: ასეთი რიცხვებია: 21, 23, 24. სულ 3 რიცხვი.

მასწავლებელი: რომელი ორნიშნა რიცხვების დაწერა შეიძლება მოცემული ციფრებით, თუ პირველი ციფრი იქნება 3?

მოსწავლე: ასეთი რიცხვებია: 31, 32, 34. სულ 3 რიცხვი.

მასწავლებელი: რომელი ორნიშნა რიცხვების დაწერა შეიძლება მოცემული ციფრებით, თუ პირველი ციფრი იქნება 4?

მოსწავლე: ასეთი რიცხვებია: 41, 42, 43. სულ 3 რიცხვი.

მასწავლებელი: სულ რამდენი ორნიშნა რიცხვის დაწერა შეიძლება მოცემული ოთხი ციფრით?

მოსწავლე: სულ შეიძლება დავწეროთ 12 ორნიშნა რიცხვი.

ამის შემდეგ სასურველია დავხაზოთ ცხრილი და მასში შევიტანოთ მიღებული მონაცემები.

სიმრავლე	ელემენტების რაოდენობა	წყვილთა რაოდენობა	კავშირი წყვილთა რაოდენობასა და ელემენტების რაოდენობას შორის
$\{1,3\}$	2	2	$2 \cdot 1 = 2$
$\{1,3,9\}$	3	6	$3 \cdot 2 = 6$
$\{1,2,3,4\}$	4	12	$4 \cdot 3 = 12$

მასწავლებელმა კავშირი ელემენტების რაოდენობასა და წყვილთა რაოდენობას შორის უნდა დაამყაროს შემდეგნაირად:

მასწავლებელი: რამდენ ელემენტს შეიცავს პირველი სიმრავლე?

მოსწავლე: პირველი სიმრავლე შეიცავს ორ ელემენტს.

მასწავლებელი: რამდენი წყვილი მიიღება ამ ორი ელემენტისაგან?

მოსწავლე: ამ ორი ელემენტისაგან მიიღება ორი წყვილი.

მასწავლებელი: როგორ მიიღება წყვილთა რაოდენობა პირველი სიმრავლის წყვილთა რაოდენობისაგან?

მოსწავლე: წყვილთა რაოდენობა მიიღება თუ პირველი სიმრავლის ელემენტების რაოდენობას 2-ს გავამრავლებთ ერთზე. ე. ი. $2 \cdot 1 = 2$.

მასწავლებელი: როგორ მიიღება წყვილთა რაოდენობა მეორე სიმრავლის ელემენტების რაოდენობისაგან?

მოსწავლე: მეორე სიმრავლის ელემენტების რაოდენობისაგან წყვილთა რაოდენობა მიიღება თუ ამ სიმრავლის ელემენტების რაოდენობას გავამრავლებთ ერთით შემცირებულ რიცხვზე. ე. ი. $3 \cdot 2 = 6$

მასწავლებელი: რას უდრის მესამე სიმრავლისაგან შედგენილი წყვილთა რაოდენობა?

მოსწავლე: მესამე სიმრავლისაგან შედგენილი წყვილთა რაოდენობა უდრის $4 \cdot 3 = 12$.

მასწავლებელი: რა წესი შეგვიძლია ჩამოვაყალიბოთ მოცემული სიმრავლიდან დალაგებული წყვილების გამოყოფის შესახებ?

მოსწავლე: წყვილთა რაოდენობა, როცა ელემენტები არ მეორდება, უდრის სიმრავლის ელემენტების რაოდენობის ნამრავლს ერთით შემცირებულ რიცხვზე.

ამ ამოცანების განხილვით მოსწავლეებმა ფაქტიურად მოახდინეს გამოანგარიშება მოცემული სიმრავლიდან ორელემენტიანი დალაგებული ქვესიმრავლეთა რიცხვისა, ე.ი. გამოთვალეს ორელემენტიანი წყობა.

დალაგებულ წყვილთა რაოდენობის განსაზღვრას გამოყენება აქვს შემდგომ კლასებში ალგებრისა და გეომეტრიის კურსებში.

6.4. ჯუფთება

მეოთხე კლასის მათემატიკის სახელმძღვანელოში გვხვდება ისეთი შინაარსის ამოცანები, სადაც მოცემული სიმრავლის ელემენტები არის გეომეტრიული ობიექტები: წერტილი, წრფე და სხვ. და გამოყოფილ ქვესიმრავლეებში ელემენტების დალაგებას მნიშვნელობა არა აქვს. მაგალითად, თუ ავიღებთ ორი წერტილისაგან შედგენილ წყვილს, მაშინ ამ ორ წერტილზე წრფის გავლების შემთხვევაში მნიშვნელობა არა აქვს იმას, თუ წყვილში პირველ ადგილზე რომელი წერტილი იქნება. განვიხილოთ ამოცანები, რომელთა ამოხსნა გვეხმარება სიმრავლიდან გამოყოფილ ქვესიმრავლეთა რიცხვის დადგენაში.

ამოცანა 1. რამდენი წრფის გავლება შეიძლება ორ წერტილზე? სამ წერტილზე (თუ ეს სამი წერტილი ერთ წრფეზე არ მდებარეობს)?

წერტილთა სიმრავლეები აღვნიშნოთ M-ით და N-ით, ხოლო წერტილები A,B და C ასოებით. მაშინ

$$M = \{A,B\}, N = \{A,B,C\}.$$

მასწავლებელი: რამდენი წერტილია საკმარისი წრფის ასაგებად?

მოსწავლე: წრფის ასაგებად საკმარისია ორი წერტილი.

მასწავლებელი: რა არის საჭირო საძებნი წრფეების ასაგებად?

მოსწავლე: საძებნი წრფეები რომ ავაგოთ საჭიროა მოცემული სიმრავლეებიდან გამოვყოთ ყველა შესაძლო წყვილები.

მასწავლებელი: რამდენი წყვილი წერტილის გამოყოფა შეიძლება სიმრავლიდან, თუ წყვილში ელემენტების დალაგებას ექნება მნიშვნელობა?

მოსწავლე: *M* სიმრავლიდან შეიძლება გამოვყოთ წერტილების ორი წყვილი *(A,B)* და *(B,A)*.

მასწავლებელი: რამდენი წრფის გავლება შეიძლება *(A,B)* და *(B,A)* ორ წყვილ წერტილზე?

მოსწავლე: *(A,B)* და *(B,A)* ორ წყვილ წერტილზე შეიძლება მხოლოდ ერთი წრფის გავლება.

მასწავლებელი: რამდენი წრფის გავლება შეიძლება ორ წერტილზე?

მოსწავლე: ორ წერტილზე შეიძლება მხოლოდ ერთი წრფის გავლება.

მასწავლებელი: როგორ წერტილთა წყვილების გამოყოფაა საჭირო მოცემული სიმრავლიდან წრფის ასაგებად?

მოსწავლე: მოცემული სიმრავლიდან წრფის ასაგებად საჭიროა ისეთ წერტილთა წყვილების გამოყოფა, სადაც ელემენტების დალაგებას მნიშვნელობა არ ექნება ე.ი. ყოველი წყვილი განსხვავდება ერთმანეთისგან ერთი წერტილით მაინც.

მასწავლებელი: რომელი წყვილი წერტილების გამოყოფა შეიძლება *N* სიმრავლიდან, თუ წყვილში ელემენტების დალაგებას მნიშვნელობა ექნება.

მოსწავლე: *N* სიმრავლიდან შეიძლება გამოვყოთ წყვილ წერტილთა შემდეგი სიმრავლე:

$$(A,B), (A,C), (B,C), (B,A), (C,A), (C,B).$$

მასწავლებელი: დაასახელეთ იმ წყვილ წერტილთა სიმრავლიდან ისეთი წყვილი წერტილები, რომლებზედაც გაივლება მხოლოდ ერთი წრფე?

მოსწავლე: მოცემული სიმრავლიდან ისეთ წერტილთა წყვილები, რომლებზედაც გაივლება მხოლოდ ერთი წრფე არის

(A,B), (A,C) და *(B,C).*

მასწავლებელი: რამდენი წრფის გავლება შეიძლება მოცემულ *A,B* და *C* წერტილებზე?

მოსწავლე: მოცემულ *A,B* და *C* წერტილებზე შეიძლება სამი წრფის გავლება.

ამის შემდეგ მიზანშეწონილია მიღებული მონაცემები მასწავლებელმა შეიტანოს ცხრილში.

პირველი ოთხი სვეტის შევსება მოსწავლეებს არ გაუჭირდებათ ამოხსნილი მაგალითების გამოყენებით. მეხუთე სვეტის შესავსებად მასწავლებელმა უნდა ჩაატაროს შემდეგი სახის მსჯელობა:

მასწავლებელი: რამდენი წყვილი წერტილი გამოიყო *M* სიმრავლიდან, როცა წყვილში წერტილთა დალაგებას მნიშვნელობა ჰქონდა?

მოსწავლე: სიმრავლიდან გამოიყოფა ორი წყვილი წერტილი.

მასწავლებელი: რამდენი წყვილი წერტილის გამოყოფა შეიძლება იმავე *M* სიმრავლიდან, როცა წყვილში წერტილთა დალაგებას არ აქვს მნიშვნელობა?

მოსწავლეები დააკვირდებიან შედგენილი ცხრილის მეხუთე სვეტს და შეამჩნევენ, რომ როცა სიმრავლე შეიცავს ორ ელემენტს, მაშინ წრფეთა რაოდენობა უდრის ელემენტთა რაოდენობის ნახევარს გამრავლებულს ერთზე, როცა სიმრავლე შეიცავს სამ ელემენტს, მაშინ ელემენტთა რაოდენობის ნახევარი გამრავლებული 2-ზე. ე.ი. წრფეთა რაოდენობა უდრის წერტილთა რაოდენობის ნახევრის ნამრავლს ერთით შემცირებულ წერტილთა რიცხვზე. ამის შემდეგ ჩამოყალიბდება შემდეგი წესი:

<table>
<tr><td rowspan="2">სიმრავლე</td><td rowspan="2">ელემენტთა რაოდენობა</td><td colspan="2">წყვილთა რაოდენობა</td><td rowspan="2">კავშირი წყვილთა რაოდენობასა და ელემენტების რაოდენობას შორის, როცა ელემენტების დალაგებას მნიშვნელობა არა აქვს</td></tr>
<tr><td>დალაგებული</td><td>დალაგების გარეშე</td></tr>
<tr><td>$\{A,B\}$</td><td>2</td><td>$2 \cdot 1 = 2$</td><td>1</td><td>$\frac{2 \cdot 1}{2} = 1$</td></tr>
<tr><td>$\{A,B,C\}$</td><td>3</td><td>$3 \cdot 2 = 6$</td><td>1</td><td>$\frac{3 \cdot 2}{2} = 3$</td></tr>
</table>

წყვილთა რაოდენობა, გამოყოფილი მოცემული სიმრავლიდან, როცა წყვილში ელემენტების დალაგებას მნიშვნელობა არა აქვს, უდრის ელემენტების რაოდენობის ნახევრის ნამრავლს ერთით შემცირებულ ელემენტთა რაოდენობაზე.

ამ წესის გაანალიზების შემდეგ მოსწავლეები დარწმუნდებიან, რომ წერტილთა ნებისმიერი რაოდენობის შემთხვევაში, როცა არც ერთი სამი მათგანი არ მდებარეობს ერთ წრფეზე, გავლებული წრფეთა რიცხვი უდრის წერტილთა რაოდენობის ნახევრის ნამრავლს ერთით შემცირებულ წერტილთა რიცხვზე.

ამ წესის გამოყენება საშუალებას გვაძლევს მეოთხე და მომდევნო კლასებში გავზარდოთ წერტილთა რიცხვი, რომელზედაც გვსურს წრფეების გავლება, ზოგჯერ აღნიშნული წესი დაგვეხმარება მოძებნილ წრფეთა რიცხვის სისწორის დადგენაში.

6.5. ორი სიმრავლის ელემენტებისაგან ყველა შესაძლო წყვილების შედგენა

სიმრავლეთა თეორიიდან ცნობილია, რომ თუ გვაქვს n ელემენტიანი $\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ სიმრავლე და m ელემენტიანი $\{b_1, b_2, \cdots, b_m\}$ სიმრავლე, მაშინ შეგვიძლია მათი ელემენტებისაგან შევადგინოთ ზუსტად $n \cdot m$ რაოდენობის (a_i, b_j) სახის წყვილები, სადაც $i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,m}$.

მათემატიკის სასკოლო კურსში დაწყებული მეოთხე კლასიდან გვხვდება სხვადასხვა სიმრავლეები და საჭიროა მათგან ანალოგიური წყვილების შედგენა. მაგალითად მეექვსე კლასში ფუნქციის ცნების შემოტანის დროს საჭიროა ორი სხვადასხვა სიმრავლისაგან შევადგინოთ ყველა შესაძლო წყვილები ისე, რომ თითოეულ წყვილში პირველ ადგილზე იყოს პირველი სიმრავლის ელემენტი, ხოლო მეორე ადგილზე მეორე სიმრავლის ელემენტი.

მეოთხე კლასის მათემატიკის სახელმძღვანელოში მოთავსებული მასალა საშუალებას იძლევა ზემოთ მოყვანილი ზოგადი წესი ჩამოვაყალიბოთ კონკრეტული მაგალითების განხილვით და შემდეგ ეს წესი გამოვიყენოთ როგორც ალგებრის, ისე გეომეტრიის სწავლების დროს.

მეოთხე კლასში, ორი სხვადასხვა სიმრავლისაგან ყველა შესაძლო წყვილთა რაოდენობის დადგენისთვის მიზანშეწონილია შემდეგი ამოცანის განხილვა:

ამოცანა. რამდენი წყვილის შედგენა შეიძლება A და B ორი სიმრავლის ელემენტებისაგან ისე, რომ ყოველ წყვილში პირველ ადგილზე იყოს A სიმრავლის ელემენტი, ხოლო მეორე ადგილზე B სიმრავლის ელემენტი.

1. $A=\{2\}$ და $B=\{3\}$;
2. $A=\{2\}$ და $B=\{3,4\}$;
3. $A=\{2,3\}$ და $B=\{4,5,6\}$;

მასწავლებელი: რამდენი წყვილის შედგენა შეიძლება პირველ შემთხვევაში?

მოსწავლე: პირველ შემთხვევაში A და B ორი სიმრავლეებიდან შეიძლება შევადგინოთ ერთი წყვილი 23.

მასწავლებელი: რამდენი წყვილის შედგენა შეიძლება მეორე შემთხვევაში?

მოსწავლე: მეორე შემთხვევაში A და B ორი სიმრავლეებიდან შეიძლება შევადგინოთ წყვილები 23 და 24. სულ 2.

მასწავლებელი: რამდენი წყვილის შედგენა შეიძლება მესამე შემთხვევაში?

მოსწავლე: მესამე შემთხვევაში შეიძლება შევადგინოთ წყვილები 24, 25, 26, 34, 35, 36. სულ 6.

ამის შემდეგ რეკომენდირებულია მოსწავლეებს შევუდგინოთ ცხრილი.

სიმრავლის ელემენტების რაოდენობა		წყვილთა რაოდენობა	კავშირი სიმრავლის ელემენტების რაოდენობასა და წყვილთა რაოდენობას შორის
A	B		
1	1	1	$1\cdot 1=1$
1	2	2	$1\cdot 2=2$
2	3	6	$2\cdot 3=6$

კავშირი A და B სიმრავლეებს შორის უნდა დავამყაროთ შემდეგნაირად:

მასწავლებელი: როგორ მიიღება A და B სიმრავლის ელემენტებისაგან პირველ შემთხვევაში წყვილთა რაოდენობა?

მოსწავლე: წყვილთა რაოდენობა მიიღება თუ A და B სიმრავლის ელემენტების რაოდენობებს გადავამრავლებთ.

$$1 \cdot 1 = 1.$$

მასწავლებელი: როგორ მიიღება წყვილთა რაოდენობა მეორე შემთხვევაში?

მოსწავლე: წყვილთა რაოდენობა მიიღება თუ პირველი სიმრავლის ელემენტების რაოდენობას 1-ს გავამრავლებთ მეორე სიმრავლის ელემენტების რაოდენობაზე

$$1 \cdot 2 = 2.$$

მასწავლებელი: დაწერეთ ანალოგიური წყვილთა რაოდენობა მესამე შემთხვევაში.

მოსწავლე: წყვილთა რაოდენობა მესამე შემთხვევაში იქნება $2 \cdot 3 = 6$.

მასწავლებელი: რა წესი შეგიძლიათ ჩამოაყალიბოთ ორი სხვადასხვა სიმრავლისაგან შედგენილი წყვილთა რაოდენობაზე.

მოსწავლე: ორი სხვადასხვა სიმრავლის ელემენტებისაგან შედგენილ წყვილთა რაოდენობა, როცა ყოველ წყვილში შედის თითოეული სიმრავლის თითო ელემენტი, უდრის ამ სიმრავლეების ელემენტთა რაოდენობების ნამრავლს.

ამ წესის გამოყენებაზე მიზანშეწონილია საკლასო მეცადინეობაზე ამოხსნილ იქნას ასეთი ამოცანა: მთამსვლელს მწვერვალზე ასვლა შეუძლია 4 სხვადასხვა გზით. მწვერვალიდან ჩამოსვლა კი - 3 სხვადასხვა გზით. რამდენი სხვადასხვა მარშრუტით შეუძლია მთამსვლელს მწვერვალზე ასვლა და უკან დაბრუნება?

ამოხსნის პროცესი მიზანშეწონილია წარიმართოს შემდეგნაირად:

მწვერვალზე ასასვლელი გზების სიმრავლე აღვნიშნოთ $A = \{1, 2, 3, 4\}$, ხოლო უკან დასაბრუნებელი გზების სიმრავლე $B = \{5, 6, 7\}$. შევადგინოთ ყველა შესაძლო წყვილები იმ პირობით, რომ წყვილის პირველი ელემენტი იყოს A სიმრავლიდან, ხოლო მეორე ლემენტი B სიმრავლიდან. ამ ორი სიმრავლიდან შედგენილი წყვილი აღნიშნავს მწვერვალზე ასვლას და უკან დაბრუნებას. მაგალითად, წყვილი $(3, 5)$ ნიშნავს, რომ მთამსვლელი მწვერვალზე ავიდა მე-3 გზით, ხოლო უკან დაბრუნდა მე-5 გზით. წყვილთა განხილვის შემდეგ მოსწავლეები დარწმუნდებიან, რომ მთამსვლელს იმდენნაირად შეუძლია ავიდეს მწვერვალზე და უკან დაბრუნდეს, რამდენი წყვილის შედგენაც შეიძლება ამ ორი სიმრავლისაგან იმ პირობით, რომ

წყვილის პირველი ელემენტი იყოს A სიმრავლიდან, ხოლო მეორე ელემენტი B სიმრავლიდან. გამოთქმული წესის გამოყენებით მოსწავლეები მარტივად დაადგენენ, რომ მთამსვლელს მწვერვალზე ასვლა და უკან დაბრუნება შეუძლია $4 \cdot 3 = 12$ სხვადასხვა გზით.

ამ წესის გამოყენებით მოსწავლეებს სწრაფად შეუძლიათ პასუხი გასცენ არა მარტო ამ ამოცანაში დასმულ კითხვას, არამედ ასეთი შინაარსის მქონე ნებისმიერ ამოცანას.

6.6. ცდა, ცდათა რიცხვი, ცდის შედეგი, ცდის გამოსავალი, თანაბრად შესაძლებელი შედეგი, აუცილებელი და შეუძლებელი შედეგი

ალბათობის თეორიაში მასობრივი მოვლენების შესწავლის დროს რაიმე კანონზომიერების დადგენისას ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს ცდების მოხდენას და ცდის მრავალჯერ გამეორებას ერთი და იმავე პირობებში. კანონზომიერებების დადგენისათვის ძალზედ მნიშვნელოვანია ცდის შედეგი, ზოგჯერ საჭიროა გავითვალისწონოთ წინასწარ ამა თუ იმ ცდის შედეგი, განურჩევლად იმისა, რომ ეს შედეგი მოხდება თუ არა.

მათემატიკის ეროვნული სასწავლო გეგმით ცდა, ცდის შედეგი, ცდის გამოსავალი, ცდათა რიცხვის გამოთვლის შესწავლა იწყება მეორე კლასიდან და შემდგომ კლასებში სწავლება უფრო გაღრმავებულ ხასიათს იძენს.

დაწყებითი კლასების მოსწავლეებს საქმე აქვთ სხვადასხვა ცდებთან, ზოგჯერ ერთი და იმავე ცდას იმეორებენ რამდენჯერმე, რათა მიაღწიონ სასურველ შედეგს. ამიტომ საჭიროა მოსწავლეებს ცდის ცნება პრაქტიკულ მაგალითებზე გავაცნოთ მეორე კლასიდანვე, რის საშუალებასაც იძლევა მეორე-მეექვსე კლასების მათემატიკის სასწავლო სახელმძღვანელოები.

დაწყებითი კლასების მოსწავლეებმა პირველი კლასიდან უკვე იციან ლითონის ფული. მათ დამატებით უნდა გავაცნოთ, რომ ლითონის ფულს აქვს ორი მხარე, ერთი მხარე არის „საფასური“, მეორე მხარე „ბორჯღალი“. აგრეთვე, მიზანშეწონილია

მოსწავლეებს თვალსაჩინოების სახით გავაცნოთ სათამაშო კამათელი, დომინო, პინებიანი სასწორი და სხვ.

ცნება „ცდა“ მოსწავლეებს შეიძლება მარტივად ასე გავაცნოთ: ლითონის ფულის ერთხელ ასროლა არის ერთი ცდა, ორჯერ ასროლა, ორი ცდა და ა.შ. კამათლის ერთხელ გაგორება, დომინოს კომპლექტიდან ერთი ქვის ამოღება, ერთი აწონა, სითხის ერთხელ გადასხმა ერთი ჭურჭლიდან მეორეში, ყველა ითვლება ერთ ცდად. თუ ერთი და იგივე ცდა მეორდება რამდენჯერმე ერთსა და იმავე პირობებში, მაშინ საქმე გვაქვს განმეორებით ცდებთან და იმავე მაგალითებზე გავაცნოთ მოსწავლეებს ცდათა რიცხვი.

ცდის შედეგების გასაცნობად მოსწავლეებს ლითონის ფულის ასროლისას მიზანშეწონილია დავუსვათ შემდეგი კითხვები:

მასწავლებელი: რა შეიძლება მოხდეს ზედა მხარეს ლითონის ფულის ასროლისას?

მოსწავლე: ლითონის ფულის ასროლისას ზედა მხარეს შეიძლება მოხდეს საფასური ან ბორჯღალი.

ამის შემდეგ მოსწავლეებს უნდა განვუმარტოთ, რომ საფასურის ან ბორჯღალის მოსვლა არის ცდის შედეგი.

მასწავლებელი: რამდენი შედეგი შეიძლება ჰქონდეს ლითონის ფულის ერთხელ ასროლის ცდას?

მოსწავლე: ლითონის ფულის ერთხელ ასროლას შეიძლება ჰქონდეს ორი შედეგი.

მასწავლებელი: რა შედეგი შეიძლება მოყვეს კამათლის ერთხელ გაგორებას?

მოსწავლე: კამათლის ერთხელ გაგორებას შეიძლება მოჰყვეს 6 შედეგი ერთიდან ექვსის ჩათვლით, რომელიმე ნომრის მოსვლა.

ამავე მაგალითზე მოსწავლეები დაინახავენ, რომ პირველ ცდას ჰქონდა ორი გამოსავალი - საფასურის ან ბორჯღალის მოსვლა, მეორე ცდას ექვსი გამოსავალი, ერთიანის, ორიანის, სამიანის, ოთხიანის, ხუთიანის ან ექვსიანის მოსვლა.

მასწავლებელი: ლითონის ფულის ერთხელ ასროლისას საფასურის ან ბორჯღალის მოსვლას ერთმანეთის მიმართ ხომ არ ჰქონდა რაიმე უპირატესობა?

მოსწავლე: საფასურის ან ბორჯღალის მოსვლას, ლითონის ფულის ერთხელ ასროლისას არავითარი უპირატესობა არ ჰქონდა ერთმანეთის მიმართ.

ამის საფუძველზე მოსწავლეებს უნდა ავუხსნათ, რომ საფასურის ან ბორჯღალის მოსვლა თანაბრად შესაძლებელია, მაგრამ ამ დროს არ გამოვიყენოთ ტერმინი „თანაბრად შესაძლებელი შედეგი“.

მასწავლებელი: რომელი რიცხვის მოსვლაა მოსალოდნელი კამათლის ზედა მხარეს მისი ერთხელ გაგორებისას?

მოსწავლე: კამათლის ზედა მხარეს მისი ერთხელ გაგორებისას მოსალოდნელია ერთ-ერთი რიცხვი ერთიდან ექვსის ჩათვლით.

მოსწავლეებს უნდა განვუმარტოთ, რომ კამათლის გაგორებისას ერთ-ერთი რიცხვის მოსვლა ერთიდან ექვსის ჩათვლით არის შედეგი, რომელიც აუცილებლად მოხდება, მაგრამ ამ დროს ტერმინის „აუცილებელი შედეგი“-ს გამოყენება არ უნდა მოვახდინოთ და მოსწავლეებს უნდა დავუსახელოთ სხვა მაგალითები.

მასწავლებელი: კამათლის ერთხელ გაგორებისას მის ზედა მხარეს მოვა თუ არა რიცხვი 7?

მოსწავლე: კამათლის ზედა მხარეს რიცხვი 7-იანი საერთოდ არ მოვა, რადგან კამათელზე რიცხვი 7-იანი საერთოდ არ აწერია.

მოსწავლეები თვითონ უნდა მივიდნენ იმ დასკვნამდე, რომ 7-იანი არასოდეს არ მოვა კამათლის გაგორებისას. აქაც მასწავლებელმა არ უნდა გამოიყენოს ტერმინი „შეუძლებელი შედეგი“.

ამის შემდეგ კლასში მიზანშეწონილია განხილულ იქნას ასეთი ამოცანა: „გლეხი, თხა და კომბოსტო“.

გლეხი დგას მდინარის მარცხენა ნაპირზე, თან ახლავს: მგელი, თხა და კომბოსტო. მას სჭირდება მდინარის მარჯვენა ნაპირზე გადასვლა მთელი თავისი ავლა-დიდებით. ე.ი. მდინარეზე უნდა გადაიყვანოს მგელი და თხა და უნდა გადაიტანოს კომბოსტო. მაგრამ მისი ნავი ძალზედ პატარაა: გლეხს შეუძლია ნავში მის გარდა კიდევ ჩაატიოს ან მგელი, ან თხა, ან კომბოსტო. ამასთან, თუ ერთ ნაპირზე მარტო დატოვებს მგელსა და თხას, მაშინ მგელი თხას შეჭამს, თუკი თხასა და

კომბოსტოს, მაშინ თხა შეჭამს კომბოსტოს. ისინი მხოლოდ გლეხის თანდასწრებით არ ცელქობენ. როგორ მოიქცეს გლეხი?

მოსწავლეებს უნდა მოვაგონოთ, რომ მდინარის გადაცურვა მარცხენა ნაპირიდან მარჯვენა ნაპირზე და, პირიქით მარჯვენა ნაპირიდან მარცხენა ნაპირზე არის ერთი ცდა და ამოცანის კითხვა ასე დავსვათ: რამდენი ცდა უნდა ჩავატაროთ და რა თანმიმდევრობით, რომ სასურველ შედეგს მივაღწიოთ?

მოსწავლეები განიხილავენ ცდათა უამრავ შედეგებს და შეარჩევენ ცდათა ისეთ რაციონალურ მიმდევრობას, რომელიც უნდა ჩაეტარებინა გლეხს, რომ მიეღწია სასურველი შედეგისათვის.

მოსწავლეები გააანალიზებენ, რომ გლეხს პირველად არ შეეძლო მგლის გადაყვანა, რადგან მდინარის მარცხენა ნაპირზე რჩება თხა და კომბოსტო და თხა შეჭამს კომბოსტოს. გლეხი ვერც კომბოსტოს გადაიტანს, რადგან მგელი შეჭამს თხას. მოსწავლეები მივლენ დასკვნამდე, რომ გლეხმა პირველად უნდა გადაიყვანოს თხა, რადგან მგელი კომბოსტოს არ შეჭამს. ე.ი. პირველი სვლაა:

გადაიყვანოს თხა.

თხის უკან დაბრუნებას აზრი არა აქვს, მაშასადამე, მეორე სვლაა

გადმოვიდეს მარტო.

ახლა უკვე გლეხის წინაშე ორი შესაძლებლობაა: გადაიყვანოს მგელი ან გადაიტანოს კომბოსტო.

თუ გლეხი გადაიყვანს მგელს და უკან დაბრუნდება, მგელი შეჭამს თხას, თუკი კომბოსტოს გადაიტანს და უკან დაბრუნდება, მაშინ თხა შეჭამს კომბოსტოს. მოსწავლეები ფიქრობენ რა ქნას გლეხმა?

ისინი იპოვნიან ასეთ გამოსავალს:

გადაიყვანოს მგელი.

გადმოიყვანოს თხა.

გადაიტანოს კომბოსტო.

გადმოვიდეს მარტო.

გადაიყვანოს თხა.

ამოხსნის შემდეგ მიზანშეწონილია მოსწავლეებს ჩატარებული მსჯელობის საილუსტრაციოდ მასწავლებელმა შეუდგინოს ასეთი სახის ცხრილი.

მდინარის მარცხენა ნაპირი	მდინარე	მდინარის მარჯვენა ნაპირი
გლეხი, მგელი, თხა, კომბოსტო		
მგელი, კომბოსტო	გლეხი, თხა ⇒	
მგელი, კომბოსტო	გლეხი ⇐	თხა
კომბოსტო	გლეხი, მგელი ⇒	თხა
კომბოსტო	გლეხი, თხა ⇐	მგელი
თხა	გლეხი, კომბოსტო ⇒	მგელი
თხა	გლეხი ⇐	მგელი, კომბოსტო
	გლეხი, თხა ⇒	მგელი, კომბოსტო
		გლეხი, მგელი, თხა, კომბოსტო

ამოცანის ამოხსნის შემდეგ მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა უბიძგოს ამოხსნის მეორე გზის მისაგნებად. უნდა დაისვას ასეთი კითხვები:

მასწავლებელი: რა მოხდებოდა, რომ გლეხს, თხის მეორე ნაპირზე გადაყვანის შემდეგ, მგელი კი არ გადაეყვანა, არამედ კომბოსტო წაეღო?

მოსწავლე: მაშინ გლეხს თხა უკან უნდა დაებრუნებინა, რადგან თხა შეჭამდა კომბოსტოს.

მასწავლებელი: მდინარის მარცხენა ნაპირზეა გლეხი, მგელი და თხა. როგორ უნდა მოიქცეს გლეხი?

მოსწავლე: გლეხმა უნდა გადაიყვანოს მგელი მდინარის მარჯვენა ნაპირზე. შემდეგ დაბრუნდეს მარტო და გადაიყვანოს თხა.

ამოცანის ამოხსნის ეს გზაც მასწავლებელმა მოსწავლეებს ცხრილის სახით უნდა მიაწოდოს.

მდინარის მარცხენა ნაპირი	მდინარე	მდინარის მარჯვენა ნაპირი
გლეხი, მგელი, თხა, კომბოსტო		
მგელი, კომბოსტო	გლეხი, თხა ⇒	
მგელი, კომბოსტო	გლეხი ⇐	თხა
მგელი	გლეხი, კომბოსტო ⇒	თხა
მგელი	გლეხი, თხა ⇐	კომბოსტო
თხა	გლეხი, მგელი ⇒	კომბოსტო
თხა	გლეხი ⇐	მგელი, კომბოსტო
	გლეხი, თხა ⇒	მგელი, კომბოსტო
		გლეხი, მგელი, თხა, კომბოსტო

ამ ამოცანის შერჩევა განპირობებული იყო იმით, რომ ამოხსნის ორივე გზის შემთხვევაში საჭიროა ცდათა ერთი და იგივე რაოდენობა - 7. ცხრილების გარჩევის

დროს მასწავლებელმა უნდა გაამახვილოს ყურადღება იმაზე, რომ სასურველი შედეგის მიღწევისას საჭიროა ცდათა იმ თანმიმდევრობით განხილვა, როგორც ცხრილშია მოცემული. ამ ამოცანის განხილვის შემდეგ მიზანშეწონილია ისეთი ამოცანების განხილვა, როცა ცდათა რიცხვი კონკრეტული ამოხსნისათვის სხვადასხვა იქნება. მაგალითად:

ამოცანა. გვაქვს სამი ჭურჭელი: 8 ლიტრიანი, 5 ლიტრიანი და 3 ლიტრიანი. პირველი ჭურჭელი ავსებულია ზეთით, დანარჩენები კი ცარიელია. როგორ უნდა გავცეთ ამ ჭურჭლების საშუალებით 4 ლიტრი ზეთი?

ამ ამოცანების განხილვით მოსწავლეები კონკრეტული მაგალითებით ეჩვევიან თუ რა არის ცდა, ცდათა რიცხვი, ცდის შედეგი, ცდათა თანმიმდევრობა.

ასეთი სახის ამოცანები დაწყებითი კლასების მათემატიკის სახელმძღვანელოებში საკმაო რაოდენობითაა და მათი ამოხსნის დროს მოსწავლეები იძენენ გამოცდილებას, როგორი თანმიმდევრობით უნდა მოხდეს ცდათა დალაგება, რომ მიაღწიონ სასურველ შედეგს. ასეთი სავარჯიშოების გადაწყვეტა ხელს უწყობს მოსწავლეებში მოსაზრებულობისა და მიხვედრილობის უნარ-ჩვევების განვითარებას, უფრო ღრმად წვდებიან ამოცანების შინაარსს და ადვილად პოულობენ ამოცანების ამოხსნის რაციონალურ გზას.

6.7. შემთხვევითი მოვლენა, ალალბედზე შერჩევა, ხელშემწყობი და ყველა შესაძლო შემთხვევები და მათი გამოთვლა

შემთხვევითი მოვლენა მეოთხე კლასის მოსწავლეებს შეიძლება გავაცნოთ მაგალითების განხილვით. მოსწავლეებს უნდა განვუმარტოთ, რომ ლითონის ფულის ასროლის დროს გერბის მოსვლა არის შემთხვევითი მოვლენა, რომ მისი მოსვლა დამოკიდებულია შემთხვევითობაზე. ასევე შესაძლებელია მოვუყვანოთ შემთხვევითი მოვლენის შემდეგი მაგალითები: კამათლის გაგორებისას სამიანის მოსვლა, ვაჟის დაბადება, ლატარიის ბილეთით მოგება და სხვ.

ალალბედზე შერჩევა მოსწავლეებს შეიძლება გავაცნოთ შემდეგი მაგალითებით:

ყუთში არის ერთნაირი ზომის და წონის წითელი, შავი და თეთრი ბირთვები. ბირთვის ამოღებას უბრალოდ დავარქვათ ალალბედზე ამოღება ანუ შერჩევა. აქვე უნდა განვუმარტოთ მოსწავლეებს, რომ რომელიმე ფერის ბირთვის ამოღება არის შემთხვევითი მოვლენა.

სანამ მოსწავლეებს გავაცნობთ ხელშემწყობ და ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვს, წინასწარ მათ მივცეთ მარტივი პრობლემური დავალება:

რამდენი შესაძლო შედეგია მოსალოდნელი ლითონის ფულის ორჯერ ზედიზედ ასროლისას?

ამ პრობლემის გადასაწყვეტად მოსწავლეებს საკმარისი ცოდნა უკვე აქვთ, რადგან იციან რომ, ლითონის ფულის ერთხელ ასროლის დროს მოსალოდნელია ორი შედეგი: გერბის (გ) ან საფასურის (ს) მოსვლა.

ამ პრობლემური სიტუაციის გადასაწყვეტად მოსწავლეებმა უნდა დაწერონ ყველა შესაძლო შედეგი. ერთმანეთისაგან უნდა განასხვაონ (გ ს) და (ს გ), რადგან ისინი არიან განსხვავებული შედეგები.

მოსწავლეთა უმრავლესობა სწორად გადაჭრის დასმულ პრობლემას და იპოვის ყველა შესაძლო შედეგს (გ გ), (გ ს), (ს გ), (ს ს).

თუ ყველა მოსწავლემ ვერ აღიქვა, რომ (გ ს) და (ს გ) სხვადასხვა შედეგებია, მაშინ მასწავლებელმა უნდა ახსნას (გ ს) და (ს გ) რატომ არის სხვადასხვა შედეგი.

ამის შემდეგ მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა აუხსნას, რომ ყველა შესაძლო შედეგი არის იგივე ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი.

აუცილებლად ვთვლით, რომ მასწავლებელმა მოსწავლეებს გააცნოს შემდეგი გამოთქმების მნიშვნელობები: „ერთხელ მაინც“, „მხოლოდ ერთხელ“, „ერთი ან მეორე“, რომელსაც ძალიან დიდი მნიშვნელობა აქვს მათემატიკის კურსის შესწავლისათვის.

ამ პრობლემის გადაწყვეტის შემდეგ მასწავლებელმა მოსწავლეებს შეიძლება დაუსვას შემდეგი კითხვები:

მასწავლებელი: რამდენი შესაძლო შემთხვევა გვაქვს სულ ლითონის ფულის ორჯერ ასროლისას?

მოსწავლე: ლითონის ფულის ორჯერ ასროლისას ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი არის 4.

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს ლითონის ფულის ორჯერ ასროლისას მხოლოდ გერბის მოსვლას?

მოსწავლე: ორივე ასროლისას მხოლოდ გერბის მოსვლას ხელს უწყობს 1 შემთხვევა (გ გ).

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს ლითონის ფულის ორჯერ ასროლისას გერბის ან საფასურის მოსვლას?

მოსწავლე: ორივე ასროლისას გერბის ან საფასურის მოსვლას ხელს უწყობს ორი შემთხვევა (გ ს) და (ს გ).

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს ლითონის ფულის ორჯერ ასროლისას ორივეჯერ საფასურის მოსვლას?

მოსწავლე: ორივე ასროლისას ორივეჯერ საფასურის მოსვლას ხელს უწყობს 1 შემთხვევა (ს ს).

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს ერთხელ მაინც გერბის მოსვლას?

მოსწავლე: ერთხელ მაინც გერბის მოსვლას ხელს უწყობს სამი შემთხვევა (გ გ), (ს გ) და (გ ს).

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს მხოლოდ ერთხელ გერბის მოსვლას?

მოსწავლე: მხოლოდ ერთხელ გერბის მოსვლას ხელს უწყობს ორი შემთხვევა, (ს გ) და (გ ს).

ამ მარტივი პრობლემის გადაწყვეტით სავსებით შესაძლებელია მოსწავლეებს გავაცნოთ ყველა შესაძლო და ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი.

6.8. ალბათობა და მისი გამოთვლა

ალბათობის ცნება მოსწავლეებს შეიძლება გავაცნოთ მას შემდეგ, რაც ისინი შეისწავლიან ნაწილს და წილადს.

დაწყებითი მათემატიკის სასკოლო სახელმძღვანელოებში არის ისეთი სავარჯიშოები, რომელთა განხილვის დროს შეიძლება მოსწავლეებს გავაცნოთ ალბათობის ზოგიერთი საწყისი ცნება წესებისა და ფორმულების გარეშე, ისე რომ არ გამოვიყენოთ ალბათობის ტერმინები.

ალბათობის ცნების გასაცნობად მეოთხე კლასში შესაძლებელია შემდეგი მარტივი ამოცანის ამოხსნა.

ყუთში არის ორი ერთნაირი ზომის და წონის წითელი და თეთრი ბირთვი. ყუთში ჩაუხედავად ვიღებთ ერთ ბირთვს, რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალაბედზე ამოღებული ბირთვი იქნება წითელი?

მასწავლებელმა მოსწავლეებს უნდა დაუსვას შემდეგი კითხვები:

მასწავლებელი: რამდენი ბირთვია სულ ყუთში?

მოსწავლე: ყუთში სულ არის ორი ბირთვი.

მასწავლებელი: რომელი ფერის ბირთვი შეიძლება იქნეს ამოღებული ყუთიდან?

მოსწავლე: ყუთიდან შეიძლება ამოღებულ იქნეს წითელი ან თეთრი ფერის ბირთვი.

მასწავლებელი: რომელიმე ფერის ბირთვის ამოღებას აქვს თუ არა რაიმე უპირატესობა მეორე ფერის ბირთვის მიმართ?

მოსწავლე: არც ერთი ფერის ბირთვს არა აქვს უპირატესობა მეორე ფერის ბირთვის მიმართ.

მასწავლებელი: როგორ არის შესაძლებელი თითოეული ბირთვის ამოღება?

მოსწავლე: თითოეული ბირთვის ამოღება თანაბრად შესაძლებელია.

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევაა სულ შესაძლებელი?

მოსწავლე: სულ შესაძლებელია ორი შემთხვევა.

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს წითელი ბირთვის ამოღებას?

მოსწავლე: წითელი ბირთვის ამოღებას ხელს უწყობს ერთი შემთხვევა.

მასწავლებელი: მთელი ბირთვების რა ნაწილს შეადგენს წითელი ბირთვი?

მოსწავლე: წითელი ბირთვი შეადგენს ყუთში მოთავსებული ბირთვების ნახევარს. ე.ი. $\frac{1}{2}$ ნაწილს.

მასწავლებელი: რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე ამოღებული ბირთვი იქნება წითელი?

მოსწავლე: შედეგი, რომ ალალბედზე ამოღებული ბირთვი იქნება წითელი დახასიათდება წილადით $\frac{1}{2}$.

მასწავლებელი: რას აღნიშნავს ამ წილადში რიცხვი 2?

მოსწავლე: რიცხვი ორი არის ყუთში ბირთვების რაოდენობა, ანუ ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი.

მასწავლებელი: რას აღნიშნავს მრიცხველში 1?

მოსწავლე: ერთი არის წითელი ბირთვების რაოდენობა, ანუ ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი.

მასწავლებელი: რა არის საჭირო იმისათვის, რომ ეს შედეგი დავახასიათოთ?

მოსწავლე: ამისათვის საჭიროა ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი გავყოთ ყველა შემთხვევათა რიცხვზე.

ამის შემდეგ მასწავლებელი მოსწავლეებს ეუბნება, რომ შეფარდებას $\frac{1}{2}$ ვუწოდოთ მახასიათებელი შეფარდება და მოსწავლეების დახმარებით აყალიბებს მარტივ წესს:

მახასიათებელი შეფარდება უდრის ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვის განაყოფს ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვთან, როცა ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვი თანაბრად შესაძლებელია.

ამ მაგალითის ამგვარი განხილვით მიიღწევა დაწყებითი კლასების მოსწავლეებისათვის ალბათობის კლასიკური განსაზღვრების გაცნობა ფარულად, ალბათობის თეორიის ტერმინების გამოყენების გარეშე. ამის შემდეგ მასწავლებელს შესაძლებლობა აქვს მოსწავლეებს შეუქმნას ნაწილობრივი წარმოდგენა ალბათობის თვისებებზე ისე, რომ ალბათობის თეორიის ტერმინები არ გამოიყენოს. ამ პერიოდში მოსწავლეები უნდა იცნობდნენ შერეულ რიცხვებს, წესიერ და არაწესიერ წილადს, შერეული რიცხვის გადაქცევას არაწესიერ წილადად და, პირიქით.

ეს საუბარი დიალოგის რეჟიმში შემდეგნაირად უნდა წარიმართოს:

მასწავლებელი: როგორი შეიძლება იყოს ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი?

მოსწავლე: ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი ანუ წითელი ბირთვების რაოდენობა ყოველთვის ნაკლებია ან ტოლია ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვზე ანუ ყუთში ბირთვების რაოდენობაზე.

მასწავლებელი: რას უდრის მახასიათებელი შეფარდება, თუ ყუთში წითელი ბირთვი არ იქნება?

მოსწავლე: თუ ყუთში წითელი ბირთვი არ იქნებოდა ე.ი. ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი იქნებოდა ნულის ტოლი, მაშინ მახასიათებელი შეფარდება იქნებოდა ნულის ტოლი.

მასწავლებელი: რას უდრის მახასიათებელი შეფარდება, როცა ყუთში ორივე ბირთვი წითელია?

მოსწავლე: როცა ყუთში ორივე ბირთვი წითელია, ე.ი. ხელშემწყობ შემთხვევათა რიცხვი უდრის ორს, მაშინ მახასიათებელი შეფარდება უდრის $\frac{2}{2} = 1$-ს.

მასწავლებელი: როგორ შედეგთან გვაქვს საქმე, როცა მახასიათებელი შეფარდება უდრის 0-ს?

მოსწავლე: როცა მახასიათებელი შეფარდება უდრის 0-ს, მაშინ საქმე გვაქვს შეუძლებელ შედეგთან.

მასწავლებელი: როგორ შედეგთან გვაქვს საქმე, როცა მახასიათებელი შეფარდება უდრის 1-ს?

მოსწავლე: როცა მახასიათებელი შეფარდება უდრის 1-ს, მაშინ საქმე გვაქვს აუცილებელ შედეგთან.

მასწავლებელი: როცა თანაბრად შესაძლებელ შემთხვევებთან გვაქვს საქმე რა თვისება აქვს მახასიათებელ შეფარდებას?

მოსწავლე: თანაბრად შესაძლებელი შემთხვევების დროს მახასიათებელი შეფარდება გამოისახება წესიერი წილადით, ე.ი. წილადით, რომელშიც მრიცხველი ნაკლებია მნიშნელზე.

მოსწავლეები დაადგენენ, რომ მხოლოდ შეუძლებელი შედეგის მახასიათებელი შეფარდებაა 0-ის ტოლი და აუცილებელი შედეგის მახასიათებელი შეფარდებაა 1-ის ტოლი, ყველა დანარჩენ შემთხვევაში მახასიათებელი შეფარდება გამოისახება წესიერი წილადით, ე.ი. ნაკლებია 1-ზე. ეს კი ალბათობის თვისებაა

$$0 \le p \le 1 \ ,$$

სადაც p არის რაიმე ხდომილობის ალბათობა.

ასეთი შინაარსის ამოცანების ამოხსნა აფართოებს დაწყებითი კლასების მოსწავლეთა გონების ჰორიზონტს, ისინი ნაწილზე და წილადზე მიღებულ ცოდნას იყენებენ პრაქტიკულად მარტივი საკითხების გადასაწყვეტად. ეს კი ხელს უწყობს მოსწავლეთა აზროვნების განვითარებას ალბათური მიმართულებით, რაც წანამძღვრებს უქმნის მათემატიკის უკეთესად და საფუძვლიანად შესწავლას.

მასწავლებელმა ჯგუფში შესაძლებელია შეიტანოს ჭადრაკის დაფა და დასვას ასეთი შეკითხვები:

მასწავლებელი: ჭადრაკის დაფის რა ნაწილს შეადგენს:

ა) უჯრების ერთი რიგი;

ბ) უჯრების ორი რიგი;

გ) უჯრების ოთხი რიგი;

დ) ერთი უჯრა.

რას უდრის მახასიათებელი შეფარდება იმისა, რომ ალალბედზე დაფაზე დადებული ფიგურა მოხვდება პირველ რიგში, პირველ ორ რიგში, პირველ ოთხ რიგში და ერთ განსაზღვრულ უჯრაზე? (იგულისხმება, რომ შემთხვევით დადებული ფიგურა მოხვდება მხოლოდ ერთ უჯრაზე).

მოსწავლე: მახასიათებელი შეფარდება თითოეულ შემთხვევაში იქნება

$$\frac{1}{8}\ ,\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{64}\ .$$

ამის შემდეგ მასწავლებელმა შეიძლება დასვას ასეთი შეკითხვები:

მასწავლებელი: რამდენი უჯრაა სულ ჭადრაკის დაფაზე?

მოსწავლე: ჭადრაკის დაფაზე სულ არის 64 უჯრა.

მასწავლებელი: რამდენი უჯრა არის თეთრი?

მოსწავლე: თეთრი უჯრა არის 32.

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს იმას, რომ ალალბედზე დადებული ფიგურა მოხვდება თეთრ უჯრაზე?

მოსწავლე: ალალბედზე დადებული ფიგურა რომ მოხვდება თეთრ უჯრაზე, ამას ხელს უწყობს 32 შემთხვევა.

მასწავლებელი: რას უდრის მახასიათებელი შეფარდება იმისა, რომ ალალბედზე დადებული ფიგურა მოხვდება თეთრ უჯრაზე?

მოსწავლე: მახასიათებელი შეფარდება უდრის $\frac{32}{64}$.

მასწავლებელი: ჭადრაკის დაფის ყველა უჯრების რა ნაწილს შეადგენს თეთრი უჯრები?

მოსწავლე: ჭადრაკის დაფის თეთრი უჯრები შეადგენს მთელი უჯრების ნახევარს, ანუ $\frac{1}{2}$ ნაწილს.

მასწავლებელი: როგორ შედეგს ახასიათებენ წილადები $\frac{32}{64}$ და $\frac{1}{2}$?

მოსწავლე: ეს წილადები ახასიათებენ ერთსა და იმავე შედეგს.

მასწავლებელი: როგორი უნდა იყოს ეს წილადები?

მოსწავლე: ეს წილადები უნდა იყოს ერთმანეთის ტოლი. ე.ი.

$$\frac{32}{64}=\frac{1}{2}.$$

მასწავლებელი: რა თვისება ჰქონია წილადს?

მოსწავლე: თუ წილადის მნიშვნელსა და მრიცხველს გავამრავლებთ ან გავყოფთ ერთსა და იმავე ნატურალურ რიცხვზე, მივიღებთ თავიდან აღებული წილადის ტოლ წილადს.

ამ ამოცანის ამოხსნით მოსწავლეებში განმტკიცდება ადრე მიღებული ცოდნა წილადის, ნაწილის და წილადის თვისებებზე.

დაწყებითი კლასების მათემატიკის სახელმძღვანელოებში [5], [6], [7], [21], [22], [23], [24], [25], [26], [27], [28], [29], [30], [33], [34], [35], [37], [43], [44], [51], [52], [53], [54] არის ისეთი შინაარსის ამოცანები, სადაც საჭიროა ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვის პოვნა, თუ მასწავლებელი დაუმატებს მარტივ კითხვებს, მოსწავლეები შესწავლილი წესის გამოყენებით გამოთვლიან რაიმე ხდომილობის ალბათობას. განვიხილოთ ერთი

ამოცანა. ყუთში არის ორი თეთრი და ორი მწვანე ბურთულა. ყუთში ჩაუხედავად ვიღებთ სამ ბურთულას. რამდენი ბურთულა შეიძლება იყოს ამოღებულთა შორის თეთრი და მწვანე (განიხილეთ ყველა შემთხვევა).

ბურთულები დავნომროთ ციფრებით 1, 2, 3 და 4, ისე რომ მწვანე ბურთულებს დავაწეროთ კენტი რიცხვები, ხოლო თეთრს ლუწი რიცხვები. ასე იმიტომ უნდა მოვიქცეთ, რომ მოსწავლეებს გაუადვილდეთ ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვის პოვნა.

მოსწავლეებმა $\{1, 2, 3, 4\}$ სიმრავლიდან გამოყვეს სამ ელემენტიანი ქვესიმრავლეები:

(1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 3, 4), (2, 3, 4) ანუ

(მ, თ, მ), (მ, თ, თ), (მ, მ, თ), (თ, მ, თ).

აქ მოსწავლეებმა ფაქტიურად გამოთვალეს სამელემენტიანი ჯუფთება ოთხი ელემენტისაგან

$$C_4^3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = 4.$$

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა გვაქვს სულ?

მოსწავლე: სულ არის 4 შემთხვევა.

მასწავლებელი: რამდენი ბურთულა შეიძლება იყოს თეთრი ამოღებულთა შორის?

მოსწავლე: ამოღებულთა შორის შეიძლება იყოს თეთრი ბურთულა ერთი ან ორი.

ალბათობის გამოთვლა ამ ამოცანასთან დაკავშირებით შესაძლებელია შემდეგი კითხვების დასმით:

მასწავლებელი: რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ამოღებული სამი ბურთულიდან:

ა) ერთი მაინც იქნება თეთრი;

ბ) ორი ბურთულა იქნება თეთრი;

გ) მხოლოდ ერთი ბურთულა იქნება თეთრი?

მასწავლებელი: შეიძლება თუ არა ამ ოთხი შესაძლო შედეგიდან ერთ-ერთში თუ იქნება ერთი თეთრი ბურთულა, სხვა შედეგში კი, ორი თეთრი ბურთულა?

მასწავლებელი: ერთ-ერთ შედეგში თუ აღმოჩნდება ერთი თეთრი ბურთულა, მაშინ სხვა შედეგში არ შეიძლება მოვიდეს ორი თეთრი ბურთულა.

მოსწავლეები მასწავლებლის დახმარებით განმარტავენ თუ რატომ არ შეიძლება იქნეს ორი თეთრი ბურთულა სხვა შედეგში; ასევე თუ მოხდა ერთ-ერთი, მაგალითად (მ. თ, თ), მაშინ სხვა შედეგი აღარ მოხდება, ე.ი. მოსწავლეები დარწმუნდებიან იმაში, რომ ერთ-ერთის მოხდენა გამორიცხავს მეორეს, მაშასადამე, მოსწავლეები ფარულად გაეცნობიან არათავსებად ხდომილობებს.

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს შედეგს, რომ ამოღებული სამი ბურთულიდან ერთი მაინც იქნება თეთრი?

მოსწავლე: შედეგს, რომ ამოღებული სამი ბურთულიდან ერთი მაინც იქნება თეთრი ხელს უწყობს ოთხი შემთხვევა.

მასწავლებელი: რას უდრის მახასიათებელი შეფარდება ამ შემთხვევაში?

მოსწავლე: მახასიათებელი შეფარდება უდრის $\frac{4}{4}=1$.

მასწავლებელი: როგორ შედეგთან გვექნება საქმე?

მოსწავლე: აუცილებელ შედეგთან.

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს შედეგს, რომ ამოღებული სამი ბურთულიდან მხოლოდ ერთი იქნება თეთრი?

მოსწავლე: ამ შედეგს ხელს უწყობს ორი შემთხვევა (მ, თ, მ) და (მ, თ, მ).

მასწავლებელი: რას უდრის მახასიათებელი შეფარდება?

მოსწავლე: მახასიათებელი შეფარდება უდრის $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს შედეგს, რომ ამოღებულთა შორის იქნება ორი თეთრი ბურთულა?

მოსწავლე: ასეთ შედეგს ხელს უწყობს ორი შემთხვევა (მ, თ, თ) და (თ, მ, თ).

მასწავლებელი: რას უდრის მახასიათებელი შეფარდება?

მოსწავლე: მახასიათებელი შეფარდება უდრის $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

მეოთხე კლასში მოსწავლეებს ეძლევათ პროცენტის განსაზღვრება, მისი წაკითხვა და დაწერა. მოეთხოვებათ რაიმე რიცხვის პროცენტის პოვნა და არ მოეთხოვებათ ზოგადი წესის ან ფორმულის ცოდნა. პროცენტი განისაზღვრება

როგორც რიცხვის მეასედი ნაწილი. [24], [28], [54]. პროცენტებზე ამოცანების ამოხსნის დროს შეიძლება გამოვთვალოთ რაიმე ხდომილობის ალბათობა.

ამოცანა. ჯგუფში 55%-ს შეადგენს ვაჟები. რამდენ პროცენტს შეადგენენ გოგონები? რამდენი გოგონაა, თუ ჯგუფში 40 მოსწავლეა. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული მოსწავლე იქნება გოგონა?

მასწავლებელი: რამდენი პროცენტია გოგონები?

მოსწავლე: გოგონები არის 100% - 55% = 45%.

მასწავლებელი: რამდენი გოგონაა ჯგუფში?

მოსწავლე: ჯგუფში არის $(40 \cdot 45):100 = 18$ გოგონა.

მასწავლებელი: რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს იმას, რომ ალალბედზე შერჩეული მოსწავლე არის გოგონა?

მოსწავლე: ალალბედზე შერჩეული მოსწავლე არის გოგონა, ხელს უწყობს 18 შემთხვევა.

მასწავლებელი: რას უდრის მახასიათებელი შეფარდება იმისა, რომ ალალბედზე შერჩეული მოსწავლე არის გოგონა?

მოსწავლე: მახასიათებელი შეფარდება უდრის $\frac{18}{40} = \frac{9}{20}$.

ჩატარებულმა პედაგოგიურმა ექსპერიმენტმა დაადასტურა, რომ ალბათობის გაცნობა მეოთხე კლასში იმ სახით, რომელიც ზემოთ მოვიყვანეთ სავსებით მართებული და შესაძლებელია. ამით მოსწავლეები იმდიდრებენ ცოდნას წილადებზე და ნაწილებზე, ხედავენ მათ ფართო გამოყენებას, რაც ავითარებს მათ აზროვნებას.

დამოუკიდებელი სამუშაოების ანალიზმა აჩვენა, რომ ექსპერიმენტულ კლასებში შედეგები გაცილებით უკეთესია, ვიდრე საკონტროლო ჯგუფებში.

§7. პედაგოგიური ექსპერიმენტი

კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკამ დაწყებითი კლასების (I-VI კლასები) მათემატიკის კურსში, რომელიც ჩვენ მიერ ჩამოყალიბებული იყო დისერტაციის I და II თავებში როგორც ზოგადად, ისე კონკრეტული მაგალითების განხილვის საფუძველზე, ექსპერიმენტული შემოწმება გაიარა 5 წლის (2005-2010 წლებში) განმავლობაში ქუთაისის №41 საჯარო სკოლაში, წყალტუბოს №1 საჯარო სკოლაში, ქუთაისის №41 საჯარო სკოლაში, ვანის რაიონის სოფელ ზეინდრის საჯარო სკოლაში, თერჯოლის რაიონის მეტლახის არასრულ საჯარო სკოლაში, ზესტაფონის №5 საჯარო სკოლაში და ზესტაფონის №7 საჯარო სკოლაში.

პედაგოგიური ექსპერიმენტის ჩატარებამდე, ჩვენს მიერ შესწავლილ იქნა აღნიშნული სკოლების დაწყებითი კლასების მოსწავლეთა მათემატიკის საკონტროლო წერების და დამოუკიდებელი სამუშაოების ნაშრომები, რომლებიც დისერტაციაში განხილული საკითხების სწავლებას ეხებოდა.

ანალიზმა ცხადყო, რომ მოსწავლეთა უმრავლესობისათვის სირთულეს წარმოადგენს ალბათური და კომბინატორული შინაარსის ამოცანების ამოხსნა, რომლებიც მოითხოვს სასრული სიმრავლიდან ქვესიმრავლეების გამოყოფას და მათი რიცხვის პოვნას.

დაწყებითი კლასების მათემატიკის სახელმძღვანელოები ძირითადად ამოცანათა კრებულებია, მათში თეორიული საკითხები ნაკლებად არის შეტანილი, ამიტომ კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის მეთოდურ თავისებურებებზე იქნა გამახვილებული ძირითადი ყურადღება. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნა ძირითადად შეადგენს პროპედევტიკულ მუშაობას კომბინატორული და ალბათური მიმართულებით, ამით იქმნება დაწყებითი კურსი კომბინატორიკის და ალბათობის თეორიისა. ამოცანების ამოხსნის მსვლელობაში მოსწავლეები ეცნობიან კომბინატორიკისა და ალბათობის თეორიის ძირითად ცნებებსა და მეთოდებს.

დაწყებით კლასებში ხდება მეთოდიდან „ცდა და შეცდომა“ გადასვლა მეთოდზე, რომელსაც საფუძვლად უდევს ამოცანების ამოხსნა სისტემატური შერჩევებით. თვით სისტემატური შერჩევის პროცედურის აგება მოსწავლეთა მათემატიკური კულტურის მნიშვნელოვანი მაჩვენებელია.

კომბინატორული და ალბათური ამოცანების ამოხსნის აღნიშნული გზით შემოფარგვლა არ შეიძლება, რადგან ის არ გამოდგება მაშინ, როცა სიმრავლის ელემენტების რიცხვი დიდია და ყველა შესაძლო შემთხვევათა რიცხვის ჩამოთვლა ძნელი იქნება.

ამ შემთხვევაში ყველა შესაძლო შემთხვევების ჩამოთვლა ხდება შრომატევადი, ზოგჯერ შეუძლებელიც კი. ამიტომ ამ შემთხვევაში ვიყენებდით არასრული ინდუქციის მეთოდს იმისათვის, რომ დაგვემყარებინა რაიმე კანონზომიერება სიმრავლის ელემენტებსა და გამოყოფილ ქვესიმრავლეებს შორის. ამ კანონზომიერებას ჩამოვაყალიბებდით მარტივი წესისი სახით, ამით ჩვენ შევქმენით კომბინატორიკისა და ალბათობის თეორიის ამოცანების ისეთ მათემატიკური მოდელი, რომელიც მოსწავლეებისათვის უკვე ნაცნობი იყო და შემდგომ ამოცანის ამოხსნის პროცესში ხდებოდა იმ წესების გამოყენება, სადაც ჩვენ კომბინატორიკისა და ალბათობის თეორიის ცნებების დასახელებას არ ვახდენდით. ამ მარტივი წესების გამოყენებით ვახდენდით ამოცანების ამოხსნას დაწყებით კლასებში.

მარტივი წესების ჩამოყალიბებაში ბუნებრივად მონაწილეობს დაწყებითი კლასების სასწავლო სახელმძღვანელოში მოთავსებული კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანები სხვა, ჩვენ მიერ სპეციალურად შერჩეულ ამოცანებთან ერთად.

დაწყებით კლასებში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის დროს აუცილებელია ყველა კონკრეტული შემთხვევის ჩამოთვლა, ხოლო შემდგომ საფეხურებზე მოხდება ზოგადი დამოკიდებულებების მოძებნა განსახილველ სიმრავლეთა ელემენტებს შორის.

დაკვირვებამ აჩვენა, რომ, ერთი მხრივ, საკითხები, რომლებიც დაკავშირებულია კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნასნასთან, დაწყებითი კლასების მათემატიკის სასკოლო სახელმძღვანელოებში განიხილება

მცირე რაოდენობით. მეორეს მხრივ, თუ განიხილება, არ ხდება ამოხსნისას გამოყენებული ხერხის სრულფასოვანი მეცნიერული ახსნა.

ექსპერიმენტული გამოკვლევა ჩატარდა ორ ეტაპად სწავლების სამ ფორმაზე:

^ ეტაპი-მოსამზადებელი ექვსპერიმენტი-რომელიც ძირითადად ტარდებოდა გაკვეთილებზე (I-VI კლასები), ვიხილავდით კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველ ამოცანებს მათემატიკის ფაკულტატურ მეცადინეობებზე და მათემატიკის საგნობრივი წრის მეცადინეობებზე (V-VI კლასები).

^^ ეტაპი-სასწავლო ექსპერიმენტი რომელიც ტარდებოდა ძირითადად გაკვეთილებზე (I-VI კლასები), მათემატიკის ფაკულტატურ მეცადინეობებზე და მათემატიკის საგნობრივი წრის მეცადინეობებზე (V-VI კლასები).

მოსამზადებელი ექსპერიმენტის მიზანს წარმოადგენდა დაწყებითი კლასების მოსწავლეთა საერთო მათემატიკური ცოდნის დონის შემოწმება. განსაკუთრებულ დაინტერესებას ვიჩენდით თუ რამდენად ფლობდნენ მოსწავლეები კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის ხერხებს.

მოსამზადებელი ექსპერიმენტი მიმდინარეობდა 2 წლის (2005-2007 წლები) განმავლობაში და მასში მონაწილეობა მიიღო ქუთაისის №41 საჯარო სკოლის, წყალტუბოს №1 საჯარო სკოლის, ქუთაისის №9 საჯარო სკოლის, ვანის რაიონის სოფელ ზეინდრის საჯარო სკოლის, თერჯოლის რაიონის მეტლახის არასრული საჯარო სკოლის, ზესტაფონის №5 საჯარო სკოლის და ზესტაფონის №7 საჯარო სკოლების 456 მოსწავლემ.

მოსწავლეებთან მუშაობის ძირითადი ფორმა იყო გაკვეთილებზე, ფაკულტატურ მეცადინეობებზე, მათემატიკის საგნობრივი წრის მეცადინეობებზე კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების განხილვა. ამ ეტაპზე განისაზღვრა განსახილველი თემების ნუსხა და მათი სწავლების მეთოდიკა.

მოსწავლეებს ეძლეოდათ დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსიდან კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანები [1], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [16], [21], [22], [23], [24], [25], [26], [27], [28], [29], [30], [31], [33], [34], [35], [36], [37], [38], [39], [45], [46], [47], [48], [49], [51], [52], [53], [54], [60], [63], [66], [67], [68], [69], [70], [71], [76], [87], [89], [91], [92], [93] სახელმძღვანელოებიდან და ჟურნალებიდან,

აგრეთვე ჩვენ მიერ შედგენილი ამოცანები. ჩვენ მიერ შედგენილი ამოცანები გათვლილი იყო მოსწავლეთა ასაკობრივ თავისებურებებზე, რისთვისაც დავეყრდენით ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლების ეროვნულ სასწავლო გეგმას [17], საგნობრივ პროგრამებს მათემატიკაში [18], დაწყებით კლასებში მათემატიკის სწავლების მეთოდიკის ძირითად მოთხოვნებს [10], [57], [64], ამოცანების და სავარჯიშოების შერჩევის კრიტერიუმებს [42], და ამოცანების პრაქტიკაში გამოყენების დიდაქტიკურ ასპექტებს [62].

განსაკუთრებული სიძნელე წარმოშვა ისეთმა ამოცანებმა, რომელთა ამოხსნა მოითხოვს ყველა შესაძლო შემთხვევათა განხილვას და ასეთი შემთხვევების რიცხვი დიდია, ხოლო ჩვენ მიერ ჩამოყალიბებული მარტივი წესების საშუალებით ადვილად იხსნება.

მოვიყვანოთ რამდენიმე მაგალითი:

1. რამდენნაირად შეიძლება აიღოს მოსწავლემ ავტობუსის ბილეთი, თუ მისი ღირებულება არის 20 თეთრი?

2. რამდენნაირად შეიძლება მოსწავლემ გადაიხადოს სამარშუტო ავტობუსის ბილეთის ღირებულება თუ მას აქვს 2 ცალი 10 თეთრიანი, 1 ცალი 20 თეთრიანი, 3 ცალი 5 თეთრიანი და 6 ცალი ორთეთრიანი, თუ ბილეთის ღირებულებაა 30 თეთრი?

3. დაწერეთ ყველა ოთხნიშნა რიცხვი ციფრებით 2, 5, 0 და 8, ისე რომ რიცხვში ციფრი არ განმეორდეს.

4. დაწერეთ სიმრავლე იმ ოთხნიშნა რიცხვებისა, რომელთა ჩასაწერად გამოიყენება მხოლოდ ციფრები 5 და 0.

5. რამდენი სამნიშნა რიცხვის ჩაწერა შეიძლება ციფრებით 4 და 2.

6. რამდენი წრფე შეიძლება გავავლოთ სამ A, B, C წერტილზე თუ წერტილებს შევაერთებთ წყვილ-წყვილად.

7. A ქალაქიდან B ქალაქში იმდის სამი გზა. B ქალაქიდან C ქალაქში ორი გზა. რამდენი სხვადასხვა გზით შეიძლება ჩავიდეს A ქალაქიდან C ქალაქში მგზავრი B ქალაქზე გავლით?

8. შეადგინეთ სიმრავლე იმ ორნიშნა რიცხვების სიმრავლე, რომელთა ჩასაწერად გამოიყენება ციფრები 2, 5 და 8.

9. რამდენი წრფის გავლება შეიძლება ოთხ წერტილზე, თუ არცერთი სამი მათგანი ერთ წრფეზე არ მდებარეობს.

10. თბილისიდან თელავში მიდის სამი გზა, თელავიდან ყვარელში ოთხი გზა. რამდენნაირად შეიძლება მგზავრი ჩავიდეს თბილისიდან ყვარელში თელავზე გავლით?

11. გვაქვს სამი ჭურჭელი: 8 ლიტრიანი, 5 ლიტრიანი და 3 ლიტრიანი. პირველი ჭურჭელი ავსებულია ზეთით, დანარჩენები კი ცარიელია. როგორ უნდა გავცეთ ამ ჭურჭლების აშუალებით 4 ლიტრი ზეთი?

12. რამდენ სხივს განსაზღვრავს წრფეზე ერთი წერტილი, ორი წერტილი, სამი წერტილი, *n* წერტილი?

13. რამდენ სამკუთხედად დაიყოფა ამოზნექილი ოთხკუთხედი, ხუთკუთხედი, ექვსკუთხედი, ყველა დიაგონალით, რომელიც შეიძლება გავავლოთ ერთი წვეროდან.

14. რომელი ციფრით მთავრდება 7-დან 22-მდე ყველა ნატურალური რიცხვების ნამრავლი?

15. დაწერეთ უმცირესი ათნიშნა რიცხვი, რომელშიც ყველა ციფრი განსხვავებულია.

16. დაწერეთ უდიდესი ათნიშნა რიცხვი, რომელშიც ყველა ციფრი განსხვავებულია.

17. ყუთში არის ორი თეთრი და ორი მწვანე კუბი. ყუთში ჩაუხედავად ვიღებთ სამ კუბს, რამდენი კუბი შეიძლება იყოს ამოღებულთა შორის თეთრი და მწვანე (განიხილეთ ყველა შემთხვევა).

18. ყუთში არის 3 წითელი და 2 შავი ბირთვი. ალალბედზე ვიღებთ სამ ბირთვს. რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს შედეგს: ა) ამოღებულთა შორის იქნება ერთი მაინც წითელი ბირთვი; ბ) მხოლოდ ერთი წითელი ბირთვი; გ) ორი მაინც წითელი ბირთვი; დ) მხოლოდ ორი წითელი ბირთვი; ე) სამი წითელი ბირთვი.

19. ყუთში არის ერთი თეთრი და ორი წითელი ბირთვი. ალალბედზე ვიღებთ ერთ ბირთვს. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ამოღებული ბირთვი იქნება წითელი?

20. მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობა უდრის 13 კუბურ სანტიმეტრს. რას უდრის მისი სიგრძე, სიგანე და სიმაღლე, თუ ისინი ნატურალური რიცხვებია.

21. მართკუთხა პარალელეპიპედი, რომლის სიგრძეა 4 სმ, სიგანე 3 სმ და სიმაღლე 2 სმ, შეღებეს ყველა მხრიდან და შემდეგ დაჭრეს 1 კუბიკურ სანტიმეტრებად, რამდენი კუბი მიიღება, რომელსაც შეღებილი ექნებათ ერთი წახნაგი, ორი წახნაგი, სამი წახნაგი? რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეულ კუბს ექნება შეღებილი ერთი წახნაგი, ორი წახნაგი, სამი წახნაგი?

22. ჩაწერეთ სიმრავლე იმ წესიერი წილადებისა, რომელთა მრიცხველისა და მნიშვნელის ჯამი უდრის 5-ს.

23. კვადრატი გაყავით ოთხ ტოლ ნაწილად. ერთი ნაწილი დაშტრიხეთ. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული კვადრატის წერტილი მოხვდება დაშტრიხულ ნაწილში.

24. შეადგინეთ სიმრავლე იმ ორნიშნა რიცხვებისა, რომლის ჩაწერა შეიძლება ციფრებით 4, 5, 7, 8. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული ორნიშნა რიცხვში ციფრთა ჯამი იქნება 10-ის ტოლი?

25. რამდენი ქვესიმრავლე აქვს შემდეგ სიმრავლეებს

$$\text{ა) } \{1, 2, 3\}, \qquad \text{ბ) } \{4, 5, 6, 7\}.$$

26. ვთქვათ $\{0, 1, 2\}$ არის x ცვლადის მნიშვნელობათა სიმრავლე, ხოლო $\{0, 2\}$- y ცვლადის მნიშვნელობათა სიმრავლე. შეადგინეთ ყველა (x, y) წყვილები და შეადარეთ ამ გამოსახულებათა შესაბამისი რიცხვითი მნიშვნელობები $x+y$ და xy.

27. ვთქვათ $\{5, 7, 8\}$ არის x ცვლადის მნიშვნელობათა სიმრავლე, ხოლო $\{9, 4, 6, 2\}$- y ცვლადის მნიშვნელობათა სიმრავლე. რამდენი (x, y) სახის წყვილის შედგენა შეიძლება სულ და რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეულ წყვილში $x+y$ ჯამი იქნება მუდმივი?

28. ჯგუფი, რომელიც შედგება 25 სტუდენტისაგან თითოეული სწავლობს გერმანულ ან ინგლისურ ენას. სტუდენტთა რიცხვი, რომლებიც სწავლობენ გერმანულ ენასს, ისე შეეფარდებიან სტუდენტების რიცხვს, რომლებიც სწავლობენ ინგლისურ ენას, როგორც $3:5$. მათ შორის გერმანულ ენას სწავლობს 8 სტუდენტით ნაკლები ვიდრე ინგლისურ ენას. რამდენი სტუდენტი სწავლობს მხოლოდ გერმანულ

ენას, მხოლოდ ინგლისურ ენას, გერმანულ და ინგლისურ ენებს? რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული სტუდენტი სწავლობს მხოლოდ გერმანულ ენას? მხოლოდ ინგლისურ ენას? გერმანულ და ინგლისურ ენებს?

29. რამდენ სხივს განსაზღვრავს წრფეზე ერთი წერტილი? ორი წერტილი? სამი წერტილი?

30. აჩვენეთ, რომ ოთხმა წერტილმა შეიძლება განსაზღვროს ერთი, ოთხი ან ექვსი წრფე.

31. აჩვენეთ, რომ ხუთმა წერტილმა შეიძლება განსაზღვროს ერთი, ხუთი, ექვსი, რვა ან ათი წრფე. (სხვა შემთხვევა გამორიცხულია).

32. რამდენ სამკუთხედად გაიყოფა ამოზნექილი ოთხკუთხედი, ხუთკუთხედი, n კუთხედი, ყველა დიაგონალით, რომელიც შეიძლება გავავლოთ ერთი წვეროდან?

33. ააგეთ სამი სხივი, რომელთაც საერთო სათავე აქვთ. რამდენ განსხვავებულ კუთხეს განსაზღვრავს ისინი?

34. რა ფიგურას ქმნის ყველა ისეთი ტოლფერდა სამკუთხედების წვეროების სიმრავლე, რომელთა ფუძე მოცემულია. შეადგინეთ ნახაზი.

35. რამდენ სხვადასხვა მონაკვეთს განსაზღვრავს: ა) სამი სხვადასხვა წერტილი; ბ) ოთხი სხვადასხვა წერტილი; გ) n სხვადასხვა წერტილი?

36. რამდენი დიაგონალის გავლება შეიძლება ოთხკუთხედში, ხუთკუთხედში, n კუთხედში?

37. მოცემულია სიმრავლე $\{2, 3, 4, 6\}$, რომლის ელემენტები მონაკვეთებს გამოსახავს. რამდენი სხვადასხვა საშუალებით შეიძლება ამ მონაკვეთებისაგან ავაგოთ სამკუთხედი. დაასახელეთ ისეთი სამი მონაკვეთისაგან შედგენილი ჯგუფი, რომლისგანაც შეიძლება სამკუთხედის აგება. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული სამი მონაკვეთისაგან შეიძლება სამკუთხედის აგება.

38. რამდენ სამკუთხედად ყოფს ამოზნექილ n კუთხედს ერთი წვეროდან გავლებული ყველა დიაგონალი?

39. რამდენნაირად შეიძლება საბავშვო ბაღში სასადილო მაგიდასთან დავსვათ 5 ბავშვი?

40. გვაქვს ერთნაირი ფორმისა და ზომის 80 მონეტა, რომელთაგან ერთი ყალბია (მსუბუქია დანარჩენებზე). პინებიანი სასწორის გამოყენებით (გირების გარეშე) ოთხი აწონით დაადგინეთ რომელია ყალბი მონეტა.

41. თორმეტლიტრიანი ჭურჭელი სავსეა რძით. საჭიროა რძე გაიყოს ორ თანაბარ ნაწილად, რისთვისაც შესაძლებელია გამოვიყენოთ მხოლოდ რვალიტრიანი და ხუთლიტრიანი ჭურჭლები. როგორ გავაკეთოთ ეს? სითხის გადასხმის რა უმცირესი რაოდენობაა საჭირო?

მოსამზადებელმა ექსპერიმენტმა საშუალება მოგვცა გაგვეკეთებინა შემდეგი დასკვნები:

1. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანების ამოხსნას დაწყებითი კლასების მათემატიკის სწავლების დროს საკმარისი ყურადღება არ ექცევა;

2. ზემოთ აღნიშნულის გამო მოსწავლეთა უმრავლესობა ვერ ფლობს კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანების ამოხსნის იმ ხერხებს, რომელთა გამოყენება ზევრ კონკრეტულ სიტუაციაში ძალზე კარგ შედეგს იძლევა;

3. მოსწავლეთა ის მცირე ნაწილი, რომელებმაც იციან კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანების ამოხსნის წესები, მარტივად ახერხებენ კონკრეტული კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანების ამოხსნას.

4. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანების ამოხსნის ხერხების მიზანმიმართული სწავლების უპირატესობის დასადგენად საჭირო გახდა სასწავლო ექსპერიმენტის ჩატარება.

სასწავლო ექსპერიმენტის მოსამზადებლად საჭირო გახდა პასუხი გაგვეცა ძირითად კითხვებზე:

ა) კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანების ამოხსნის რომელი ხერხების სწავლებაა აუცილებელი?

ბ) სწავლების პროცესში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანების შემცველი რომელი პრაქტიკული ამოცანების განხილვაა მიზანშეწონილი?

გ) როგორ გავაკეთოთ ეს?

პირველ კითხვაზე პასუხის გაცემის მიზნით გავაანალიზეთ კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანების შემცველი მეთოდიკური ლიტერატურა, შევარჩიეთ ჩვენთვის მისაღები კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანების გამოყენებით ამოხსნადი ამოცანათა სისტემები. დავსახეთ პრაქტიკული მუშაობის გეგმა.

მეორე კითხვაზე ასე ვუპასუხეთ: შევარჩიეთ საკითხები, რომელთა განხილვა მიზანშეწონილად ჩავთვალეთ დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში. კომბინატორული და ალბათური ცნებების ფორმირებისათვის მოსწავლეებს მაგალითებისა და სავარჯიშოების განხილვით მიზანშეწონილია შემდეგი ცნებების განხილვა:

1. სიმრავლიდან ყველა შესაძლო წყვილთა რაოდენობის გამოყოფა.

2. გადანაცვლება, წყობა, ჯუფთება და ორი სიმრავლიდან ყველა შესაძლო წყვილების შედგენა.

3. ცდა, ცდათა რიცხვი, ცდის შედეგი, ცდის გამოსავალი, თანაბრად შესაძლებელი, აუცილებელი და შეუძლებელი შედეგები.

4. შემთხვევითი მოვლენა, ალალბედზე შერჩევა, ხელშემწყობი და ყველა შესაძლო შემთხვევები.

5. ალბათობა და მისი გამოთვლა.

6. ალბათობისა და კომბინატორიკის საწყისი ცნებების გამოყენება გეომეტრიული მასალის შესწავლის დროს.

7. გეომეტრიული ალბათობა.

აღნიშნული საკითხები ექსპერიმენტის პროცესში განიხილებოდა გაკვეთილებზე, ფაკულტატურ მეცადინეობებზე, მათემატიკის საგნობრივი წრის მეცადინეობებზე .

მესამე კითხვის პასუხს წარმოადგენს ჩვენ მიერ დისერტაციის I-II თავებში შემოთავაზებული მეთოდიკა .

აღნიშნული მეთოდიკა შემოწმებას გადიოდა გაკვეთილებზე, ფაკულტატურ მეცადინეობებზე, მათემატიკის საგნობრივი წრის მეცადინეობებზე. რამდენჯერმე მოგვიხდა სწავლების მეთოდიკისა და დასმული ამოცანების კორექტირება მათი დახვეწის მიზნით. რის საფუძველზეც სწავლების პროცესი შემუშავებული მეთოდიკით წარიმართა. შევნიშნავთ, რომ კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ყველა ამოცანის პრაქტიკული ამოხსნა, რა თქმა უნდა, არ ხერხდებოდა, მაგრამ აღნიშნული მეთოდები გამოიყენებოდა მთელი სასწავლო წლის მანძილზე. ერთ გაკვეთილზე, მათემატიკის საგნობრივ წრეზე ან ფაკულტატურ მეცადინეობაზე განიხილებოდა არა უმეტეს ერთი საკითხისა, ხოლო მოსწავლეებს საშინაო დავალების სახით ეძლეოდათ ანალოგიური ამოცანა, რომლის ამოხსნა შეიძლებოდა იმავე მეთოდით.

სასწავლო ექსპერიმენტის დროს ვისარგებლეთ ყველა იმ ამოცანით, რომელიც განხილულია დისერტაციაში, მათგან ზოგიერთი განვიხილეთ გაკვეთილზე, მათემატიკის საგნობრივ წრეზე, ფაკულტატურ მეცადინეობაზე. დანარჩენი მოსწავლეებს მივეცით დამოუკიდებელი მუშაობისათვის. გარდა ამისა ,ვსარგებლობდით სხვადასხვა სახელმძღვანელოებითა და კრებულებით, რომლებიც გამოყენებული იყო მოსამზადებელი ექსპერიმენტის ჩატარების დროს.

სასწავლო ექსპერიმენტის ძირითადი მიზანი იყო შემუშავებული მეთოდიკის ეფექტურობის დამტკიცება.

სასწავლო ექსპერიმენტი მიმდინარეობდა სამი სასწავლო წლის (2007-2010 წლები) განმავლობაში ქუთაისის №41 საჯარო სკოლაში, წყალტუბოს №1 საჯარო სკოლაში, ქუთაისის №9 საჯარო სკოლაში, ვანის რაიონის სოფელ ზეინდრის საჯარო სკოლაში, თერჯოლის რაიონის მეტლახის არასრულ საჯარო სკოლაში, ზესტაფონის №5 საჯარო სკოლაში და ზესტაფონის №7 საჯარო სკოლაში.

ექსპერიმენტის დაწყების ყოველი სასწავლო წლის დასაწყისში ვატარებდით პირველ შემოწმებას. ამ შემოწმების დროს მოსწავლეებს უნდა ამოეხსნათ კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანები, დაახლოებით იმ სახის, რაც მოცემული იყო მოსამზადებელი ექსპერიმენტის დროს. საშუალოდ ამ დავალებას სრულყოფილად ასრულებდა მოსწავლეთა 38-40%. მთელი ორი სასწავლო

წლის განმავლობაში მიმდინარეობდა კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანების ამოხსნის ხერხების სწავლება, ხოლო მომდევნო შემოწმებები ტარდებოდა ტრიმესტრების ბოლოს. მოსწავლეთა შედეგები ყოველი მომდევნო შემოწმების დროს სულ უფრო მაღალი იყო. მეხუთე შემოწმების დროს დავალებას სრულყოფილად მოსწავლეთა 90 %-მდე ასრულებდა.

ზემოთ თქმული ადასტურებს ჩვენ მიერ შემუშავებული მეთოდიკის უპირატესობას.

ექსპერიმენტის ჩატარების დროს გარდა ექსპერიმენტში მონაწილე კლასებისა ვაკვირდებოდით საკონტროლოდ შერჩეულ კლასებსაც.

საკონტროლო და ექსპერიმენტული კლასების მოსწავლეთა ცოდნის დონე მათემატიკაში თითქმის ერთნაირი იყო. საშუალო შეფასება შესაბამისად 7,6 და 7,4.

ექსპერიმენტული კლასებისათვის სწავლება მიმდინარეობდა ზემოთ აღწერილი მეთოდიკით, ხოლო საკონტროლოდ შერჩეულ კლასებში კი-ტრადიციული ფორმით.

შემუშავებული მეთოდიკის ეფექტურობის შემოწმებას ვაწარმოებდით ტრიმესტრულ წერებსა და შემაჯამებელ მუშაობაზე მიცემული ამოცანების სახით. თითოეულ სასწავლო დავალებაში მოცემული იყო ერთი საკითხი, რომლის გადაწყვეტა მოითხოვდა კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანის ამოხსნის ხერხის გამოყენებას. ამ ამოცანის გადაწყვეტა შესაძლებელია სხვა ხერხითაც, ოღონდ საჭიროა რთული გამოთვლების ჩატარება.

მოვიყვანოთ კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანების ამოხსნის სტატისტიკური შეფასება ექსპერიმენტული და საკონტროლო კლასების მიერ ექსპერიმენტის ორი სასწავლო წლის განმავლობაში. ცხრილში მოცემულია ხუთი შემოწმების შედეგები. პირველი შემოწმება ითვალისწინებდა მოსწავლეთა საერთო დონის დადგენას, ხოლო დანარჩენი ოთხი-უკვე შემუშავებული მეთოდიკის ათვისების შემოწმებას.

ექსპერიმენტულ და საკონტროლო კლასებზე სტატისტიკურ შეფასებას ვახდენდით ორი ნიშნით:

1. რამდენი მოსწავლე შეეცადა ამოეხსნა კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანა;

2. ამ მოსწავლეებიდან რამდენმა ამოხსნა ამოცანა სწორად.

ექსპერიმენტის შედეგები მოყვანილია პირველ ცხრილში.

ცხრილი 1.

კლასები	ექსპერიმენტული					საკონტროლო				
მოსწავლეთა რაოდენობა	240	240	240	240	240	216	216	216	216	216
ამოხსნა Λ	213	215	219	220	223	171	174	175	179	181
ვერ ამოხსნა	27	25	21	20	17	45	42	41	37	35
ამოხსნა ΛΛ	190	191	192	195	197	132	134	135	139	140
ვერ ამოხსნა	23	24	27	25	26	39	40	40	40	41

იმის გამო, რომ თითოეული ამოცანის ამოხსნის შედეგიდან დიდი განსხვავება არ არის, ამიტომ გადავიდეთ შეფასებათა საშუალოების განხილვაზე.

შედეგები მოყვანილია მეორე ცხრილში.

ამ ორ ნიშანს შორის განსხვავება გამოვთვალეთ χ^2 კრიტერიუმის საშუალებით [75, გვ.96-106].

კრიტერიუმის სტატისტიკის $T_{კრ}$ მნიშვნელობა $\alpha = 0{,}005$ მონაცემის დონისათვის და $\nu = 1$ თავისუფლების ხარისხისათვის *U* ცხრილიდან [75, გვ.130] ტოლია 7,68, ე.ი. $T_{კრ}$=7,68.

T_o ნულოვანი ჰიპოთეზა მდგომარეობს იმაში, რომ შემოწმებული ნიშნით განსხვავება ექსპერიმენტულ და საკონტროლო ჯგუფის მოსწავლეთა შორის შემთხვევითია.

ალტერნატიული T_1 ჰიპოთეზა-არის სტატისტიკური განსხვავება, ე.ი. შემთხვევითი არ არის.

ცხრილი 2.

კლასები	ექსპერიმენტული	საკონტროლო
მოსწავლეთა რაოდენობა	240	216
ამოხსნა	218	176
ვერ ამოხსნა	22	40
ამოხსნა	193	141
ვერ ამოხსნა	25	35

ჩატარებული ექსპერიმენტის $T_ნ$ კრიტერიუმის სტატისტიკური გამოთვლისათვის ვისარგებლეთ ფორმულით:

$$T_б = 2 \cdot \frac{N(O_{11}O_{22} - O_{12}O_{21})^2}{n_1 n_2 (O_{11} + O_{21})(O_{12} + O_{22})} \qquad [75, გვ.96]$$

ამ ფორმულაში შემავალი სიდიდეები აღებულია მე-3 და მე-4 ცხრილებიდან, რომლებიც თავის მხრივ მიღებულია მე-2 ცხრილიდან.

ცხრილი 3.

^ ნიშანი	ექსპერიმენტული	საკონტროლო
ამოხსნა	$O_{11} = 218$	$O_{21} = 176$
ვერ ამოხსნა	$O_{12} = 22$	$O_{22} = 40$
	$O_{11} + O_{12} = n_1 = 240$	$O_{21} + O_{22} = n_2 = 216$

სადაც $n_1 + n_2 = N = 456$

ცხრილი 4.

^ ნიშანი	ექსპერიმენტული	საკონტროლო
ამოხსნა	$O'_{11} = 193$	$O'_{21} = 141$
ვერ ამოხსნა	$O'_{12} = 25$	$O'_{22} = 35$
	$O'_{11} + O'_{12} = n'_1 = 218$	$O'_{21} + O'_{22} = n'_2 = 176$

სადაც $n'_1 + n'_2 = N' = 394$.

მივიღეთ შემდეგი მნიშვნელობები:

პირველი ნიშნისათვის: $T_б = 16{,}92$;

მეორე ნიშნისათვის: $T_б = 10{,}70$;

რადგან ორთავე მნიშვნელობა აღემატება $T_{კრ}$, ამიტომ ორივე ნიშნით გადაწყვეტილების მიღების T_0 ჰიპოთეზა იცვლება ალტერნატიული T_1 ჰიპოთეზით. ე.ი. პირველი და მეორე ნიშნით განსხვავება ექსპერიმენტულ და საკონტროლო ჯგუფებს შორის შემთხვევითი არ არის.

ექსპერიმენტული და საკონტროლო კლასების მოსწავლეები თითქმის ერთნაირ სასწავლო პირობებში იმყოფებოდნენ, სხვაობა იყო მხოლოდ კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკაში, ამიტომ მიღებული განსხვავება შეიძლება ავხსნათ მხოლოდ იმით, რომ ეფექტურია ექსპერიმენტულ კლასებში ჩატარებული სწავლების მეთოდიკა.

კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკის ზემოთ მოყვანილი პედაგოგიური ექსპერიმენტი საშუალებას გვაძლევს გავაკეთოთ შემდეგი დასკვნები:

1. სწავლების მეთოდიკა, რომლის ზოგადი დახასიათება მოცემულია დისერტაციაში შეიძლება გამოყენებულ იქნას დაწყებით კლასებში, როგორც მათემატიკის სწავლების კერძო მეთოდიკა;

2. დაწყებით კლასებში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების ამოხსნის ჩვენ მიერ განხილული ხერხებით სწავლება ხელს უწყობს მოსწავლეებს ზოგადი განათლების მიღებაში, ამაღლებს მათ ინტელექტს;

3. მეთოდიკური თვალსაზრისით მიზანშეწონილია დაწყებით კლასებში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანათა სისტემები დავყოთ მსგავსების ნიშნების მიხედვით. დაყოფის შემდეგ ამოცანები დავალაგოთ სირთულის მიხედვით.

გაკვეთილებზე განვიხილოთ თითოეული ჯგუფის უფრო რთული ამოცანები, ხოლო შედარებით მარტივი ამოცანები მოსწავლეებს მივცეთ დამოუკიდებელი მუშაობისათვის.

მიუღებლად მიგვაჩნია მოსწავლეთათვის სწავლების პროცესში ძალზედ რთული კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანების მიცემა, რადგან ისეთი ამოცანები, რომელთა ამოხსნაც აღემატება მოსწავლეთა გონებრივ შესაძლებლობებს, მათში იწვევს გარკვეული შიშის გრძნობას და საკუთარ შესაძლებლობებში დაეჭვებას.

შემუშავებული მეთოდიკა, რომელიც საშუალებას იძლევა ეფექტური გავხადოთ დაწყებით კლასებში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის მქონე ამოცანათა ამოხსნის ხერხების ქმედითუნარიანობა, მოსწავლეებს განუმტკიცებს საკუთარი თავის რწმენას, აამაღლებს ამოცანების ამოხსნის ინტერესს. ამის დასტური იყო ჩატარებული პედაგოგიური ექსპერიმენტი.

ზოგადი დასკვნები

1. დაწყებითი სკოლის სწავლების პრაქტიკაში მოსწავლეთა მიერ სხვადასხვაგვარი ამოცანების ამოხსნა ცოდნისა და უნარების დაუფლების, გონებრივი შესაძლებლობებისა და პიროვნული თვისებების განვითარების ერთ-ერთ მნიშვნელოვან ფაქტორს წარმოადგენს. დაწყებით კლასებში მათემატიკის სწავლება შეიძლება განვიხილოთ როგორც ამოცანათა ამოხსნის სწავლება, ამიტომ სწავლებაში გამოყენებულ ამოცანათა სისტემებზეა დამოკიდებული მოსწავლეთა გონებრივი განვითარება. ამოცანები, რომლებსაც მათემატიკის ტრადიციული სასწავლო სახელმძღვანელოები შეიცავს განსაზღვრული ჩვევების ჩამოყალიბებაზეა ორიენტირებული. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის შემთხვევაში მოსწავლეებს სხვადასხვა სააზროვნო ოპერაციების შესრულება, მათთვის ცნობილი დებულებების გახსენება, ამოცანათა ამოხსნის საკუთარი გამოცდილების აქტუალიზება და ახალი ცოდნით შევსება უხდება.

კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის სწავლების პროცესი მდიდარ პედაგოგიურ გარემოს ქმნის, რომელსაც თითოეული მოსწავლის პიროვნულ თვისებებზე (მათემატიკური კულტურის, აზროვნების ხარისხის ფორმირებაზე) ზემოქმედება შეუძლია. ასეთ ამოცანებს ემოციური მომენტი შეაქვთ მოსწავლეთა გონებრივ საქმიანობაში. ამგვარად, აღნიშნულ ამოცანებთან მოსწავლეთა ურთიერთობის გამოცდილება დიდად წაადგება მათემატიკის შესწავლისადმი ინტერესის გაჩენასა და ზოგადი სასწავლო უნარების ათვისებას, რაც უზრუნველყოფს სწავლების მოტივაციური და ოპერაციული სფეროების დამკვიდრებასა და განვითარებას.

2. გამოცდილება ადასტურებს, რომ ამოცანათა ფუნქციები (სასწავლო, განმავითარებელი, აღმზრდელობითი) წარმატებით ხორციელდება მხოლოდ მაშინ, როცა მოსწავლეს შეთავაზებული ამოცანის ამოხსნის ინტერესი და მოთხოვნილება უჩნდება. ეს მაშინ ხდება, როცა მისთვის ამოცანის არსი გასაგებია. როცა ამოცანა ორიგინალურია შინაარსობრივი ან ამოხსნის ხერხის გამოყენების

თვალსაზრისით, როცა მოსწავლეს შესაძლებლობა აქვს თავისუფლად იფიქროს, გამოავლინოს შემოქმედებითი უნარი, გააკეთოს დასკვნები, განზოგადება; როცა ის გრძნობს თავისი შრომის სარგებლიანობას; როცა მასწავლებელი ახალისებს მოსწავლეთა მხრიდან ლამაზი, რაციონალური ამოხსნების ძიების მცდელობას და მუდმივად არჩევს და ესთეტიკურ შეფასებებს აძლევს მათ მიერ გამოყენებული ამოხსნის ხერხებს. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნისადმი ინტერესის ჩამოყალიბების შემდეგ შესაძლებელია თვით შესასწავლი საგნისადმი ინტერესის აღძვრა. ასეთი საქმიანობით დაინტერესება ხელს უწყობს: მოსწავლეთა გონებრივ განვითარებას; შრომისმოყვარეობის, ხარისხისა და ცოდნის სიმტკიცის ამაღლებას; სააზროვნო საქმიანობის აქტივიზებას; ყურადღების მობილიზებას; თვალთახედვის არის გაფართოებას; მოსწავლის ხასიათის თვისებების ფორმირებას.

3. კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის პროცესში წარმოქმნილი დადებითი მოტივაცია სასიკეთო გავლენას ახდენს მოსწავლეთა სასწავლო და შემეცნებითი წესებისა და ხერხების ფორმირებაზე.

სასწავლო უნარებში, რომლებიც სპეციფიკურნი არიან მათემატიკისათვის, ვგულისხმობთ ამოცანების ამოხსნის უნარებს. ასეთი უნარებისათვის დამახასიათებელია უნივერსალურობა და საქმიანობის სხვა სფეროებში გადატანის შესაძლებლობა. ჩვენ გამოვყოფთ კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნისათვის აუცილებელი უნარების ოთხ ჯგუფს. მათ რიცხვს მიეკუთვნება ამოცანის პირობის გაცნობიერებასა და ანალიზთან დაკავშირებული უნარები, ამოცანის ამოხსნის ხერხების (არითმეტიკული, ანალიზური, გრაფიკული) ვარიაციულობის დანახვის და მოხერხებული ფორმით: მოქმედებებით, გრაფის სახით, ცხრილებით, სქემატური ნახაზით და ა.შ. მისი ჩაწერის პრაქტიკულად განხორციელების უნარი; შემოწმების შესრულების უნარი, გამოკვლევის უნარი და სხვ.

ამოცანათა ამოხსნა არის მოსწავლეთა ცოდნის ათვისების, ჩვევების, მათემატიკური მეთოდებისა და ხერხების დაუფლების ყველაზე ეფექტური

საშუალება. ამიტომ, სკოლაში, მათემატიკური ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკა პედაგოგიკური ინტერესის ცენტრში იმყოფება.

4. დაწყებით კლასებში კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნისას მასწავლებელმა უნდა გააღვივოს მოსწავლეთა ინტერესი ამ ტიპის ამოცანების ამოსახსნელად და მომავალ მუშაობას დადებითი ემოციური შეფერილობა მისცეს. მოსწავლეებმა უნდა შეძლონ ამოცანის პირობის გაანალიზება, ცნობილი და უცნობი კომპონენტების გამოვლენა, ამოცანის მთავარი კითხვის გააზრება და ამოცანის შინაარსი შეუფარდონ მათ განკარგულებაში არსებულ ცოდნასა და გამოცდილებას და ამის საფუძველზე გამოთქვან ვარაუდები მისი ამოხსნის შესაძლო მიმართულებების ძიების თაობაზე. უნდა მოხდეს ამოხსნის ყოველი ეტაპის მართებულობის კრიტიკული გააზრება, მიღებული შედეგის სისწორის შემოწმების შესრულება, რადაგან შემოწმების მსვლელობამ შესაძლოა უფრო მოკლე, ლამაზი და რაციონალური ამოხსნის მიმართულებები გვიკარნახოს.

მოსწავლეთათვის მათემატიკის სწავლება სხვადასხვა გზით შეიძლება. ცოდნისა და მოქმედებათა წესების გადაცემის საფუძველზე მოსწავლე შეიძლება შევაიარაღოთ ამოცანათა ამოხსნის ზოგადი ალგორითმებით და მუდმივად შევამოწმოთ მისი აზროვნების დინამიკა ამ ალგორითმების შესაბამისობის გარკვევაზე. შესაძლოა სხვაგვარი მიდგომაც: ბავშვებს ვასწავლოთ საკუთარი შეფერხებების შეფასება, როგორც საკუთარ შესაძლებლობებთან მათი მიმართების საბაბი. ასეთ შემთხვევაში, მასწავლებლის მცდელობა მიმართული უნდა იყოს მოსწავლეთა ინდივიდუალური გამოცდილების გამდიდრებისა და ცოდნის აქტუალიზების პირობების უზრუნველსაყოფად ინტელექტუალური თვისებების ფორმირების მიზნით. მათ შორის ისეთების, როგორებიცაა: ცნობისმოყვარეობა და პასუხისმგებლობა, ინიციატივა და შრომისმოყვარეობა.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. ა.ბარკალაია-ალბათობის თეორიის ელემენტები საშუალო სკოლაში. ჟურნალი „ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში“, თბილისი, 1970 წ. №1.
2. გ.ბერძულიშვილი, გ.ჩაჩანიძე, თ.დოგრაშვილი-ელემენტარულ სკოლაში ალბათობის თეორიის პროპედევტიკული კურსის ზოგიერთი ასპექტის შესახებ. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტისა და საქართველოს განათლების მეცნიერებათა აკადემიის ერთობლივი სამეცნიერო კონფერენციის „სწავლებისა და აღზრდის აქტუალური პრობლემები“ შრომები. ქუთაისი. 2007 წელი. გვ. 65-68.
3. გ.ბერძულიშვილი, თ.დოგრაშვილი, შ.ლომთაძე-ალბათობის თეორიის პროპედევტიკა ელემენტარული სკოლის მათემატიკის კურსში. ქუთაისის აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის შრომები, ტ. 3 (37), 2005 წელი. პედაგოგიკისა და სწავლების მეთოდიკათა სერია. გვ. 76-83.
4. გ.ბერძულიშვილი-გეომეტრიული მეთოდის გამოყენება ალბათობათა თეორიის ზოგიერთი ამოცანის ამოხსნის დროს. პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“, №2, თბილისი, 1998 წელი, გვ.93-97.
5. გ.გოგიშვილი, თ.ვეფხვაძე, ი.მებონია, ლ.ქურჩიშვილი-მათემატიკა V კლასის სახელმძღვანელო. გამომცემლობა „ინტელექტი“, თბილისი,2005 წ.
6. გ.გოგიშვილი, თ.ვეფხვაძე, ი მებონია, ლ.ქურჩიშვილი-მათემატიკა VI კლასის სახელმძღვანელო. გამომცემლობა „ინტელექტი“, თბილისი,2005 წ.
7. ა.დოგრაშვილი, ქ.ზვიადაძე, ნ.ბოჭორიშვილი-მათემატიკა I კლასის სახელმძღვანელო. გამომცემლობა „ინტელექტი“, თბილისი, 2002 წელი.
8. ა.დოგრაშვილი, ქ.ზვიადაძე, ნ.ბოჭორიშვილი-მათემატიკა II კლასის სახელმძღვანელო. გამომცემლობა „ინტელექტი“, თბილისი, 2003 წელი.
9. ა.დოგრაშვილი-მათემატიკა. პედაგოგიური ფაკულტეტის დაწყებითი განათლების პედაგოგიკისა და მეთოდიკის სტუდენტებისათვის. გამომცემლობა „ცის ნამი“, თბილისი, 1998 წელი.
10. ა.დოგრაშვილი-დაწყებითი მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა. გამომცემლობა „ცის ნამი“, თბილისი, 1996 წელი.
11. ა.დოგრაშვილი-ალბათობის თეორიის ელემენტები საშუალო სკოლაში. ჟურნალი „ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში“, თბილისი, 1974 წ. №1.

12. ა.დოგრაშვილი-ალბათობის ამოცანების ამოხსნა კომბინატორიკის გამოყენებით. ჟურნალი „ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში“, თბილისი, 1973 წ. №3.

13. ა. დოგრაშვილი-ალბათობისა და კომბინატორიკის საწყისი ცნებების გაცნობა IV კლასში. ჟურნალი „ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში“, თბილისი, 1974 წ. №2.

14. ა.დოგრაშვილი-ალბათობის და კომბინატორიკის საწყისი ცნებების გამოყენება გეომეტრიული ამოცანების ამოხსნის დროს რვაწლიანი სკოლაში. ჟურნალი „ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში“, თბილისი, 1974 წ. №3.

15. ა. დოგრაშვილი-კომბინატორული ამოცანები დაწყებით კლასებში. ჟურნალი „დაწყებითი სკოლა“, თბილისი, 1974 წ. №3.

16. შ. ებრალიძე,ქ. მანჯგალაძე, გ. ნოზაძე, მ. ტყებუჩავა, ბ. ხარაძე-რას გვიმალავენ მონაცემები?. ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის სასკოლო სახელმძღვანელო VII-IX კლასებისათვის. I ნაწილი. თბილისი, გამომცემლობა „დიოგენე“. 2002 წელი

17. ეროვნული სასწავლო გეგმა ზოგადსაგანმანათლებლო სკოლებისათვის. თბილისი, 2004 წელი.

18. ეროვნული სასწავლო გეგმა, საგნობრივი პროგრამა მათემატიკაში I-VI კლასები. თბილისი, 2004 წელი.

19. ნ.ვასაძე - პედაგოგიკა, გამომცემლობა „განათლება“, თბილისი 2000 წელი.

20. ზ. ვახანია-სასკოლო მათემატიკის სწავლების აქტიური მზაობის მეთოდიკა. ავტორეფერატი პედაგოგიკის მეცნიერებათა დოქტორის სამეცნიერო ხარისხის მოსაპოვებლად. თბილისი. 1999წ. 36 გვ.

21. ზ. ვახანია-საყმაწვილო მათემატიკა 1. „ჯისიაი“, თბილისი, 2002 წ.

22. ზ.ვახანია-საყმაწვილო მათემატიკა 2. „ჯისიაი“, თბილისი, 2001 წ.

23. ზ. ვახანია-საყმაწვილო მათემატიკა 3. „ჯისიაი“, თბილისი, 2005 წ.

24. ზ. ვახანია-საყმაწვილო მათემატიკა 4. „ჯისიაი“, თბილისი, 2007 წ.

25. ზ. ვახანია-საყმაწვილო მათემატიკა 5. „ჯისიაი“, თბილისი, 2008 წ.

26. ზ. ვახანია-საყმაწვილო მათემატიკა 6. „ჯისიაი“, თბილისი, 2007 წ.

27. ვილენკინი, კ. ნეშკოვი და სხვ.-მათემატიკა IV. თბილისი, „პედაგოგიკა“, 1972 წ.

28. ვილენკინი, კ. ნეშკოვი და სხვ.-მათემატიკა IV კლასში მასწავლებელთა დასახმარებლად. თბილისი, „პედაგოგიკა“, 1972 წ.

29. ვილენკინი, კ. ნეშკოვი და სხვ.-მათემატიკა V. თბილისი, „პედაგოგიკა“, 1971 წ.

30. ვილენკინი, კ. ნეშკოვი და სხვ.-მათემატიკა V კლასში მასწავლებელთა დასახმარებლად. თბილისი, „პედაგოგიკა“, 1972 წ.

31. რ.თავართქილაძე-სიმრავლურ-ლოგიკური ენა და მისი გამოყენება მათემატი-კის სასკოლო კურსის სწავლებაში. ჟურნალი „ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში“, თბილისი, 1972 წ. №2.

32. გ.თავზიშვილი-რჩეული პედაგოგიური თხზულებანი. ტ.3. გამომცემლობა „განათლება“, თბილისი. 1978 წელი.

33. შ.იაშვილი, შ.ზაკურაძე-მათემატიკა I კლასისათვის. თბილისი, „პედაგოგიკა“, 1971 წელი

34. შ.იაშვილი, შ.ზაკურაძე-მათემატიკა II კლასისათვის. თბილისი, „პედაგოგიკა“, 1972 წ.

35. შ.იაშვილი, შ.ზაკურაძე-მათემატიკა III კლასისათვის. თბილისი, „პედაგოგიკა“, 1973 წ.

36. ნ.იმედაძე-მოსწავლეთა ემოციური აღზრდის ფსიქოლოგიური საკითხები. პედაგოგიური ფსიქოლოგია. ტ.II. შ.ჩხარტიშვილის რედაქციით. თბილისი 1999 წ.

37. ზ.კერძევაძე-მათემატიკის დიდაქტიკური სავარჯიშოები დაწყებითი კლასებისათვის. (მასწავლებელთა დასახმარებლად). გამომცემლობა „განათლება“ თბილისი 1999 წელი.

38. ქ. მანჯგალაძე, გ. ნოზაძე, მ. ტყებუჩავა, ზ. ხარაძე-მოვიდა ლუწი, მოვიდა კენტი... სარწმუნო ცნობები შემთხვევითობის შესახებ. ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის სასკოლო სახელმძღვანელო VII-IX კლასებისათვის. II ნაწილი. თბილისი, გამომცემლობა „დიოგენე“. 2003 წელი.

39. თ.მორალიშვილი, გ.ონიანი, გ.ჯინჯიხაძე-სასწავლო საქმიანობის სუბიექტის ფორმირება დაწყებით და საბაზო სკოლაში არასტანდარტული ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეშვეობით. თბილისი, გამომცემლობა „უნივერსალი“, თბილისი, 2008 წელი.

40. რ.ნათაძე - ზოგადი ფსიქოლოგია, 1956.

41. გ.ნოზაძე-ალბათობის თეორიისა და მათემატიკური სტატისტიკის საწყისების სწავლება სკოლაში. თბილისი, გამომცემლობა „დიოგენე“. 2003 წელი

42. გ.ნოზაძე, მ.ოჩხიკიძე-მათემატიკის სახელმძღვანელოებისათვის სავარჯიშოთა შერჩევის კრიტერიუმები. ჟურნალი „ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში“, №117, გვ. 59-62.

43. ე. ნურკი, ა. ტელგმაა-მათემატიკა V კლასის სახელმძღვანელო. გამომცემლობა „განათლება“, თბილისი, 2006 წ.

44. ე. ნურკი, ა. ტელგმაა-მათემატიკა VI კლასის სახელმძღვანელო. გამომცემლობა „საქართველოს მაცნე“, თბილისი, 2008 წ.

45. ნ.ონიანი, გ.ბერძულიშვილი-ალბათობის თეორიის პროპედევტიკული კურსის სწავლების მეთოდიკური თავისებურებანი დაწყებით კლასებში. პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“, №3(35), თბილისი, 2009 წელი, გვ. 185-187.

46. ნ. ონიანი, გ. ბერძულიშვილი-კომბინატორულ-ალბათური მიმართულება და მისი კავშირი სხვა ძირითად თეორიულ-მეთოდურ მიმართულებებთან დაწყებითი კლასების მათემატიკის კურსში. პერიოდული საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“, №3(35), თბილისი, 2009 წელი, გვ. 188-190.

47. ნ. ონიანი, გ. ბერძულიშვიილი, ბ. ბაკურაძე - კომბინატორული და ალბათური შინაარსის ამოცანების ამოხსნის ეტაპები მათემატიკის კურსში. საერთაშორისო პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. თბილისი. 2010 წელი. №1(36). გვ.

48. ნ. ონიანი, გ. ბერძულიშვიილი, ბ. ბაკურაძე-კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკური თავისებურე-ბები მათემატიკის სასკოლო კურსში (I ნაწილი). საერთაშორისო პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. თბილისი. 2010 წელი. №1(36). გვ.

49. ნ. ონიანი, გ. ბერძულიშვიილი, ბ. ბაკურაძე-კომბინატორული და ალბათური შინაარსის შემცველი ამოცანების ამოხსნის სწავლების მეთოდიკური თავისებურე-ბები მათემატიკის სასკოლო კურსში (II ნაწილი). საერთაშორისო პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“. თბილისი. 2010 წელი. №1(36). გვ.

50. ი.რუხაძე-უმცროსკლასელთა ზოგადინტელექტუალური უნარ-ჩვევების ფორმირება მათემატიკის სწავლებისას. თბილისი, „პედაგოგიკა“, 2001 წ.

51. ი.რუხაძე-მათემატიკა I კლასის სახელმძღვანელო. თბილისი, გამომცემლობა „პედაგოგიკა“, 2006 წ.

52. ი.რუხაძე-მათემატიკა II კლასის სახელმძღვანელო. თბილისი, გამომცემლობა „პედაგოგიკა“, 2007 წ.

53. ი.რუხაძე-მათემატიკა III კლასის სახელმძღვანელო. თბილისი, გამომცემლობა „პედაგოგიკა“, 2008 წ.

54. ი.რუხაძე-მათემატიკა IV კლასის სახელმძღვანელო. თბილისი, გამომცემლობა „პედაგოგიკა“, 2009 წ.

55. დ. უზნაძე - ზოგადი ფსიქოლოგია ტ. 3-4. თბილისი. 1998წ.

56. დ.უზნაძე - ბავშვის ფსიქოლოგია. გამომცემლობა „განათლება“, თბილისი. 1999 წელი.

57. ა.ფარჯანაძე-მათემატიკის სწავლების ახალი მეთოდებისა და ხერხების შესახებ. ჟურნალი „ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში“, თბილისი, 1975 წ. №2.

58. ა.ფრანგიშვილი-სწავლის ფსიქოლოგიის საკითხები. თბილისი. გამომცემლობა „განათლება“, 1969.

59. ვ.ქელბაქიანი-მათემატიკის ადა ფილოსოფიის მეცნიერული კავშირის ზოგიერთი საკითხი. თბილისი. 1998წ.

60. ვ.ქელბაქიანი, გ.ბერძულიშვილი-საშუალო მნიშვნელობის ცნების გამოყენება. პერიოდული სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი“, №2, თბილისი, 1998 წელი, გვ.112-118.

61. ა.ჩიქობავა-ზოგადი ენათმეცნიერება. ტ.2. ძირითადი პრობლემა. თბილისი, 1945 წ.

62. ი.ჩხიკვაძე-განმავითარებელი სწავლების სისტემაში დაწყებითი კლასები-სათვის ტექსტური ამოცანების შედგენისა და გამოყენების დიდაქტიკური ასპექტები. აკაკი წერეთლის სახელმწიფო უნივერსიტეტის გამომცემლობა. ქუთაისი, 2009 წელი.

63. ნ. ხადური-სიმრავლეთა თეორიის ელემენტების გამოყენება გეომეტრიული მასალის სწავლებისას. ჟურნალი „ფიზიკა და მათემატიკა სკოლაში“, თბილისი, 1973 წ. №1.

64. ჯ.ჯინჯიხაძე-დაწყებით სკოლაში მათემატიკის სწავლების მეთოდიკა. გამომცემლობა „განათლება“, თბილისი 1990 წელი. 550 გვ.

65. ჯ.ჯინჯიხაძე-მათემატიკის დაწყებითი კურსის სწავლების მეთოდიკა. გამომცემლობა „ინტელექტი“, თბილისი 2005 წელი. 47 გვ.

66. ჯ.ჯინჯიხაძე-მათემატიკა. პედაგოგიური ფაკულტეტის დაწყებითი განათლე-ბის პედაგოგიკისა და მეთოდიკის სტუდენტებისათვის.. გამომცემლობა „განათლე-ბა“, თბილისი, 1993 წელი.

67. ჯ.ჯინჯიხაძე-მათემატიკის დაწყებითი კურსის თეორიული საფუძვლები. გამომცემლობა „ინტელექტი“, თბილისი 2005 წელი. 51 გვ.

68. Бажанов М.А.-Из опита преподавания элементов теории вероятностей. "Математика в школе". 1969 г. №2.

69. Боев Г.П.-Элементы теорий вероятностей в школе."Математика в школе".1986г. №1.

70. Варга Т.-Логика и теория вероятностей в младших классах средней школы. "Математика в школе". 1973 г. №3.

71. Виленкин Н.Я. - Комбинаторика. "Наука и жизнь", 1998 г. №6.

72. Гнеденко Б.В.-О методах комбинаторики и теории вероятностей и математической статистике. "Математика в школе". 1966 г. №5.

73. Гнеденко Б.В., Журбенко И.Г.-Теория вероятностей и комбинаторики. "Математика в школе". 1968 г. №3.

74. Гнеденко Б.В. - Обзор статей, посвященных факултативному курсу теорий вероятности. "Математика в школе". 1972 г. №2.

75. Грабарь М.И., Краснянская К.А. - Применения математической статистики в педагогических исследованиях. Непараметрические методы. Москва. Педагогика. 1977. 136 с.

76. Громов А.П., Громов В.А. - Комбинаторные принципы и операция над множествами. "Математика в школе". 1975 г. №2.

77. Дорофеев Г.В., Розов Н.Х. - Как надщ рассжуждать. Москва. "Наука и жизнь". 1998б 2-125. 30 с.

78. Истомина Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах. – М.: ЛИНКА_ПРЕСС, 1997. – 288с.

79. Иззард, Каррел Е. - Эмоции человека. Под ред. А.Я. Гозмана, М.С. Егоровой., 1994г.

80. Клапаред Э. - Как определить умственные способности школьников. Под ред. проф. Ф.Г. Оршанского. М-Л. 1992г.

81. Колмогоров А.Н. - Введение в теорию вероятностей и комбинаторику. "Математика в школе". 1968 г. №2.

82. Колмогоров А.Н. - Элементи комбинаторики. "Математика в школе". 1975 г. №2.

83. Левин А.А. - Процесс воспитания познавательных интерессов старшекласников. Москва. "Просвещение". 1999 г. 345 с.

84. Методика преподования математики в средней школе: Общая методика. Учебное пособие для ст-ов физ.-мат. фак-ов пед. инст. / В.А. Оганесян, Ю.М. Колягин и др. – 4-е изд. – М.: Просвещение, 1998. – 368с.

85. Моро М.И., Пышкало А.М. Методика обучения математике в 1-3 классах. Пособие для учителя. Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.; Просвещение, 1978. – 336с.,

86. Педагогика: педагогические теории, системы, технология: Учебное пособие для ст-ов ср. пед. уч. зав. / Под ред. С.А. Смирнова. – 2-е изд. испр. и доп. – М.: Академия, 1999. 544с.

87. Журбенко И.Г, - Из опита преподавания факультативных занятий по теорий вероятностей. "Математика в школе". 1972 г. №2.

88. Рубинштеин С.М. - Основы общей психологиию Москва-Ленинград. изд. "Педагогика". 1960 г. 525 с.

89. Рибников К.А. - О комбинаторных методах современной математики. "Математика в школе". 1966 г. №4.

90. Столяр А.А. - Педагогика математики. Минск. "Высшая школа", 1986. 413 с.

91. Шихова А,П, - Комбинаторные задачи в IV-VI классах. "Математика в школе". 1968 г. №6.

92. Юдиной И.В.- О факультативных занятиях в восмилетной школе. "Математика в школе". 1971 г. №1.

93. Якуба Э.Г.-Из опита преподавания математики в IV-V классах. Москва., "Педагогика", 1998 г.

დანართი

დაწყებითი კლასებისათვის კომბინატორული და ალბათური შინაარსის სავარჯიშოები და ამოცანები

1. რამდენნაირად შეიძლება აიღოს მოსწავლემ ავტობუსის ბილეთი, თუ მისი ღირებულება არის 20 თეთრი?

2. რამდენნაირად შეიძლება მოსწავლემ გადაიხადოს სამარშუტო ავტობუსის ბილეთის ღირებულება თუ მას აქვს 2 ცალი 10 თეთრიანი, 1 ცალი 20 თეთრიანი, 3 ცალი 5 თეთრიანი და 6 ცალი ორთეთრიანი, თუ ბილეთის ღირებულებაა 30 თეთრი?

3. დაწერეთ ყველა სამნიშნა რიცხვი ციფრებით 1, 3 და 9 ისე, რომ რიცხვში ციფრი არ განმეორდეს.

4. დაწერეთ ყველა ოთხნიშნა რიცხვი ციფრებით 2, 5, 0 და 8, ისე რომ რიცხვში ციფრი არ განმეორდეს.

5. ისარგებლეთ ციფრებით 2, 4, 8 და დაწერეთ ყველა ორნიშნა რიცხვი, ისე რომ რიცხვში ციფრი არ განმეორდეს.

6. დაწერეთ ფიგურული ფრჩხილების გამოყენებით სიმრავლე იმ ოთხნიშნა რიცხვებისა, რომელთა ჩასაწერად გამოიყენება მხოლოდ ციფრები 5 და 0.

7. რამდენი სამნიშნა რიცხვის ჩაწერა შეიძლება ციფრებით 4 და 2.

8. რამდენნაირად შეიძლება წრფეზე მოვნიშნოთ სამი A, B, C წერტილი.

9. რამდენი წრფე შეიძლება გავავლოთ სამ A, B, C წერტილზე თუ წერტილებს შევაერთებთ წყვილ-წყვილად.

10. A ქალაქიდან B ქალაქში მიდის სამი გზა. B ქალაქიდან C ქალაქში ორი გზა. რამდენი სხვადასხვა გზით შეიძლება ჩავიდეს A ქალაქიდან C ქალაქში მგზავრი B ქალაქზე გავლით?

11. მთის მწვერვალზე ადის ორი გზა, რამდენნაირად შეიძლება მთამსვლელი ავიდეს და ჩამოვიდეს მთაზე?

12. ციფრებისაგან 1, 3, 5, 7 შეადგინეთ ყველა შესაძლო ორნიშნა ნომრები ველოსიპედისათვის.

13. რამდენი ორნიშნა ტელეფონის ნომერი შეიძლება შევადგინოთ რიცხვებისაგან 0, 1, 2?

14. შეადგინეთ იმ ორნიშნა რიცხვების სიმრავლე, რომელთა ჩასაწერად გამოიყენება ციფრები 2, 5 და 8.

15. რომელი სამნიშნა რიცხვების დაწერა შეიძლება 1, 3 და 9 ციფრების საშუალებით ისე, რომ რიცხვში არ იყოს ერთნაირი ციფრები.

16. შეადგინეთ სიმრავლე ყველა იმ ორნიშნა რიცხვებისა, რომლებიც შეიძლება დაიწეროს ციფრებით 1, 2, 3, 4 ისე, რომ რიცხვში ციფრები არ განმეორდეს.

17. რამდენი წრფის გავლება შეიძლება ოთხ წერტილზე, თუ არც ერთი სამი მათგანი ერთ წრფეზე არ მდებარეობს.

18. თბილისიდან თელავში მიდის სამი გზა, თელავიდან ყვარელში ოთხი გზა. რამდენნაირად შეიძლება მგზავრი ჩავიდეს თბილისიდან ყვარელში თელავზე გავლით?

19. გვაქვს სამი ჭურჭელი: 8 ლიტრიანი, 5 ლიტრიანი და 3 ლიტრიანი. პირველი ჭურჭელი ავსებულია ზეთით, დანარჩენები კი ცარიელია. როგორ უნდა გავცეთ ამ ჭურჭლების საშუალებით 4 ლიტრი ზეთი?

20. რამდენ სხივს განსაზღვრავს წრფეზე ერთი წერტილი, ორი წერტილი, სამი წერტილი, n წერტილი?

21. რამდენ სამკუთხედად დაიყოფა ამოზნექილი ოთხკუთხედი, ხუთკუთხედი, n კუთხედი, ყველა დიაგონალით, რომელიც შეიძლება გავავლოთ ერთი წვეროდან.

22. $\{2, 3, 5\}$ სიმრავლის ელემენტი არის თუ არა $3x+5=14$ განტოლების ამონახსნი?

23. რომელი ციფრით მთავრდება 7-დან 22-მდე ყველა ნატურალური რიცხვების ნამრავლი?

24. $\{25, 27, 28, 29, 30\}$ სიმრავლის რომელი ელემენტებია შემდეგი უტოლობის ამონახსნი?

$$20 < x \leq 29.$$

25. დაწერეთ უმცირესი ათნიშნა რიცხვი, რომელშიც ყველა ციფრი განსხვავებულია.

26. დაწერეთ უდიდესი ათნიშნა რიცხვი, რომელშიც ყველა ციფრი განსხვავებულია.

27. რამდენი წყვილის შედგენა შეიძლება A და B ორი სიმრავლის ელემენტებისაგან ისე, რომ ყოველ წყვილში პირველ ადგილზე იყოს A სიმრავლის ელემენტი, ხოლო მეორე ადგილზე B სიმრავლის ელემენტი.

ა) $A=\{2\}$ და $B=\{3\}$;

ბ) $A=\{2\}$ და $B=\{3,4\}$;

გ) $A=\{2,3\}$ და $B=\{4,5,6\}$.

28. ნახაზზე გამოსახულია ჭადრაკის დაფა. დაფის რა ნაწილს შეადგენს

ა) უჯრების ერთი რიგი;

ბ) უჯრების ორი რიგი;

გ) უჯრების ოთხი რიგი;

დ) ერთი უჯრა?

29. ყუთში არის ორი თეთრი და ორი მწვანე კუბი. ყუთში ჩაუხედავად ვიღებთ სამ კუბს, რამდენი კუბი შეიძლება იყოს ამოღებულთა წორის თეთრი და მწვანე (განიხილეთ ყველა შემთხვევა).

30. ჯგუფში 55+-ს შეადგენენ ვაჟები, რამდენ პროცენტს შეადგენენ გოგონები? რამდენი გოგონაა, თუ ჯგუფში 40 მოსწავლეა. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული მოსწავლე იქნება გოგონა?

31. ყუთში არის 3 წითელი და 2 შავი ბირთვი. ალალბედზე ვიღებთ სამ ბირთვს. რამდენი შემთხვევა უწყობს ხელს შედეგს

ა) ამოღებულთა შორის იქნება ერთი მაინც წითელი ბირთვი;

ბ) მხოლოდ ერთი წითელი ბირთვი;

გ) ორი მაინც წითელი ბირთვი;

დ) მხოლოდ ორი წითელი ბირთვი;

ე) სამი წითელი ბირთვი.

32. ყუთში არის ერთი თეთრი და ორი წითელი ბირთვი. ალალბედზე ვიღებთ ერთ ბირთვს. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ამოღებული ბირთვი იქნება წითელი?

33. მართკუთხა პარალელეპიპედის მოცულობა უდრის 13 კუბურ სანტიმეტრს. რას უდრის მისი სიგრძე, სიგანე და სიმაღლე, თუ ისინი ნატურალური რიცხვებია.

34. მდინარეში თბომავალმა 2 საათის განმავლობაში 70 კმ გაიარა, 3 საათის განმავლობაში ტბაზე კი 90 კმ. რა საშუალო სიჩქარით გაიარა მან მთელი გზა?

35. ლაბორატორიაში ჩაატარეს ცდა, კოღოების ოთახში შეუშვეს ღამურა, რომლის წონაც 3,9 გრამია. 15 წუთში ღამურას წონა 10+-ით გაიზარდა. კოღოს საშუალო წონა 0,002 გრამია. რამდენი კოღო შეუჭამია ღამურას სულ? რამდენი კოღო შეუჭამია ღამურას საშუალოდ 1 წუთში?

36. მოცემულია სამი A, B და C წერტილი. ყოველი ორი მათგანი შეერთებულია მონაკვეთებით. რამდენი მონაკვეთი მიიღება?

37. მართკუთხა პარალელეპიპედი, რომლის სიგრძეა 4 სმ, სიგანე 3 სმ და სიმაღლე 2 სმ, შეღებეს ყველა მხრიდან და შემდეგ დაჭრეს 1 კუბიკურ სანტიმეტრებად, რამდენი კუბი მიიღება, რომელსაც შეღებილი ექნებათ ერთი წახნაგი, ორი წახნაგი, სამი წახნაგი? რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეულ კუბს ექნება შეღებილი ერთი წახნაგი, ორი წახნაგი, სამი წახნაგი?

38. რა შემთხვევაში არის ორი რიცხვის ნამრავლი თითოეული მათგანის ტოლი?

39. დახაზეთ 3 სმ რადიუსის მქონე წრეწირი, მიღებული წრე დაყავით 8 ტოლ ნაწილად. მწვანედ გააფერადეთ ერთ-ერთი ნაწილი, წითლად კი სამი ნაწილი. წრის რა ნაწილია მწვანე? წითელი? მწვანე და წითელი? რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული წერტილი მოხვდება:

ა) მწვანედ გაფერადებულ ნაწილში;

ბ) წითლად გაფერადებულ ნაწილში;

Ս) მწვანედ ან წითლად გაფერადებულ ნაწილში.

40. ჩაწერეთ სიმრავლე იმ წესიერი წილადებისა, რომელთა მრიცხველისა და მნიშვნელის ჯამი უდრის 5-ს.

41. კვადრატი გავყოთ ოთხ ტოლ ნაწილად. ერთი ნაწილი დავშტრიხოთ. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული კვადრატის წერტილი მოხვდება დაშტრიხულ ნაწილში.

42. შეიძლება თუ არა ორი რიცხვის ნამრავლი ნაკლები იყოს ერთ-ერთ მათგანზე?

43. სიმრავლიდან $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ გამოყავით

ა) კენტი რიცხვების სიმრავლე;

ბ) ლუწი რიცხვების სიმრავლე;

გ) ერთნიშნა რიცხვების სიმრავლე;

დ) ორნიშნა რიცხვების სიმრავლე;

ე) რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული რიცხვი იქნება: კენტი, ლუწი, ერთნიშნა რიცხვი, ორნიშნა რიცხვი?

44. შეადგინეთ სიმრავლე იმ ორნიშნა რიცხვებისა, რომლის ჩაწერა შეიძლება ციფრებით 4, 5, 7, 8. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული ორნიშნა რიცხვში ციფრთა ჯამი იქნება 12-ის ტოლი?

45. რამდენი ქვესიმრავლე აქვს შემდეგ სიმრავლეებს

$$ა)\ \{1, 2, 3\}, \qquad ბ)\ \{4, 5, 6, 7\}.$$

46. ვთქვათ $\{0, 1, 2\}$ არის x ცვლადის მნიშვნელობათა სიმრავლე, ხოლო $\{0, 2\}$- y ცვლადის მნიშვნელობათა სიმრავლე. შეადგინეთ ყველა (x, y) წყვილები და შეადარეთ ამ გამოსახულებათა შესაბამისი რიცხვითი მნიშვნელობები

$$x + y \text{ და } xy.$$

47. ვთქვათ $\{5, 7, 8\}$ არის x ცვლადის მნიშვნელობათა სიმრავლე, ხოლო $\{9, 4, 6, 2\}$- y ცვლადის მნიშვნელობათა სიმრავლე. რამდენი (x, y) სახის წყვილის შედგენა შეიძლება სულ და რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეულ წყვილში $x + y$ ჯამი იქნება მუდმივი?

48. იპოვეთ x ცვლადის ერთი მაინც მნიშვნელობა, რომლისთვისაც სამართლიანია ტოლობა

$$|x + 10| - x = 10.$$

49. ჯგუფი, რომელიც შედგება 25 სტუდენტისაგან თითოეული სწავლობს გერმანულ ან ინგლისურ ენას. სტუდენტთა რიცხვი, რომლებიც სწავლობენ გერმანულ ენასს, ისე შეეფარდებიან სტუდენტების რიცხვს, რომლებიც სწავლობენ ინგლისურ ენას, როგორც $3:5$. მათ შორის გერმანულ ენას სწავლობს 8 სტუდენტით ნაკლები ვიდრე ინგლისურ ენას. რამდენი სტუდენტი სწავლობს მხოლოდ გერმანულ ენას, მხოლოდ ინგლისურ ენას, გერმანულ და ინგლისურ ენებს? რით დახასიათდება

ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული სტუდენტი სწავლობს მხოლოდ გერმანულ ენას? მხოლოდ ინგლისურ ენას? გერმანულ და ინგლისურ ენებს?

50. მოცემულია სიმრავლეები $A=\{5,7\}$, $B=\{50, 340, 14\}$. B სიმრავლე ასახეთ A სიმრავლეზე. რამდენი ხერხით შეიძლება B სიმრავლის ასახვა A სიმრავლეზე?

51. მოცემულია ორი სიმრავლე $A=\{1; 2; 2{,}5; 5\}$, $B=\{2, 4, 5, 10\}$. ვთქვათ $a \in A$ და $b \in B$. ასახეთ A სიმრავლე ასახეთ B სიმრავლეზე (a,b). წყვილების საშუალებით ისე, რომ თითოეულ წყვილში

ა) შეფარდება $\frac{a}{b}$ იყოს ერთი და იმავე რიცხვის ტოლი;

ბ) ნამრავლი ab იყოს ერთი და იმავე რიცხვის ტოლი.

52. შეადგინეთ ყველა სტანდარტული სახის ერთწევრი კოეფიციენტით 3 და ცვლადებით x და y, ისე რომ თითოეული ერთწევრის ხარისხი იყოს 5-ის ტოლი.

53. დაშალეთ მამრავლებად ორი წევრის ნამრავლის სახით

$$a^2-ab-8a+8b.$$

54. დაშალეთ ორი წევრის ნამრავლის სახით მრავალწევრი

$$a^2n-anx+x^2-ax.$$

ა) რამდენნაირად შეიძლება ამ მრავალწევრის დაჯგუფება ორ-ორ წევრად;

ბ) რამდენი შემთხვევა არის ხელსაყრელი და რამდენი არა;

გ) რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული დაჯგუფება იქნება ხელსაყრელი?

55. ამოხსენით განტოლება

$$(y+8)^2-1=0.$$

56. ცხრილში მოცემულია x და y ცვლადების მნიშვნელობები

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	0	3	4	5	6	-5	-6	-7	4	-3	0

რომელი წყვილები არის მოცემული ორი განტოლების ფესვები

ა) $x^2+y^2=25$;

ბ) $x^2-y^2=7$.

გ) რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული წყვილი რიცხვი მოცემული ცხრილიდან იქნება პირველი განტოლების ამონახსნი?

დ) რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული წყვილი რიცხვი მოცემული ცხრილიდან იქნება მეორე განტოლების ამონახსნი?

ე) რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული წყვილი რიცხვი მოცემული ცხრილიდან არ იქნება არც ა) და არც ბ) განტოლებების ამონახსნი?

58. ერთნიშნა ნატურალური რიცხვების სიმრავლიდან რომელი წყვილები არიან შემდეგი განტოლების ამონახსნი

$$x + y = 5.$$

59. რამდენ სხივს განსაზღვრავს წრფეზე ერთი წერტილი? ორი წერტილი? სამი წერტილი?

60. აჩვენეთ, რომ ოთხმა წერტილმა შეიძლება განსაზღვროს ერთი, ოთხი ან ექვსი წრფე.

61. აჩვენეთ, რომ ხუთმა წერტილმა შეიძლება განსაზღვროს ერთი, ხუთი, ექვსი, რვა ან ათი წრფე. (სხვა შემთხვევა გამორიცხულია).

62. რა სიგრძის შეიძლება იყოს მონაკვეთი, თუ მისი ბოლოების შემაერთებელი ტეხილის გვერდების სიგრძეებია 3 სმ, 2 სმ და 4,5 სმ?

63. რამდენ წრფეს განსაზღვრავს სიბრტყეზე ექვსი წერტილი, თუ ყოველი სამი მათგანი ერთ წრფეზე არ მდებარეობს.

64. რამდენ სამკუთხედად გაიყოფა ამოზნექილი ოთხკუთხედი, ხუთკუთხედი, n კუთხედი, ყველა დიაგონალით, რომელიც შეიძლება გავავლოთ ერთი წვეროდან?

65. ააგეთ ოთხი სხივი, რომელთაც საერთო სათავე აქვთ. რამდენ განსხვავებულ კუთხეს განსაზღვრავს ისინი?

66. რა ფიგურას ქმნის ყველა ისეთი ტოლფერდა სამკუთხედების წვეროების სიმრავლე, რომელთა ფუძე მოცემულია. შეადგინეთ ნახაზი.

67. რამდენ სხვადასხვა მონაკვეთს განსაზღვრავს

ა) სამი სხვადასხვა წერტილი;

ბ) ოთხი სხვადასხვა წერტილი;

გ) n სხვადასხვა წერტილი?

68. რა ფიგურას ქმნის სამკუთხედის შუახაზები? რას უდრის მიღებული ფიგურის პერიმეტრი, თუ სამკუთხედის პერიმეტრია 20 სმ-ი?

69. რამდენი დიაგონალის გავლება შეიძლება ოთხკუთხედში, ხუთკუთხედში, n კუთხედში?

70. პარალელოგრამი დიაგონალით იყოფა ორ სამკუთხედად, რომელთაგან თითოეულის პერიმეტრია 6 სმ-ია. იპოვეთ ამ დიაგონალის სიგრძე, თუ პარალელოგრამის პერიმეტრია 7 სმ-ი.

71. მოცემულია სიმრავლე $\{2, 3, 4, 6\}$, რომლის ელემენტები მონაკვეთებს გამოსახავს. რამდენი სხვადასხვა საშუალებით შეიძლება ამ მონაკვეთებისაგან ავაგოთ სამკუთხედი. დაასახელეთ ისეთი სამი მონაკვეთისაგან შედგენილი ჯგუფი, რომლისგანაც შეიძლება სამკუთხედის აგება. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული სამი მონაკვეთისაგან შეიძლება სამკუთხედის აგება.

72. რამდენ სამკუთხედად ყოფს ამოზნექილ n კუთხედს ერთი წვეროდან გავლებული ყველა დიაგონალი?

74. ორი წრფე გადაკვეთილია მესამე წრფით. შეადგინეთ ყველა შესაძლო კუთხეების წყვილები, ისე რომ პირველ ადგილზე იყოს პირველ წრფესთან შედგენილი კუთხე, ხოლო მეორე ადგილზე მეორე წრფესთან შედგენილი კუთხე. რამდენი ასეთი წყვილის შედგენა შეიძლება სულ. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ამ წყვილებიდან ალალბედზე გამოყოფილ წყვილში შემავალი კუთხეები იქნება შესაბამისი კუთხეები.

75. იპოვეთ x-ის ის მნიშვნელობბები, რომელზედაც მოცემული წილადი $\frac{x+5}{(x-2)(x-3)}$ კარგავს აზრს, თუ $x \in \{1, 2, 3, 4, 7\}$. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ამ სიმრავლიდან ალალბედზე შერჩეული x-ის რომელიმე მნიშვნელობისათვის მოცემულ წილადს არ ექნება აზრი.

76. x ცვლადის მნიშვნელობათა სიმრავლეა $\{-1, 0, 1, 2, 3, 5\}$. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ მოცემული სიმრავლიდან ალალბედზე აღებული x-ის რომელიმე მნიშვნელობისათვის მოცემულ წილადს ექნება აზრი.

$$\frac{x+8}{(x+1)(x-3)}.$$

77. განვიხლოთ პირველი ხარისხის ერთუცნობიანი $ax = b$ განტოლება. ვთქვათ a და b აკმაყოფილებს შემდეგ პირობებს $a \in [0, 3]$ და $b \in [0, 5]$, ამასთანავე $a \in N$ და $b \in N$. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული (a, b) წყვილი მნიშვნელობისათვის $ax = b$ განტოლების ფესვი იქნება 1-ზე მეტი.

78. მოცემულია განტოლება $ax = b$, სადაც $a \in \{2, 4, 5\}$ და $b \in \{4, 5, 6\}$. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული (a, b) წყვილი მნიშვნელობისათვის $ax = b$ განტოლების ფესვი იქნება არა უმეტეს 1-ისა?

79. ვთქვათ მოცემულია კვადრატული განტოლება

$$ax^2 + bx + c = 0$$

სადაც $a \in \{2, 3\}$ და $b \in \{3, 4, 5\}$. რით დახასიათდება ის შედეგი, შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული (a, b) წყვილისთვის მოცემულ $ax^2 + bx + c = 0$ კვადრატულ განტოლებას ექნება ნამდვილი ფესვები.

80. მოცემულია განტოლება $ax^2 + bx + c = 0$, სადაც a და b ნატურალური რიცხვებია და აკმაყოფილებენ პირობებს $a \in [1, 2]$ და $b \in [2, 3]$. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ალალბედზე შერჩეული (a, b) წყვილისთვის მოცემულ განტოლებას ექნება ნამდვილი ფესვები.

81. x არის $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ სიმრავლის ელემენტი. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ ამ სიმრავლიდან ალალბედზე აღებული რიცხვი იქნება შემდეგი განტოლების ფესვი

$$x^2 - 5x + 6 = 0.$$

82. რამდენ რკალს, ქორდას და ცენტრალურ კუთხეს განსაზღვრავს წრეწირის

ა) სამი წერტილი;

ბ) ოთხი წერტილი;

გ) n წერტილი.

83. მოცემულია ოთხი წერტილი, რომლებიც ერთ სიბრტყეზე არ მდებარეობენ. რამდენი სიბრტყის გავლება შეიძლება ისე, რომ მოცემული წერტილებისაგან სულ მცირე სამი მაინც ეკუთვნოდეს სიბრტყეს.

რამდენი წრფის გავლება შეიძლება წყვილ-წყვილად აღებულ ამ წერტილებზე?

84. მოცემულია ხუთი წერტილი, რომლებიც ერთ სიბრტყეზე არ მდებარეობენ. რამდენი სიბრტყის გავლება შეიძლება ისე, რომ მოცემული წერტილებისაგან სულ მცირე სამი მაინც ეკუთვნოდეს სიბრტყეს.

რამდენი წრფის გავლება შეიძლება წყვილ-წყვილად აღებულ ამ წერტილებზე?

85. სიბრტყეზე მოცემულია ოთხი წერტილი A, B, C და D ისეთი, რომ არც ერთი სამი მათგანი ერთ წრფეზე არ ძევს. რამდენი სხვადასხვა ვექტორი შეიძლება განსაზღვროს ამ წერტილებმა წყვილ-წყვილად. შეასრულეთ ნახაზი.

86. სიბრტყეზე მოცემულია ხუთი წერტილი C, M, P, Q და T ისეთი, რომ არც ერთი სამი მათგანი ერთ წრფეზე არ ძევს. რამდენი სხვადასხვა ვექტორს გვაძლევს ეს წერტილები წყვილ-წყვილად აღებული. შეასრულეთ ნახაზი.

87. მოცემულია უტოლობა $y > x$. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ სიბრტყეზე ალალბედზე შერჩეული წერტილის კოორდინატები დააკმაყოფილებენ მოცემულ უტოლობას.

88. მოცემულია ორი წრეწირის განტოლება $x^2 + y^2 = 9$ და $x^2 + y^2 = 4$. განიხილეთ უტოლობები $x^2 + y^2 \le 9$ და $x^2 + y^2 \ge 4$. საკოორდინატო სიბრტყეზე დაშტრიხეთ ის არე, რომელიც განსაზღვრულია ამ უტოლობებით. რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ $x^2 + y^2 \le 9$ წრიდან ალალბედზე შერჩეული წერტილი მოხვდება დაშტრიხულ არეში?

89. მოცემულია მიმდევრობა $b_n = 2n + 3$. იპოვეთ შემდეგი სხვობები

ა) $b_2 - b_1$;

ბ) $b_{10} - b_9$;

გ) $b_{k+1} - b_k$.

არის თუ არა ეს მიმდევრობა არითმეტიკული პროგრესია?

90. რამდენნაირად შეიძლება საბავშვო ბაღში სასადილო მაგიდასთან დავსვათ 5 ბავშვი?

91. არის თუ არა შემდეგი რიცხვები 289, 361, 1000 და 223 b_n მიმდევრობის წევრი, რომელიც მოცემულია ფორმულით $b_n = n^2 + 2n + 1$.

რით დახასიათდება ის შედეგი, რომ მოცემული ოთხი რიცხვიდან ალალბედზე შერჩეული რიცხვი იქნება b_n მიმდევრობის წევრი.

92. მოცემულია წრფეთა განტოლებები

ა) $2x-3y+5=0$ ბ) $x-2y+1=0$

გ) $y=\frac{1}{2}x+7$ დ) $4x-6y+1=0$

რომელია ამ წრფეებიდან ერთმანეთის პარალელური?

93. გვაქვს ერთნაირი ფორმისა და ზომის 27 მონეტა, რომელთაგან ერთი ყალბია (მსუბუქია დანარჩენებზე). პინებიანი სასწორის გამოყენებით (გირების გარეშე) სამი აწონვით დაადგინეთ რომელია ყალბი მონეტა.

94. გვაქვს ერთნაირი ფორმისა და ზომის 80 მონეტა, რომელთაგან ერთი ყალბია (მსუბუქია დანარჩენებზე). პინებიანი სასწორის გამოყენებით (გირების გარეშე) ოთხი აწონვით დაადგინეთ რომელია ყალბი მონეტა.

95. მოცემულია სამი ჭურჭელი-10 ლიტრიანი, 7 ლიტრიანი და 3 ლიტრიანი. 10 ლიტრიანი ჭურჭელი ავსებულია ზეთით, დანარჩენი ორი ჭურჭელი ცარიელია. როგორ გავცეთ ამ ჭურჭლების საშუალებით 5 ლიტრი ზეთი? სითხის გადასხმის რა უმცირესი რიცხვია ამისათვის საჭირო?

96. მოცემული გვაქვს რვეულების სამი დასტა. პირველ დასტაში 11 რვეულია, მეორეში-7 რვეული, მესამეში-6 რვეული. საჭიროა თითოეულ დასტაში რვეულების რაოდენობა გათანაბრდეს გადაწყობის გზით. ნებადართულია ერთი დასტიდან მეორეში იმდენი რვეულის გადაწყობა, რამდენიც მეორეშია (მიმღებშია). გადაწყობის რა უმცირესი რაოდენობაა საჭირო?

97. თორმეტლიტრიანი ჭურჭელი სავსეა რძით. საჭიროა რძე გაიყოს ორ თანაბარ ნაწილად, რისთვისაც შესაძლებელია გამოვიყენოთ მხოლოდ რვალიტრიანი და ხუთლიტრიანი ჭურჭლები. როგორ გავაკეთოთ ეს? სითხის გადასხმის რა უმცირესი რაოდენობაა საჭირო?

98. მოცემულია სამი ჭურჭელი-12 ლიტრიანი, 7 ლიტრიანი და 5 ლიტრიანი. 12 ლიტრიანი ჭურჭელი ავსებულია ზეთით, დანარჩენი ორი ჭურჭელი ცარიელია. როგორ გავცეთ ამ ჭურჭლების საშუალებით 6 ლიტრი ზეთი? სითხის გადასხმის რა უმცირესი რიცხვია ამისათვის საჭირო?